۷۲/۹/۱۰
۷۳/۱/۸

بازدید شد
۱۳۸۱

کتابخانهٔ مجلس شورای اسلامی
جمهوری اسلامی ایران
شمارهٔ ثبت کتاب ۱۳۸
۲۰۹
کتاب مجموعه محتوی . کتب و رسائل
مؤلف
مترجم
موضوع ریاضی
شمارهٔ قفسه ۲۰۹

بازدید شد
۱۳۸۱

۲۰۹

۳

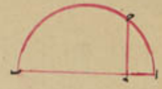
١٣٨

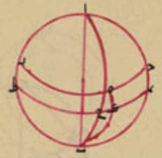
فهرست ما في هذا المجلد

كرة محركة

بسم الله الرحمن الرحيم

كتاب الكرة المتحركة لاوطولوقس اصلحه ثابت وهو مقالة واحدة واثنا عشر شكلا (يب)
النقط التي تتحرك حركة معتدلة هي التي تقطع في ازمنة متساوية قسيا متساوية او متشابهة واذا دارت
نقطة ترسم دائرة او خطين بحركة معتدلة كانت نسبة الزمانين كنسبة القوسين او الخطين
محور الكرة هو قطرها الذي تدور الكرة عليه وهو ثابت وطرفاه قطباها الاشكال (أ) اذا دارت كرة على
محورها دورانا معتدلا فان كل نقطة تفرض عليها غير التي على المحور ترسم دوائر متوازية اقطابها قطبا
الكرة ويقوم المحور عمودا عليها فلتكن كرة محورها اب وقطباها نقطتا اب ولتدر على اب دورانا
معتدلا ولنفرض نقطة ج على سطحها ونخرج منها عمود ج د على المحور ونخرج السطح المار بخطي اب
ج د فيحدث دائرة نصفها قوس اج ب واذا دارت قوس اجب على اب حتى تعود
لا محالة ترسم عمود ج د دائرة مركزها د ونصف قطرها ج د والمحور عمود عليها وظاهر ان قطبيها
اب قطبا الكرة لان خطوط العمود عليها تخرج من مركز الكرة ومثل ذلك تبين حال سائر النقط
(ب) وان اقطاب الجميع واحدة تكون الدوائر الحادثة متوازية وذلك ما اردناه (ب) اذا







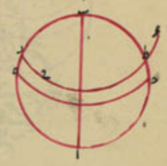
٢٠٩

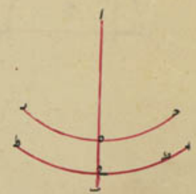
١ دارت كرة على محورها دورانا معتدلا فان جميع النقط التي على سطحها ترسم مداراتها المتوازية
في ازمان متساوية قسيا متشابهة فلتكن كرة محورها اب وقطباها نقطتا اب ولتكن على سطح الكرة
نقطتا ج د ومداراهما المتوازيان دائرتا ج ه ز د ح ط ونفصل منهما قوسي ج ه د ح المتشابهتين
فنقول ان نقطتي ج د تقطعان قوسي ج ه د ح في ازمان متساوية ولنرسم ا ج د ب دائرة عظيمة
فهي تقطع ... ثم انها ان مرت بنقطة ه كانت كدائرة ا ه ب في الصورة الاولى والدائرة
المرسومة على نقطتي ا ه مرت لا محالة بنقطة ح وكانت كدائرة ا ح ب ... في الزمان الذي
تسير فيه ج الى ه ان لم تسر د الى ح فلتسر الى ط وتصير حينئذ نصف دائرة ا ه ب مثل
نصف دائرة ا ط ب فدائرتا ا ح ب ا ط ب العظيمتان تتقاطعان على اكثر من نقطتين
هف وان لم تمر عظيمة ا ه ب بنقطة ح بل تأخرت عنها فلتكن كدائرة ا ه ب في الصورة
الثانية ولم يمكن ان تمر دائرة ا ه بنقطة ح بل يجب ان تتأخر عن نقطة ح كنقطة ك
تقدمت نقطة ح نقطة ك وتكون كل واحدة من قوسي ه ك ح ... شبيهة بقوس ج ه ...
متشابهتين بل متساويتين لكونهما من دائرة واحدة فاذن في الزمان الذي تسير فيه ج الى ه
وتسير فيه د الى ح وذلك ما اردناه ووجد هذا الشكل في نسخة اخرى
كذا ولكن مداراتهما ... دائرتا ... المتوازيتين ولنرسم على محورات ونقطة ... فيحدث

عظيمة اوب فان مرت بنقطة ز كما في الصورة الاولى صارت نصف دائرة اوب
بعد الحركة كنصف دائرة ادب فتكون قوس زه وزح متشابهتين لوقوعهما بين عظيمتين
و في زمان تسير فيه ز الى ه ان لم تسر ز الى ح بل سارت الى ح صارت وضع نصف
دائرة ادب كوضع نصف دائرة اوب وكونهما عظيمتين يكون الخط الواصل
بين اه قطر الكرة فنقطة اه ب على دائرة واحدة اطراف القطر هذا محال وان لم
اوب به بل كانت في الصورة الثانية كنصف دائرة اوطب ولكن زح شبيهة لزه
وكانت طز شبيهة بها فزح شبيهة بطز ومساوية لها ففي الزمان الذي تسير ز الى
ح تسير ط الى ز وفي الزمان الذي تسير ط الى ز تسير ز الى ح فاذن في الزمان الذي تسير ز فيه
ح الى ه تسير ز الى ح وذلك ما اردناه ح اذا دارت كرة على محورها حركة مستوية فان
القسي التي تسيرها النقط التي على سطح الكرة من المدارات المتوازية في ازمان متساوية
تكون متشابهة فليكن المحور ات ونقطتا ه ز على السطح وقوس ه د زح مما مداريهما
وليسير ه الى ح في الزمان الذي تسير فيه ز الى ط فنقول فه زح متشابهتان والا فلتكن
شبيهة لزه ففي الزمان الذي تسير فيه ز الى ه تسير ز الى ل وقد فرض انها تسير الى ح فاذن
ط نقطة ز تسير الى نقطتين في وقت واحد هف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه ط اذا

كانت في كرة

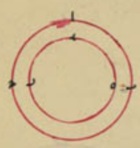






٢

كانت في كرة دائرة عظيمة تحدد بين ظاهرها وخفيها وتسمى بالافق وكان المحور عمودا عليها
فان النقط التي في النصف الظاهر تكون ابدا ظاهرة والتي في النصف الخفي تكون ابدا
خفية ولا يكون لشيء منها طلوع ولا غروب فلتكن العظيمة الفاصلة بين الظاهر والخفي دائرة
ا ب ج د ولتكن ه نقطة ما و مدارها ه ز ح ويكون المحور عمودا على ا ب ج د بالفرض
لم يكونا متوازيين فلا يكون لنقطة ه طلوع ولا غروب والا لقطعت مدارها دائرة
ط ا ب ج د الموازية لها هف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه ط اذا كانت الدائرة العظيمة
الثابتة على الكرة الفاصلة بين ظاهرها وخفيها اعني الافق مارة بقطبيها كان لكل نقطة في سطحها
طلوع وغروب في كل دورة ويكون زمان ظهورها وخفائها متساويين ولتكن العظيمة الفاصلة
بين ظاهر الكرة وخفيها ا ب ج د ولتكن ه نقطة ما على الكرة ومدارها ه ز ح ط فلان قطب
دائرة ه ز قطب الكرة وهو على دائرة ا ب ج د تكون عظيمة ا ب ج د القاطعة لدائرة
لدائرة ه ز مارة بقطبيها ولذلك تكون منصفة لها فتكون ه ز ح مساوية له
واذا كانت احدى نقطتي مطلع النقطة كانت الاخرى مغيبها ويكون لتشابه
ي القوسين المستويتين زمانا ظهورها وخفائها متساويين وذلك ما اردناه ي اذا كانت
دائرة الافق مائلة على المحور في كرة فانها تماس دائرتين متساويتين متوازيتين تكون





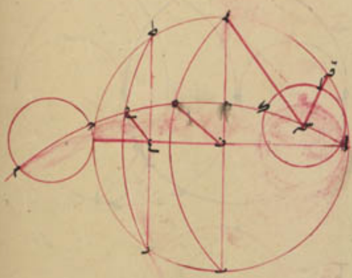
احديها ابدية الظهور والاخرى ابدية الخفاء فلتكن الافق اب ج د وكرنها [illegible] المحور
لا يكون بقطبها قطبي الكرة ولا هي مارة بقطبيها فتكون مائلة على المتوازية ولذلك تكون
مماسة للمتوازيتين متقاربتين ولتكونا دائرة اه ز ح ج ونقطتا ا ج نقطتا التماس
وليكن قطباها اعني قطبي الكرة ط ق والظاهر قطب ط والخفي قطب ق ونرسم عظيمة تمر
بنقطتي ط ا فهي تمر بنقطتي ج ق ولتكن هي دائرة ا ط ه ج ق ح ولتساوي ط ا ج ق واشترك
ط ه يكون ط ق مساوية لـ ا ولتساوي ط ا ط ه وكون ط ه اصغر من نصف ط ق يكون ط ا اصغر
من نصف اه ج ولان ط ق مساو لـ ا وتساوي ط ا ط ه وكون ط ه اصغر من نصف ط ق
تكون قطعة اه ج من قطر دائرة اب ج قائمة عليها وط ا اصغر من نصفها يكون وتر ط ا اقصر
خط يخرج من ط الى محيط دائرة اب ج ودائرة اه ولا يمكن ان تلاقي دائرة اب ج في غير
ا فيرا والا فليلاقها على م ايضا ونصل ط م فيكونان متساويين لكونهما خارجين من قطب
دائرة الى محيطها وكان ط ا اقصر من ط م هف فاذن دائرة اه ز ابدية الظهور ومثله
تكون ح ج ابدية الخفاء وذلك ما اردناه د اذا كانت دائرة الافق مائلة على المحور وقطعتها
دوائر يكون المحور عمودا عليها كان طلوع النقط التي تكون على تلك الدوائر وغروبها على الافق
على نقط بعينها وميل تلك الدوائر على الافق متساوية بها فلتكن الافق اب ج د وهي مائلة على المحور



دوائرها

٣

ودائرتا ب ه د و ز ح ط قاطعتين للافق والمحور عمود عليهما وليكن الافق مماسة لدائرتي ا ق و ج م
وليكن القطب الظاهر ب وترسم على ا ب دائرة عظيمة فهي تمر بقطب دائرة اب ج د وتكون
قائمة عليها على زوايا قائمة وكذلك تمر بقطب دائرة ا ق م ج و بنقطة ق ولتكن هي دائرة ا س ق ج
ولتكن الفصل المشترك للسطح س ق و ر ح ه ا ه ط ا ه ق ح ولتراسم دائرة ا ق ب
ر ط تكون فصل ا ق ب ح متوازية فزاوية ب ا ق مساوية لزاوية ع ق ه وتساوية ب ا ق
حادة فزاوية ع ق ه حادة ونقول ان دائرة ب ه د لا تلقى ح و ر تماس دائرة اب ج د غير
نقطتي ب د والا فلتلقاها على ق ونصل ب ق د ق فيكونان متساويين ولان قطعة ا ه ج على قطر
ا ه قائمة على دائرة اب ج د و ا ه اصغر من نصفها يكون وتر ا ه اقصر خط يخرج من ا الى
محيط دائرة اب ج د وب ق اقصر من ب ق وكانا متساويين هف فاذن طلوع النقط التي على دائرة
ب ه د وغروبها لا يكون على غير نقطتي ب د وايضا لان دائرة ا ه ج تمر بقطبي دائرتي ا ب ج
ب ه د المتقاطعتين فهي تنصف قطعهما فات ا ه منصف ب د وكذلك ب ه د وقطر ا ه ج منصف
ب ه د ويكون عمودا عليه ويساوي وتري ب ه و ه د وخط ب ق د يكون وقائما عمودا على
وكون ق ه ق ح عمودين على فصل ب ه د وهو سطح دائرة اب ج د وب ه د تكون متساوية
و ب ه د هي ميل سطح دائرة ب ه د على سطح دائرة اب ج د وكذلك ق و ع ح هي ميل سطح دائرة



ن ح ط ح في سطح دائرة ا ب ج د ولتكن دائرتي [illegible] فقوس ح ع ح يكون الميلان متشابهين وذلك

ما اردناه **ح** اذا كانت دائرة الافق مائلة في الكرة المتحركة وكانت دائرة عظيمة اخرى

تماس الدوائر المماسة للافق فانها في دورتها تنطبق على الافق فليكن الافق ا ب ج د

وهي مائلة في المحور والمماسة للافق دائرة ا هـ ج ح والعظيمة الاخرى المماسة لها دائرة

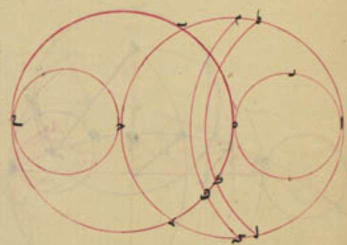
ا ح ب د فنقول ان دائرة ح ب د تنطبق في دورة الكرة على دائرة ا ب ج د ولنرسم مركز

ط [illegible] فلان نصف الدائرة التي [illegible] لا يلاقي نصف الدائرة التي الى

ما يلي [illegible] تكون قوس ا ه ط [illegible] وتقطع قوس ا ه [illegible] ان

متساوية فاذا صارت [illegible] وقعت نقطة [illegible] على نقطة

ا ه م فانطبقت قوس [illegible] على قوس ا ط وكل دائرة [illegible] على كل دائرة



وذلك ما اردناه **ط** اذا كانت دائرة الافق في كرة مائلة على المحور فان النقط التي تغرب معا

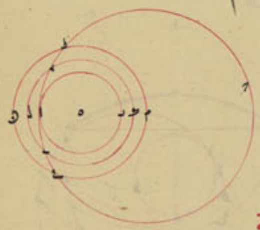
لا تطلع معا لكن ما كان اقرب الى القطب الظاهر يتقدم طلوعه والنقط التي تطلع معا لا تغرب

معا لكن ما كان اقرب الى القطب الظاهر يتقدم غروبه فليكن الافق المائل على المحور ا ب ج د

والقطب الظاهر [illegible] والدائرة التي تماسها الافق في جهة القطب الظاهر ا [illegible] ولتكن نقطة

اقرب الى [illegible] من نقطة ح ولتكن [illegible] الجهة الشرقية وسح الجهة الغربية [illegible] تغربان معا

ولا تطلعان معا



ولا تطلعان معا ولنرسم متوازيتين [illegible] فقوس [illegible] اعظم من [illegible] لكون [illegible]

شبيهة بقوس [illegible] الاقرب الى القطب وقوس [illegible] اصغر من قوس [illegible] شبيهة [illegible]

ح [illegible] فاذن نقطة [illegible] تقطع قوس [illegible] ونصير الى نقطة [illegible] قبل ان تقطع نقطة ح قوس

ح [illegible] ولذلك يكون طلوع [illegible] قبل طلوع ح وايضا نقطة [illegible] تقطع قوس [illegible] قبل ان تقطع

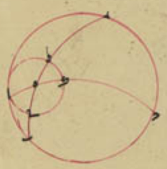
قوس [illegible] فلذلك يكون غروب [illegible] بعد غروب [illegible] وذلك ما اردناه **ى** الدائرة التي [illegible]

[illegible] الكرة تقوم على الافق في كل دورة مرتين فليكن الافق ا ب ج د والقطب الظاهر [illegible] والمماسة

للافق في جهة القطب الظاهر دائرة [illegible] ولتكن دائرة ب [illegible] عظيمة [illegible] فنقول انها

تقوم على ا ب [illegible] في دورة مرتين ولنرسم عظيمة ا [illegible] تقاطع [illegible] دائرة

ا ب [illegible] وتقوم عليها ولان دائرة [illegible] تمر بالقطب [illegible] تكون قوس ا ح [illegible]



متساويتين وكذلك قوس [illegible] فالزمان الذي تقطع فيه [illegible] قوس [illegible] تقطع ح قوس

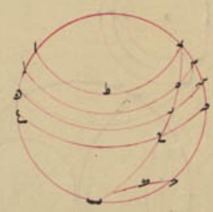
ح ا فينطبق [illegible] على نقطة [illegible] وتنطبق [illegible] على جميع دائرة [illegible]

فتكون قائمة على الافق ثم اذا فارقت نقطة [illegible] وقطعت قوس [illegible] فارقت نقطة

نقطة ا وقطعت قوس [illegible] في ذلك الزمان بعينه فانطبق [illegible] على نقطة

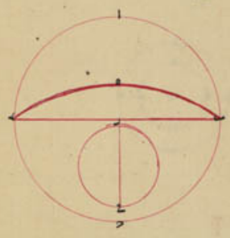
فانطبقت الدائرة على الدائرة مرة اخرى قائمة على الافق وبعد ذلك تعود [illegible]

آ الاول والدائرة الا وضعها فاذن ثبت ما اردنا بيانه وذلك ما اردنا با اذا كانت دائرة
الافق في كرة ما في المرازية وكانت عظيمة اخرى مائلة عليها مماسة لدوائر اعظم من التي
تماسها الافق فان طلوعها وغروبها يكون على جميع قوس من الافق تقع بين الدائرتين
الصغيرتين اللتين تماسها المائلة الاخرى فليكن الافق ا ب ج د والعظيمة الاخرى
المائلة ايضا ه ج ب د وتماس دائرة اط ح سطح ه وهما اعظم من اللتين تماسهما الافق
وليكن ه نقطة الجهة الشرقية و ا قطب الجهة الغربية فنقول ان دائرة ه ج ب د تطلع على كل
قوس ه ز و تغرب على كل قوس ا ف ب ولترسم متوازية لها من نقطة ح
فلان نقطة ز من دائرة ه ط ا كمن اذا صارت الا نقطة ز طلعت واذا صارت
الا نقطة ا غربت وكذلك نقطة ه ز ح ت اذا صارت الا نقطة ح تو ف في كل واحدة
ب الا نظيرتها طلعت واذا صارت الا نقطة ز تقع في غربت وذلك ما اردنا ب اذا
تناصفت دائرتان مائلتان في كرة احديهما ثابتة والاخرى دائرة مع الكرة فهما عظيمتان
فليكن دائرة ا ب ج د ثابتة و دائرة ب ه د متحركة وهما متقاطعتان على التناصف في كرة
متناصفتان على المرازية فنقول انهما عظيمتان و نفصل ب د فهو فصلهما المشترك وقطر الدائرة
ب ه د و منصف على ز فهي مركز دائرة ب ه د وهي على المحور والا فليكن مدارا ح ويكون المحور



٥

عمودا على دائرة ب ج ولان ز لا يخرج من سطح دائرة ا ب ج د و يكون دائرة ب ج
في ذلك السطح فيكون المحور عمودا على سطح ا ب ج د و كان السطح مائلا هف فاذن ز
على المحور وهي مركز الكرة و الا فليكن ح مركز الكرة و نصل ز ح فهو من المحور ولان
ز ح خرج من مركز الكرة الا مركز دائرة ب ه د فهو عمود على سطح
دائرة ب ه د و كان السطح مائلا هذا خلف فز مركز الكرة فهي
فاذن كل واحدة من دائرتي ا ب ج د و ب ه د عظيمة
وذلك ما اردناه تم كتاب الكرة
المتحركة لاوطولوقس

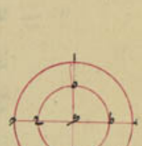


كتاب المساكن

بسم الله الرحمن الرحيم

تحرير كتاب المساكن لثاوذوسيوس وهو اثنا عشر شكلا نقل قسطا ابن لوقا البعلبكي
آ الاول الذين مساكنهم تحت القطب الشمالي فنصف كرة الفلك الظاهر لهم موقوف
لهم ابدا بعينه ونصفها الخفي عنهم خفي عنهم ابدا بعينه فلا يطلع عليهم شيء مما يخفى عنهم
ولا بالعكس فليكن دائرة نصف نهار مسامتهم من كرة الفلك ا ب ج د ومن كرة الارض
ه ز ح ومركز الفلك ه والقطبان نقطتي آ ب والمكن ز ويكون سمت راسهم آ و ج
ح ه ا و عمودا على ا ب و رسم على قطب آ و ببعد ا ج دائرة فيكون ا ب على سطحها و يكون
هي الافق لكون آ سمت الراس بل معدل النهار لكونها قطبه ويكون جميع مدارات
النقط والكواكب موازية لها فيمتنع ان تلاقيها ما لم يكن ملاقيا لها من النقط والكواكب
فاذن يمتنع ان يطلع ما لم يكن طالعا او يخفى ما لم يكن خفيا وذلك ما اردنا اولا
وهذا الحكم يصح من حيث النظر في الحركة الاولى وحدها اما اذا اعتبرت الحركة الثانية وجب
ب لاجلها وقوع ما يخالف في بعض الاحوال ب الذين مساكنهم تحت دائرة معدل النهار

والمرخط ا ف م

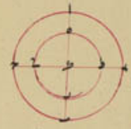


٦

فجميع الكواكب والنقط يطلع عليهم ويغيب عنهم ما خلا القطبين ويكون زمانا الظهور
والخفاء الكل واحد منها متساويين فليكن احدى دوائر انصاف نهار مسامتهم من كرة
الفلك ا ب ج د ومن الارض ه ز ح ط وليكن ا ب في سطح دائرة معدل النهار
والمسكن ه وسمت راسه آ ومركز الفلك ه وليمر به ج ه د عمودا على ا ب فهو محور
الكرة و الدائرة التي تكون ج د قطرها المار بها قائما عليه هي افق مسكن ه و لكون آ
قطبا لها تكون هي و دائرة ا ب ج د و دائرة معدل النهار الثلث متقاطعة على قوائم
ولذلك يكون افق مسكن ه تارة بقطبي معدل النهار قاطعة لجميع المرازية لها منصفة
ايا ها فاذن القسمان من المدارات اعني الظاهر والخفي متساويان ولذلك تكون
ازمنة مسيرات جميع النقط والكواكب معا فوق الارض مساوية لازمنة مسيراتها
تحتها وذلك ما اردنا ج الذين مساكنهم تحت مدار منطقة البروج فلكل البروج
يقوم على آفاقهم كل يوم وقتا ما ولتكن دائرة نصف نهار مسامتهم من كرة الكل دائرة
ا ب ج د و من كرة الارض دائرة ه ز ح ط وقطرا مداري المنقلبين خط ه ح آ د و مركز
الارض ز فيخرج ز ه ح فتكون قوس ز ح من كرة الكل منتصف جميع مدارات
منطقة البروج فهو قوس ساقطة الشبيهة بها من الارض محاذية لها ونعين عليها مكانا

ه مركز و محور

ان يحس بمسكن واحد





وبرة ونصل برة ونخرجه لانقطرات فنقطة آسمت رأس مسكن ة
وليتم ترتيبه عمود اعلى آت فيكون الدائرة القائمة على آت التي قطرها قد افقا
لمسكن ة وكون نقطة آ من قوس ح آم المشتوة جميع مدارات فلك البروج
من فلك البروج كل يوم وقتا ما بنقطة آ وح يكون نظيرا الجزء المار بآ مار ابب
فيكون ات قطر الفلك البروج وهو قائم على افق مسكن ة فاذن فلك البروج
كل يوم وقتا ما يقوم على افق مسكن ة وكذلك على ساير آفاق النقط التي تفرض
على قوس ف ح و وذلك ما اردنا د الذين مساكنهم تحت مدار بعده عن القطب
الظاهر مساو للميل كله فستة بروج معا تطلع عليهم وتغيب عنهم فليكن نصف النهار
مركزه الكل ات وعرض الارض عن ح آ والمحور ح ة والقطب الظاهر ة
وقطر معدل النهارات وقطرا مداري المنقلبين ح آ و م ة ولكن قوس ة آ اعني
الميل كله مساوية لقوس ى ح فنخرج ح ة على فيرى ة ونفرض ة مسكنا فيكون
سمت رأسه ع ونصل ح ة فلان ات قطر وا ة مساو لب ى فيكون
خط ى ة مستقيما ولان ا ة مساو لى ح فاذا صيرنا ا ع مشتركة يكون ى ح
مساوية لا ة ونسوية ة ى ح مساوية لزاوية ا مر القائمة فع ة عمود على قطر الدائرة

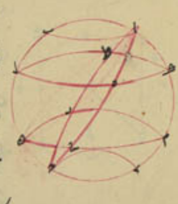


٧

التي تكون على قطرها وع ة عمود عليها هي افق مسكن ة ولان فلك الدائرة وهي
المنقلب الذي قطره م ة نقطعان قوس دائرة ا ح ب ة التي اقطابها على نقطتي
ح ة عليهما نقطة واحدة هي نقطة ة فافق مسكن ة ومدار م ة متماسان ويكون
افق مسكن ة مماسا لمداري المنقلبين وفلك البروج ايضا مماس لهما فاذن
اذا دارت الكرة انطبق فلك البروج على افق مسكن ة واذا تحرك بعد الانطباق
ه طلعت ستة بروج لا محالة دفعة وغابت الستة معا وذلك ما اردنا ه الذين
مساكنهم تحت دائرة معدل النهار فدائرة نصف نهارهم تنصف نصف فلك البروج
اذا كانت نقطتا تماس فلك البروج ومداري المنقلبين على الافق ويقوم فلك
البروج حينئذ على الافق على قوائم فليكن دائرة ا ح ب ى افق سائر آفاقهم وخط ا ح
ب ى قطري مداري المنقلبين وا ة ب فلك البروج ونقطتا ا ب نقطتي تماس فلك
البروج والمدارين وهما على الافق وخط ا ب قطر فلك البروج ولكن قوس
ح ط م دائرة نصف النهار وتقطع فلك البروج على ة نقول فقوس ا ة ب مساوية
ودائرة ا ة ب قائمة على دائرة ا ح ب ى ونخرج خط ح ط ونصل ى ة فظاهر ان
ح ط هو المحور وان ة هو المركز ولان دائرة ا ح ب ى من تقاطع الكرة وعلى الكرة



دائرة ا ة ب اعني فلك البروج ودائرة احد المنقلبين متماسان ونقطة تماسهما
على دائرة ا ح ب ى المارة بقطب احديهما اعني بنقطة ح ونقطة التماس تكون دائرة
ا ح ب ى مارة بقطب دائرة ا ة ب ايضا التي هي فلك البروج ولذلك يكون
فلك البروج قائمة على دائرة ا ح ب ى التي هي الافق فلان دائرتي ا ة ب
ح ة ط قائمتان على افق ا ح ب ى فصلهما المشترك وهو خط ة ح عمود عليه بل على
خط ح ط آت وكان ة مركزا فاذن ا ة مساو لة ب وقد ثبت كون ا ة ب
و قائمة على ا ح ب ى وذلك ما اردنا و الذين مساكنهم تحت دائرة معدل النهار
فانصاف فلك البروج بل القسي المتقابلة المتساوية منها انما تطلع عليهم في ازمنة
متساوية فليكن دائرة ا ب ح ى افق سائر آفاقهم ودائرة ا و ح ط فلك البروج
وقوس ا و ح منها تحت الارض وا ة ح و قوسين متقابلين منها فنقول
فنصفا ا و ح و ح ط ا يطلعان في زمانين متساويين وكذلك قوسا ا ة و ح ز ولكن
الموازية التي تسير عليها نقط ا ة و ز دوائرات ك ط م ح ى و ر ل ن ع م وهي
منصفة بالافق ولكن مدارات و ى نظيرين وكذلك مداري ح ك م ة ويكون
كل واحدة من قسي ا ة و ح ع ح ط ح ط ا راه طاح نصف دائرة ولكن ات



٨

ط ك نصفي مدارين يكون زمان الذي تسير فيه نقطة آ قوس ات مساويا
للزمان الذي تسير فيه نقطة ة مبتدئة من نقطة ة قوس ط ك وكذلك في البقية
لكن اذا ابتدأت نقطة آ من موضعها لتسير قوس ات واخذت قوس ا ة ح
الطلوع ابتدأت نقطة ة معها من موضعها لتسير قوس ة ح تحت الارض واخذت
قوس ح ط ا الغروب واذا وافت آ نقطة ت وطلعت جميع قوس ا ة ح
وافت ح نقطة ت وغربت جميع قوس ح ط ا واذا ابتدأت نقطة ة
من ة لتسير قوس ط ك فوق الارض ابتدأت نقطة ز من ر لتسير قوس
ف ح تحت الارض وتم طلوع قوس و ح ر وغروب قوس ر ا ة في زمان
واحد مساو لزمان طلوع قوس ا ة ح فاذن زمان طلوع نصف ا ة ح و ح ر ط ا
وتبين ان زمان طلوع نصف ح و ط ح ط ا متساويان وهو ذلك يظهر ان
ازمنة طلوع انصاف فلك البروج هناك متساوية وايضا لكون زمان طلوع قوس ا ة ح
و ح ر متساويين فاذا القينا زمان طلوع قوس و ح ح المشترك بينهما
ز بقي زمانا طلوع قوسي ا ة و ح ر متساويين وذلك ما اردنا د الذين تختلف
آفاقهم ميلها الى المشرق او المغرب فقط اعني تختلف اطوال مساكنهم فقط دون



عروضها ويكون الجميع تحت مدار يدي واحد بعينه فالكواكب الثابتة التي تطلع عليهم معا ولا يغرب عنهم معا ويكون مقدار تقدم طلوعها في المشرقين كمقدار تقدم غروبها عنهم فلنكن دائرتا ا ب ج ا د ج افقين كما وصفنا و ا د ج هو المشرقة منها ولتكن دائرة ه ز ح ط الابدية الظهور التي تماسها الافقان وليكن كوكب من الثابتة على نقطة ك ومداره ط ك ل فاذا دار فكوكب ك الى نقطة م طلع على افق ا د ج واذا دار الى نقطة ك طلع على افق ا ب ج واذا دار الى نقطة ل غرب عن افق ا د ج واذا دار الى نقطة ب غرب عن افق ا ب ج فاذن طلوعه على المشرقة منهما قبل طلوعه على المغربية وكذلك غروبه عنهم ولكن قوس ح ر شبيهة بقوس ك ل لانه قد تقدم ان لكل واحدة من قوسي ح ك ل ك ت يكون قوسا ح ك ل ك ت متشابهتين وهما من مدار واحد فهما متساويتان والكواكب تقطعهما في زمانين متساويين فاذن تقدم طلوعه على المشرقية منهما على طلوعه على المغربية كتقدم غروبه على غروبه وذلك ما اردناه

ح الذين مساكنهم تحت نصف نهار واحد بعينه ويختلف عروض مساكنهم فقط دون اطوالها فالكواكب الثابتة التي مداراتها بين اعظم الدوائر الابدية الظهور وبين معدل النهار يقيم فوق الشماليين منهم اكثر مما يقيم فوق الجنوبيين وبقدر ما يتقدم طلوعها على الشماليين

٩ يتأخر غروبها عنهم والتي مداراتها بين اعظم الدوائر الابدية الخفاء وبين معدل النهار بالعكس من ذلك اعني انها يقيم فوق الجنوبيين منهم اكثر مما يقيم فوق الشماليين وبقدر ما يتقدم طلوعها على الجنوبيين يتأخر غروبها عنهم فلتكن دائرتا ا ب ج د ه ز افقين كما وصفنا ودائرة نصف النهار المشتركة بينهما م ا د ه واعظم الابدية الظهور في الافقين دائرتي م ز ح ا ط ك ومعدل النهار ب ح وظاهر ان ب ح تقاطع بنقطتي تقاطع ب ح لكونهما قطبي دائرة نصف النهار المشتركة وليكن كوكب على نقطة ق ومداره م ق ع وهي بين دائرة م ز ح الابدية الظهور وبين ب ح معدل النهار وليكن المشرق مايلي م فظاهر ان كوكب ق اذا وافى نقطة م طلع على افق د ب ه واذا وافى نقطة ع غرب عنهم واذا وافى نقطة ت طلع على افق ا ب ج واذا وافى نقطة ت غرب عنهم فاذن زمان طلوعه على افق د ب ه وهو الزمان الذي يسير فيه قوس م ق ع اكثر من زمان طلوعه على افق ا ب ج وهو الزمان الذي يسير فيه قوس ت ق ت ولكن ا ق مساوية لقوس ع ف ت مساوية لف ت ع فيبقى م ا مساوية لت ع فبقدر ما يتقدم الطلوع على الطلوع يتأخر الغروب عن الغروب ثم ليكن كوكب آخر على نقطة ق ومداره

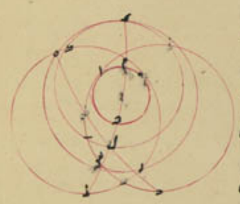


ر ق ث وهي بين دائرة ب ح اعني معدل النهار وبين اعظم الدوائر الابدية الخفاء فيكون طلوعه على افق د ب ه على نقطة ش وغروبه على نقطة ت وطلوعه على افق ا ب ج على نقطة ذ وغروبه على نقطة ق وظاهر ان زمان طلوعه على افق ا ب ج اكثر من زمان طلوعه على افق د ب ه وان مقدار تقدم الطلوع على الطلوع كمقدار تأخر الغروب عن الغروب على عكس ما مر وذلك ما اردناه

ط الذين لا يكون مساكنهم تحت نصف نهار واحد ولا ميل لبعضها عن البعض في المشرق او المغرب فقط بل يكون مختلفة الاطوال والعروض فالكواكب الثابتة التي مداراتها بين اعظم الدوائر الابدية الظهور وبين معدل النهار يقيم فوق الشماليين منهم اكثر والتي مداراتها بين معدل النهار وبين اعظم الدوائر الابدية الخفاء بالعكس من ذلك اعني انها تقيم فوق الجنوبيين اكثر فلتكن دائرتا ا ب ج ه د ر افقين كما وصفنا وه ط نصف نهار افق ه د ر وه ح ك ا نصف اعظم الدوائر الابدية الظهور في هذين الافقين وه و ح معدل النهار ونقول انه يدور بين دائرة ز ك ح وبين ه د ح يقيم فوق افق ه د ر اكثر مما يقيم فوق ا ب ج وننفصل لها لام ثم نرسم ربع دائرة عظيمة

١٠ ونرسم على ح دائرة عظيمة فهي لا محالة تنقطع ه ز ولتكن هي دائرة م ه ر ويكون مماسة لدائرة ا م ل وليتوهما افقا فيكون افقي ه ر ا ب ج مختلفين في الطول فقط يكون مكث الكواكب المذكورة فوقهما متساويا ويكون افقي ه د ر م ه ر مختلفين في العرض فقط يكون مكثها فوق افق ه د ر اكثر مما يكون فوق م ه ر فاذن مكث الكواكب المذكورة فوق افق ه د ر اكثر مما يكون فوق افق ا ب ج وبمثله يتبين عكسه فيما يدور بين ه ز ح وبين اعظم الدوائر الابدية الخفاء وذلك ما اردناه

ى الذين مساكنهم تحت القطب الشمالي فالشمس تقيم فوق افقهم اكثر من ستة اشهر وتحته قريبا من ستة اشهر ويكون نهارهم اكثر من سبعة اشهر وليلهم قريبا من خمسة اشهر ولتكن نصف نهارهم على كرة الكل دائرة ا ب ج وعلى الارض دائرة د ه ز ومحور الكرة ب ج والقطب الشمالي ج والمسكن ز وقطر معدل النهار ا ح وهي افقهم وقطر المدارين المنقلبين ط ك ل م والمداران ط ك ل م وفلك البروج الذي ... والنصف الابدي الظهور ... والابدي الخفاء ... ولان الشمس تسير قوس ... في مائة وسبعة وثمانين يوما وقوس ... في مائة وثمانية وسبعين يوما





ويبقى يوم يكون مكث الشمس فوق الارض اكثر من ستة اشهر وتحتها قريبا
منها ولكن كل واحد من اقح ح ف نصف برج فظاهر ان الشمس اذا كانت
عند نقطة ع كان اخر زمان رؤية الكواكب واذا كانت في نقطة ق
كان اول زمانها فما دامت الشمس على قوس ع اقح ف يكون ضوءها ظاهرا
في مسكن د وما دامت على قوس ف ع يكون الظلمة ظاهرة ولذلك يكون
ما النهار اطول من سبعة اشهر والليل قريبا من خمسة اشهر وذلك ما اردناه ما
الذين مساكنهم مائلة الى الجنوب عن القطب الشمالي اعني يكون ذات عرض
في الشمال اقل من ربع الدور واكثر من تمام الميل كله فالشمس تقيم فوق افقهم
زمانا اقل من زمان مقامها فوق افق الذين مسكنهم تحت القطب الشمالي ونهارهم
اقصر من نهار الكائنين تحت القطب الشمالي فلنعد الشكل المتقدم ولكن المركز
ونفرض مسكنا كما وصفناه ح ق ونصل ز ق ونخرجه الى ش ونخرج من ز عمودا على ز ش
وهو ز ت فتكون الدائرة التي قطرها ت ز ت و ز عمودا عليها افقا لمسكن ق
ونرسم على ت قوسا موازية لمداري المنقلبين وهي ت ح فلان افق مسكن ق
ومدارت ح تقطعان قوسي عظيمة ا س ح على نقطة ت وهي مارة باقطابها



فيلزمان

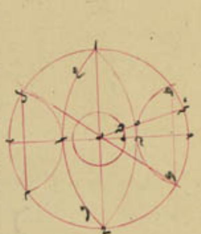
١١

فهما يكونان متماسين على نقطة ت ولذلك تكون دائرة ت ح اعظم الابدية
الظهور في افق ق فقوس ح ق ف من فلك البروج ابدية الظهور في مسكن ق وكانت
قوس اقح ابدية الظهور في مسكن د الذي هو تحت القطب الشمالي فاذن
الشمس تقيم فوق افق مسكن ق اقل مما تقيم فوق الكائنين تحت القطب الشمالي
والية لكن كل واحدة من اقح ح ف ح ق نصف برج ويكون كذلك زمان
نهار الكائنين تحت القطب الشمالي ما تسير فيه الشمس قوس ع اقح ف وزمان
نهار مسكن ق ما تسير فيه الشمس قوس اقح ولذلك يكون نهار مسكن ق اقل
من نهار الكائنين تحت القطب الشمالي وذلك ما اردناه ما الذين مساكنهم بب
تحت مدار بعده عن القطب الظاهر مساو للميل كله فالشمس في المنقلب
الصيفي تقيم فوق افقهم زمان نهار بليلته ويكون نهارهم في ذلك الوقت
شهرا واحدا واما في المنقلب الشتوي فالشمس تقيم تحت افقهم زمان نهار
بليلته واما النهارات تكون لها الليالي لها كل سنة فلنعد الشكل ونفصل
بهما ح شر مساوية لقوس ا د ونصل د ش فيكون ش سمت رأس مسكن ق
وهو الذي وصفناه ونصل ش ه ز د ونبين ان ه ز خط مستقيم وانه قطر

بان نقول ان ج ز و الز ابيدا
نقطة خط مستقيم و

١٢

واوفق مسكن ق وان افق مسكن ق مماس مداري المنقلبين وان مدار
المنقلب الصيفي اعني ط ه ك اعظم الابدية الظهور في هذا الافق ومدار المنقلب
الشتوي اعظم الابدية الخفاء ولكون نقطة د من فلك البروج اعني المنقلب
الصيفي ابدا ظاهر تقيم الشمس اذا يوما بليلتها فوق الارض ولكون نقطة
ت خفيا ابدا تكون الشمس هناك يوما بليلتها تحت الارض ونفصل كل واحد
من ح ق ه ف نصف برج فيكون ضوء الشمس زمان كونها على قوس
ع ح ف ظاهرا في افق ق فيكون النهار حينئذ قريبا من شهر وظاهر ان لبا في
النهارات لا الليالي لها كل سنة وذلك ما اردناه تم كتاب
المساكن بعون الله الملك المنان



[illegible]

كتاب معرفة مساحة الاشكال البسيطة

بسم الله الرحمن الرحيم

هذا الكتاب معرفة الاشكال البسيطة والكرية لبني موسى محمد والحسن واحمد ثمانية عشر شكلا
صدر الكتاب الطول اول الاقدار التي تعم الاشكال وهو ما امتد على استقامة في الجهتين
جميعا فانه لا يكون منه الا طول فقط فاذا امتد السطح اعتراضا في غير جهة الطول ولو كان
كذلك لما كان السطح ذا طول وعرض فقط ولكان العرض طولا ايضا لان العرض عندهم
خط والخط طول وقد احكم ذلك اقليدس حيث قال الخط طول فقط والسطح طول وعرض فقط
واما السمك فهو امتداد في غير جهتي الطول والعرض والذين يظنون ان العرض
خط يظنون ايضا ان السمك خط وبيان خطائهم في ذلك يسير وهذه الاقدار الثلثة تكون
عظم كل جسم وانبساط كل سطح والعادة في تقدير كمياتها انما تبين بالقياس الى الواحد
المربع والواحد المجسم والواحد المربع الذي به يقاس السطح هو سطح طوله واحد وعرضه
واحد وزواياه قائمة والواحد المجسم الذي به يقاس المجسم هو جسم طوله واحد وعرضه واحد
وسمكه واحد وقيام بعض سطوحه على بعض على زوايا قائمة فان المقدار الذي به تقدر السطوح

والاجا

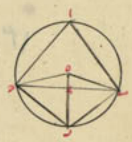
١٣

والاجسام يحتاج الى ان يتميز بعضها من بعض عند التضعيف الى ما لا يشترك في خلقه شيئا
الا ما عينه ويحتاج مع ذلك الا ان يكون تميزها الا عينه التقدير بما لم يثبت عينه سهلا
والاشياء ابلغ في سهولة ذلك التمييز ان يكون حكم الذي به يقدر في افراده وفي تضاعيفه
حكما واحدا لكون المؤنة في تميز ما قدر بما لم يقدر في جميع الاحوال واحدة وليس يوجد
في شيء من الاشكال الا في المربع فانه اذا اضعف انما يتغير كميته بان يكون مربعا باقيا واعظم الاشكال
المربعة احاطة هو القائم الزوايا فهذا هو العلة في جعل ذلك معيارا دون غيره **الاشكال**



١ كل مضلع يحيط بدائرة فسطح نصف قطر تلك الدائرة في نصف جميع اضلاع ذلك المضلع هو
مساحته فليحط بشكل ا ب ج دائرة ه ج ر التي مركزها ه ونصف قطرها ه ج ونصل ه ا ه ب
ه ج فظاهر ان ه ج عمود لمثلث ه ا ب وان سطح ه ج في نصف ا ب هو مساحة مثلث
ه ا ب وكذلك الحكم في مثلثي ه ب ج ه ج ا فاذن نصف قطر الدائرة في نصف جميع الاضلاع
هو مساحة مثلث ا ب ج وبعين مثل ذلك ان كل مجسم يحيط بكرة فان تضعيف نصف قطر الكرة
في ثلث مساحة سطح المجسم المحيط بها هو تكسير المجسم وهو اعظم من تكسير الكرة اقول هذا انما يتبين
بتوهم قسمة المجسم بمخروطات رؤوسها مركز الكرة وقواعدها قواعد المجسم ويكون نصف
قطر الكرة اعمدة على قواعدها فتكون مساحة تلك المخروطات ب كل مضلع تحيط به فسطح

في دائرة

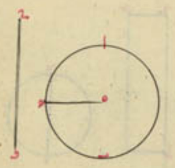


نصف قطر الدائرة في نصف جميع الاضلاع اقل من مساحة الدائرة فلنحط دائرة اب ج
بمثلث وليكن المركز ه ونصل ه ب ه ج وليكن ه د عمودا على ب ج ونخرجه الى ز ونصل
ب ز فسطح ه ز في نصف ب ج يكون مساحة مثلث ه ب ج وهو اقل من مساحة قطاع
ه ب ز ج واعظم من مساحة مثلث ه ب ج وبمثله يتبين في الكل ويتبين ان مساحة الدائرة
اعظم كثيرا من مساحة مثلث اب ج ويعلم من مثل ذلك ان المجسم الذي تحيط به كرة يكون تضعيف
نصف قطر الكرة بثلث سطح المجسم اقل من مساحة الكرة ج اذا كان خط محدود ودائرة
فان كان الخط اقصر من محيطها امكن ان نعمل في الدائرة شكلا مضلعا تحيط به الدائرة
ويكون جميع اضلاعه اطول من ذلك الخط وان كان الخط اطول من محيطها امكن ان نعمل
على الدائرة مضلعا يحيط بالدائرة ويكون جميع اضلاعه اقصر من ذلك الخط فلتكن الدائرة
اب ج والخط د ه وهو اقصر اولا من محيط اب ج وليكن محيط دائرة ه ز ح مثل خط د ه



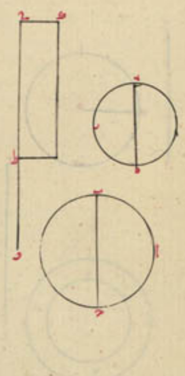
فاذا عملنا في دائرة اب ج مضلعا لا يماس محيط ه ز ح كان جميع اضلاعه اطول من محيط
ه ز ح اعني من خط د ه ثم لتكن الدائرة ه ز ح وخط د ه اطول من محيطها وليكن محيط اب ج
مثل خط د ه واذا عملنا في دائرة اب ج مضلعا لا يماس محيط ه ز ح كان جميع اضلاعه
اقصر من محيط اب ج اعني من خط د ه ثم اذا عملنا على دائرة ه ز ح مضلعا يماسها شبيه

المضلع المذكور



١٤ المضلع المذكور كان جميع اضلاعه اقصر كثيرا من خط د ه وذلك ما اردنا اقول
هذا مبني على وجود دائرة يساوي محيطها خطا مفروضا وهذا مما لم يتبين بعد د كل دائرة
فسطح نصف قطرها في نصف محيطها مساو لمساحتها فلتكن الدائرة اب ج والمركز ه ونصف
القطر ه ج فان لم يكن سطح ه ج في نصف محيط اب ج مساويا لمساحة الدائرة كان
سطح ه ج في خط اما اطول من نصف محيط اب ج او اقصر منه مساويا لمساحتها وليكن
اولا المساوي لها سطح ه ج في خط اقصر من نصف محيط اب ج وليكن ذلك الخط ح ز
فضعف ح ز اقصر من محيط اب ج فيمكن ان نعمل في دائرة اب ج مضلعا يكون جميع
اضلاعه اطول من ضعف ح ز ونصفه اطول من ح ز ويكون نصف قطره ه ج في نصف
جميع اضلاع ذلك المضلع اصغر من مساحة الدائرة فسطح ه ج في ح ز اقل من مساحة الدائرة
كثيرا وكان مثلها هذا خلف ثم ليكن المساوي لمساحتها سطح ه ج في خط اطول من نصف محيط
اب ج وليكن ذلك الخط ح ز وضعف ح ز اطول من محيط الدائرة وقد يمكن ان نعمل
على دائرة اب ج مضلعا يكون جميع اضلاعه اقصر من ضعف ح ز ونصفه اقصر من ح ز
ويكون سطح نصف قطره ه ج في نصف جميع اضلاعه اعظم من مساحة الدائرة فسطح ه ج في ح ز
اعظم كثيرا منها وكان مثلها هذا خلف فاذن سطح ه ج في نصف محيط اب ج مساو لمساحة

دائرة اب ج وذلك ما اردنا وقد بان منه ان سطح نصف القطر في نصف اي قوس
تفرض يكون مساويا لمساحة القطاع الذي يحيط به ذلك القوس ونصفا قطرين يمران بطرفيها
ه نسبة قطر كل دائرة الى محيطها واحدة فلتكن دائرتا اب ج ه ز ح وليكن ب ج قطر
اب ج و ه ح قطر ه ز ح فان لم يكن كذلك فلتكن نسبة ب ج الى محيط اب ج كنسبة ه ح



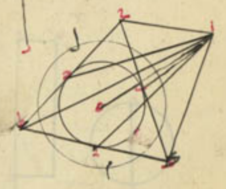
الى ح ط و ح ط اما اطول من محيط ه ز ح او اقصر منه ونجعله اولا اقصر منه ونصف
ه ح في ح ط وليكن عمود ح ك على ه ح مساويا لنصف ه ح وتمم سطح ح ك ط فسطح ح ك ط اصغر
من مساحة دائرة ه ز ح ولكن نسبة ب ج الى ح ط كنسبة نصف ب ج الى نصف محيط
اب ج وسطح ب ج في ح ط هو سطح ح ك ط وسطح نصف ب ج في نصف محيط اب ج هو سطح
دائرة اب ج فنسبة سطح ح ك ط الى دائرة اب ج كنسبة ح ك اعني نصف ه ح الى نصف
ب ج مثناة وهي نسبة ه ح الى ب ج مثناة وقد بين اقليدس ان نسبة ه ح الى ب ج مثناة
كنسبة دائرة ه ز ح الى دائرة اب ج فنسبة سطح ح ك ط الى دائرة اب ج كنسبة دائرة
ه ز ح اليها فسطح ح ك ط مساو لدائرة ه ز ح وكان اصغر منها هذا خلف فليس خط ح ط اقصر
من محيط ه ز ح وبمثل هذا التدبير يتبين انه ليس اطول منه فاذن نسبة ه ح الى محيط ه ز ح
كنسبة ب ج الى محيط اب ج وكذلك في كل دائرتين غيرهما وذلك ما اردنا ح كل نقطة في داخل

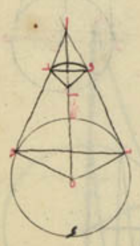
كرة



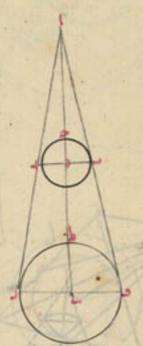
١٥ كرة يخرج منها اربعة خطوط متساوية الى سطح الكرة ولا تقع على نقط ليست في سطح واحد
مستقيم فهي مركز الكرة فلتكن الكرة اب ج د ه والنقطة الداخلة ز والخطوط الاربعة
منها الى سطح الكرة خطوط ز ب ز ج ز د ز ه وهي متساوية وليست في سطح واحد لكن
لان كل ثلث نقط فهي في سطح واحد لما تقرر في كتاب اقليدس فنمرر على نقط ب ج د
دائرة ب ج د وعلى نقط ج د ه دائرة ج د ه ونخرج من ز على سطح دائرة ب ج د عمود
ز ح فيقع على مركز دائرة ب ج د لانا اذا وصلنا خطوط ب ح ج ح د ح كانت متساوية
لتساوي خطوط ز ب ز ج ز د واشتراك ز ح وكون الزوايا التي عند ح قائمة ولان
دائرة ب ج د على سطح كرة اب ج د ه وخرج من مركزها عمود ح ز فهو يمر بمركز الكرة
على ما تبين في اشكال كتاب الاكر لثاوذوسيوس وبمثل ذلك يتبين ان العمود الخارج
من مركز دائرة ج د ه يمر بمركز الكرة والعمودان لا يلتقيان الا عند ز فز مركز الكرة
وذلك ما اردنا ط كل مخروط مستدير قائم فسطح الخط الواصل بين رأسه واي نقطة
فرضت على محيط قاعدته في نصف محيط قاعدته يساوي سطحه المستدير فليكن المخروط
اب ج د ورأسه ا ودائرة قاعدته ب ج د ومركزها ه ومحوره ا ه وهو عمود على سطح
القاعدة حتى يكون المخروط قائما ونصل اب فسطح اب في نصف محيط ب ج د هو مساحة

السطح المستدير المحيط بالمخروط والا فليكن اب في خط اطول من نصف المحيط اولا وليكن
ذلك الخط د ر ونعمل في محيط ب ح د مضلعا يكون جميع اضلاعه اقصر من ضعف د ر
وهو مضلع ح ط ك ويماس الدائرة على نقطات ح ط ك ونخرج خطوط ا ح ا ط
ا ك ونصل ا ح ا م فتكون خطوط ا ح ا م المتساوية اعمدة على اضلاع ح ط ك
لان ا ه عمود على سطح دائرة ب ح د والخطوط الواصلة بين مركزها ونقط التماس
اعمدة على الاضلاع ولذلك يكون سطح ا ب في نصف جميع الاضلاع مساويا لسطح المضلع
المحيط بالمخروط المستدير وهو اعظم من سطح المخروط المستدير ونصف جميع الاضلاع
اقصر من خط د ر وكان سطح اب في د ر هو سطح المخروط المستدير فسطح المستدير اعظم
مما هو محيط به هذا خلف ثم ليكن د ر اقصر من نصف المحيط واب في د ر هو سطح المخروط
المستدير وليكن اب في نصف محيط س ق ي الذي هو اعظم منه مساويا لسطح المخروط المستدير
قاعدته دائرة م ل وليكن ... دائرة م ل ذا اضلاع وزوايا متساوية غير
مماسة لدائرة ب ح د ونخرج من زواياه الى ا خطوطا فيكون السطح المحيط بالمجسم الذي
افكك سطح المخروط المستدير الذي قاعدته م ل فيكون المخروط محيطا به ولكن سطح خط
ب ح من ا الى منتصف احد اضلاع الشكل الذي لا يماس دائرة ب ح د في نصف





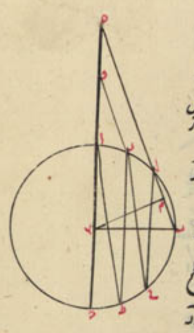
١٤ اضلاعه هو مثل ذلك المجسم والخط الخارج من ا الى منتصف ذلك الضلع اطول من خط ا ب
ونصف اضلاع الشكل اطول من نصف محيط دائرة ب ح د فسطح المخروط المستدير
الذي قاعدته م ل اصغر من سطح المجسم الذي في داخله هذا خلف فاذن سطح ا ب
في نصف دائرة ب ح د مساو لسطح مخروط ا ب ح د وذلك ما اردنا ي كل مخروط
مستدير قاعدته دائرة وقد فصله سطح مواز لقاعدته كان ذلك الفصل دائرة
والمحور يمر بمركزها فليكن المخروط سهمه ا ه وقاعدته ب ح د ومركزها ه والسطح الفاصل
و ح ر والمحور ا ه وقد مر بنقطة ح من السطح الفاصل فليعمل على ب ح د نقطتي ت ه
على ان قوس ب ا اقل من نصف دائرة ونخرج ه ت ه ح ب ا ح ا ب ا ح فيحدث مثلث
ا ت ه يفصله و ح من السطح الفاصل ومثلث ا ه ح يفصله ر ح ومثلث ا ب ح يفصله
و ر ويحدث مثلث و ح ر ويكون اضلاعه موازية لاضلاع مثلث ب ه ح كل لنظيره
فكونان متشابهين ونسبة ب ه الى ه ح كنسبة و ح الى ح ر و ب ه ه ح متساويان وكل خط
يخرج من ح الى المحيط و ر فهو دائرة مركزها ح وذلك ما اردناه ما كل قطعة مخروط
مستدير قائم فيما بين دائرتين متوازيتين فاذا اخرج فيها قطران متوازيان ووصل بين
اطرافهما بخطين متقابلين كان سطح احد الخطين في نصف محيطي الدائرتين مساويا للسطح القطعة



المستدير فليكن القطع ب ح د وط ر قاعدتيها وط ر والاخرى التي في سهم المخروط
ب ح د وه ح من المحور يقع بينهما وهو عمود على الدائرتين ونخرج قطرا ب د ور مو متوازيين
وليوصل بينهما ب ر د فنقول فسطح ب ر في نصف دائرتي ب ح د وط ر هو السطح
المستدير المحيط بالقطعة فليتم المخروط الى الراس وهو ا ونخرج ح ه الى ا وكذلك
وتسار ر ومعلوم ان سطح ا د في نصف محيط وط ر هو سطح جميع المخروط وسطح ا ب
في نصف محيط ب ح د هو سطح مخروط ا ب ح د وفضل الاول على الاخر هو السطح المستدير
المحيط بالقطعة وذلك هو سطح ب ر في نصف محيط وط ر مع سطح ا ب في فضل نصف
محيط وط ر على نصف محيط ح ر وسطح ا ب في فضل نصف محيط وط ر على نصف محيط
ب ح د مساو لسطح ب ر في نصف محيط ب ح د لان النسبة ا ب الى ب ر كنسبة نصف دائرة
ب ح د الى فضل نصف دائرة وط ر على نصف دائرة ب ح د وذلك ما اردناه
وقد يعلم من ذلك ان خطي و ت ب ا ان كانا متوازيين كيف كان اتصالهما على استقامة
او غير استقامة فان تضعيف احدهما بنصف دائرة وط ر وبدائرة ب ح د هو
سطح المجسم الذي راسه ا وقاعدته دائرة وط ر ومن ههنا يعلم ايضا انه ان كان قطع كرة
من مخروطات او سطحين مركب بعضها على بعض وكان اخذ سطح القطعة المستقيمة هو قاعدة

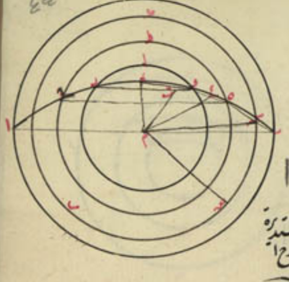
القطعة

١٥ القطعة التي فوقها وكان سهم القطعة العليا من القطع نقطة وكانت جميع القواعد متوازية
والخطوط الخارجة من جميع القطع من قواعدها الى اعاليها مستقيمات متساويات فان سطح
احد تلك الخطوط في نصف محيط قاعدة السفلى وفي جميع محيطات قواعد سائر القطع التي
فوقها هو سطح المجسم المركب منها جميعا سوا كانت سطوح القطع متصلة على استقامة
او على غير استقامة ب ليكن ا ب ح د دائرة قطرها ا ح ومركزها ه وقد قام عمود
منه على القطر وتنقسم ربع ا ب بقسمين متساويين كم كانت وهي ا ر ر ل ل ب ونخرج و ر
ب ل وننفذها ونفذ قطر ا ح الى ان يلتقيا على ه ونخرج من نقطتي ر ل د ر ر ل ح موازيين
لقطر ا ح فاقول ان خط ه ح يساوي نصف قطر ا ح وترى ر ل ح جميعا فنخرج ط ا ح ر
وننفذ ح ر الى ان يلقى ه ح على ق ومثل ذلك تبين ان كانت الاقسام اكثر فخطوط ه ط ر
ح ل وخطوط ط ا ح د ب ه متوازية لان قوسي ط ح ح ت متساويتان لقوسي ا ر ر ل فسطح
ط ا ور متوازي الاضلاع وط ر مثل ا و وبمثل ذلك ح ل مثل د ه فه مثل ط ا ط ر
ح ل جميعا وذلك ما اردناه وان اخرج ه م عمودا على و ر ب ل كان سطح نصف ب ل
في ه م اصغر من مربع نصف القطر واكبر من مربع ه م وذلك لان مثلثي ه ت ب ه م
متشابهان لكون زاويتي م ه ت ه م ت قائمتين وزاوية ت مشتركة ونسبة ت ب الى ه م



كـ ب ه تو لا ده ف ب ٥ اعنى نصف سطح آ في ده مساو لب آ ي م ٥ واصغر من مربع ساق
واعظم من مربع ١ و فاذن نصف سطح آ في نصف القطر و في و ر ى ط و ح ل جميعا اكثر
اصغر من مربع نصف القطر واعظم من مربع لو ٥ فنعمل دائرة يخرج قطر فيها وننصف النصف
ونقسم احد الربعين باقسام متساوية كم كانت ونخرج من نقط الاقسام اوتارا في الدائرة موازية
للقطر كان سطح نصف و ترا احد تلك الاقسام في نصف القطر وفي جميع الاوتار اصغر
من مربع نصف القطر واعظم من مربع العمود الخارج من المركز الى تلك احد اوتار تلك
الاقسام وذلك هو المطلوب لح اذا وقع في نصف كرة مجسم يحيط به نصف الكرة وكان
المجسم مركبا من مخروطات مستديرة كم كانت وكان اعظم سطح كل قطعة قاعدة القطعة التي
فوقها و قاعدة القطعة السفلى هو قاعدة نصف الكرة ولرؤوس المخروطات على نقطة قطب نصف
الكرة وكانت القواعد متوازية والخطوط الاربعة من قواعد القطع الى اعاليها مستقيمة
متساوية ثم وقع في المجسم نصف كرة يحيط به المجسم قاعدتها دائرة في سطح قاعدة نصف
الاول كان السطح المحيط بالمجسم اصغر من ضعف قاعدة نصف الكرة الاول واعظم من نصف
قاعدة نصف الكرة الثانية فلتكن نصف الكرة ا ب د وقاعدتها عظيمة ا ب ج وقطبها د
وليكن فيه مجسم ما وضعنا مركب من ثلث قطع او لها من تقع من دائرة ا ب ج الى دائرة ط ح

٢ دب ٥

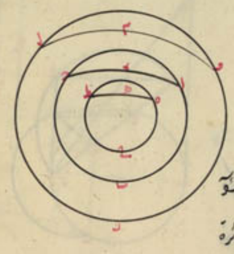


18

والثانية من تقع منها الى دائرة و ل ر والثالثة من تقع منها الى نقطة د نقول فالسطوح المستديرة
المحيط بهذا المجسم جميعا اصغر من ضعف سطح دائرة ا ب ج فلنخرج في نصف كرة ا ب ج د
نصف عظيمة تمر بالقطب وهي ا ه ت و نخرج قطرات للكرة ونصفها م و نخرج ح ه
ر و فهي متوازيات لات لانها فصول مشتركة بين عظيمة ا ه ت و الدوائر الثلثة
وهي قطرات دوائر ح ط و ر ل و نخرج خطوط ت ه ه ق د و من القواعد الى الاعالي
وهي متساوية بالفرض وسطح نصف واحد منها في نصف ا ت وفي ه ح و ر جميعا اصغر
من مربع نصف ا ت لما مر وايضا سطح واحد منها في نصف محيط دائرة ا ب ج وفي محيط
دائرتي ح ط و ر ل جميعا مثل السطح المحيط بالمجسم لما مر وسطح واحد منها في نصف محيط
دائرة ا ب ج وفي محيط دائرتي ح ط و ر ل جميعا اعني السطح المحيط بالمجسم وهو اقل
من ضعف الحاصل من ضرب مربع نصف ا ت في ما اذا ضرب في القطر حصل المحيط
ومربع نصف ا ت في ما اذا ضرب فيه القطر هو مساو لسطح الدائرة لان ضرب نصف
ا ت في ما اذا ضرب فيه القطر حصل المحيط هو نصف المحيط وضربه مرة اخرى في نصف
ا ت هو سطح الدائرة فالسطح المحيط بالمجسم اقل من ضعف سطح دائرة ا ب ج ثم
نرسم في مجسم ا ب ج د نصف كرة يحيط به المجسم ولكن سطح قاعدته دائرة في سطح

دائرة ا ب ج وليكن اصغر منها ونصف خطوط ت ه ه ق د و على نقط ي ع ف و نصل م ي
م ع م ف وهي متساوية لانها اعمدة من المركز على اوتار متساوية و نرسم على مركز م
وبعد م ي في سطح دائرة ا ب ج دائرة ك ص س و نخرج في سطح هذه الدائرة خط
م ص و ليس هو في سطح دائرة ا ه ت و لان خطوط م ي م ع م ف م ص الاربعة
المتساوية التي ليست في سطح واحد خرجت من نقطة م الى محيط الكرة الا انه يكون م
مركزا لها وم ي نصف قطرها و دائرة ك ص س قاعدة لها ومربع م ي اصغر من سطح
نصف ت ه في نصف ا ت وفي ه ح و ر جميعا فمربع م ي في المقدار الذي اذا ضرب
فيه القطر حصل المحيط اعني سطح دائرة ك ص س اصغر من سطح نصف ت ه في نصف
ا ت وفي ه ح و ر جميعا ثم الحاصل في المقدار الذي اذا ضرب فيه القطر حصل المحيط
اعني نصف سطح المجسم المحيط بنصف الكرة الداخل فجميع سطح المجسم اعظم من ضعف سطح
دائرة ك ص س وذلك ما اردنا يد سطح نصف الكرة المستدير ضعف سطح الدائرة
العظيمة التي هي قاعدته فليكن ا ب ج د نصف كرة و دائرة ا ب ج عظيمة تقع فيها
وهي قاعدته و د قطبها فان لم يكن ضعف سطح دائرة ا ب ج مساويا لسطح نصف الكرة
فليكن اولا اصغر منه وليكن مساويا لسطح نصف كرة اصغر من نصف كرة ا ب ج د وهو نصف

وفي ط ك



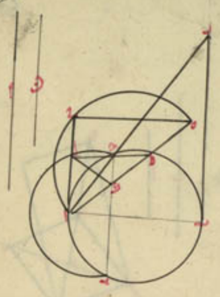
19

و ح ط ك فاذا عملنا في نصف كرة ا ب ج مجسما كما وصفنا قاعدته دائرة ا ب ج ولا يلقى
نقطة د بحيث لا يماس نصف و ح ط ك كان سطحه اصغر من ضعف سطح دائرة
ا ب ج واعظم من سطح نصف كرة و ح ط ك ضعف سطح دائرة ا ب ج المساوي لسطح
نصف كرة و ح ط ك اعظم كثيرا منه هذا خلف ثم ليكن ضعف سطح دائرة ا ب ج اعظم
من سطح نصف كرة ا ب ج د وليكن مساويا لسطح نصف كرة و ر ل م ونعمل فيه مجسما كما
وصفنا غير مماس لنصف كرة ا ب ج د فيكون سطح المجسم اعظم من ضعف سطح دائرة
ا ب ج لما مر ومن سطح نصف كرة و ر ل م اعظم من سطح المجسم لكونه محيطا فسطح نصف كرة
و ر ل م اعظم كثيرا من سطح دائرة ا ب ج وكان مثله هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك
ما اردناه وقد تبين منه ان سطح الكرة اربعة امثال سطح اعظم دائرة تقع فيها يه كل كرة
فان الحاصل من ضرب نصف قطرها في ثلث السطح المحيط بها مساو لعظمها فليكن الكرة
ا ب ج د ونصف قطرها م ت فان لم يكن م ت في ثلث سطح كرة ا ب ج د عظمها فليكن
اولا اصغر من عظمها وليكن م ت في ثلث سطح كرة اعظم من كرة ا ب ج د مساويا لعظم
كرة ا ب ج د مثل كرة و ر ل م وليكن مركزاهما واحدا ونعمل على كرة ا ب ج د مجسما كما وصفنا
لا يماس كرة و ر ل م فيلزم مما مر ان م ت في ثلث سطح المجسم يساوي المجسم ويكون ا



مركزه ا ب ه د ويلزم منه ان يكون ثلث سطح المجسم اعظم من ثلث كره د ر ك م المحيط به
هذا خلف ثم ليكن هو اصغر من ثلث سطح كرة ا ب ج د اعظم من عظمها وليكن هو مساو لثلث
سطح كرة اصغر من كرة ا ب ج د كرة ه ح ط ك مساو بالعظم كرة ا ب ج د وفعل في كرة
ا ب ج د مجسما كما وصفنا بحيث لا يماس كرة ه ح ط ك ويجب حينئذ ان يكون ثلث
مساحة سطح المجسم اصغر من مساحة كرة ا ب ج د فلث سطح ه ح ط ك اعظم من ثلث سطح
المجسم المحيط به هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردنا د ونريد ان نجد مقدارين يقعان
بين مقدارين مفروضين يتوالى الاربعة على نسبة واحدة وعلم ذلك نافع لطلاب الهندسة
وبه يعرف ضلع المكعب وذلك انا اذا عرفنا مقدارين يقعان بين الواحد والمكعب
على نسبة واحدة يكون ثانيهما جانب الواحد ضلع المكعب وهذا العمل لرجل من العلماء
اسمه ما لاوس اورده في كتاب له في الهندسة ونحن نصفه ليكن المقداران خطي ا ب ج
وليكن ج اعظم من ب و نرسم دائرة ا ب ج د ونجعل قطرها د ا مساويا لـ ج و نخرج فيها
وتر ا ح مساويا لمقدار ب و نخرج من ب عمودا على ا ب و نخرج ا ح حتى يلقاه على ر
ونقيم على قوس ا د ب نصف اسطوانة مستديرة قائمة حتى يكون اضلاعها اعمدة
على سطح دائرة ا د ب ونديرها على خطا ا ب نصف دائرة يقوم سطحها على سطح ا ب ج على زوايا

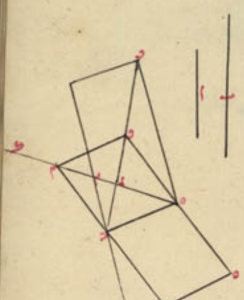
فنخ



٢٠ قائم ويبقى قوس ا ح ه ونثبت نقطة ا من قوس ا ح ه في موضعها كالمركز وندير
قوس ا ح ه على مركز ا بحيث يكون سطحها في جميع دورانها قائما على سطح ا ب ج على
قائم ليكون ا ح ه القائم على قوس ا د ب ونثبت خطا ب كالمركز وندير مثلث
ا ر ب على محور ا ب حتى تقاطع سطح نصف الاسطوانة ونرسم نقطة ح من خط ا ر
في دورانه نصف دائرة ح ح ك قائمة على سطح ا ب ج قائم ونرسم على الموضع الذي
يلقى فيه خط ا ر فصل مشترك سطح الاسطوانة نقطة ح ونثبت قوس ا ح ه من مدارها
عند نقطة ح و نخرج خط ا ح ه ونرسم حيث يلقى خط ا ح قوس ح ع ك نقطة ل
و نخرج من نقطة ح عمودا على سطح دائرة ا ب ج وهو خط ح ط و نخرج ا ل ح وهو عمود على
سطح دائرة ا ب ج لانه فصل مشترك لسطح مثلث ا ح ه ولنصف دائرة ح ع ك
القائمين على سطح ا ب ج و نخرج خط ل ط و نبين انه عمود على ا ل لان سطح ح ط ل
مثل مربع ل ط ولكن ضرب ح ط في ط ك مثل ضرب ط ك في ط ا فضرب ط ك
في ط ا مثل مربع ل ط فزاوية ط ل ا قائمة وقد تبين ان الزاوية ا ح ه قائمة لانها
في نصف دائرة ا ح ه وان الزاوية ا ط ح قائمة لان ح ط عمود على سطح دائرة ا ب ج
وخط ا ط في سطح دائرة ا ب ج وان الزاوية ا ل ط قائمة لما مر فمثلثات ا ح ه ا ط ح

ا ل ط في كل واحد منها زاوية قائمة وزاوية حادة مشتركة فهي متشابهة فنسبة ه ا
الى ا ح كنسبة ا ح الى ا ط وكنسبة ا ط الى ا ل ولكن خط ا ح مثل مقدار ج وخط
ا ل مثل مقدار ب فقد وقع بينهما مقداران ا ح ا ط والاربعة على نسبة وذلك ما
اردناه وان الاشياء التي استعملها مالاوس وان كان صحيحا فهي مما لا يمكن
ان يفعل واما ان يكون عسرة جدا فطلبنا لذلك وجها اسهل فليكن المقداران ا ب
وخط ح د مثل ا و نخرج عليه عمود ده مثل ب ونصل ح ه ونخرج ح د ه د الى ا
و نخرج من ه عمودا على ه ح الى ان يلقى ح د على ق ونخرج من ح خطا موازيا لـ ه ق الى ان يلقى
ه د على ج ونخرجه الى ان يصير ج ق مثل ه ق ونتوهم ان خط د ه يتحرك من ناحية
نقطة ق الى ناحية نقطة ق ويكون طرفه الذي عند ق غير مفارق في حركته لخط د ق ويكون
ويكون الخط في الحركة لا يزال يمر على نقطة ه من خط ح ه كما اذا تحرك خط ده كما وصفنا
فحيث كان طرفه من خط د ق فان كان خط ده في تلك الحال مبتدئا استقامته ما بين نقطة
طرفه وبين نقطة ه من خط ح ه ثم نرسم على الممدود منه استقامة خط ه ر ونتوهم ان
خط ج ح يتحرك من ناحية نقطة ج الى ناحية نقطة ك ويكون طرفه الذي عند ج غير مفارق في حركته
لخط ح ك ويكون خط ج ح في حركته لا يزال مارا على نقطة ج من خط ه ج كما وصفنا من حركة

خطاده



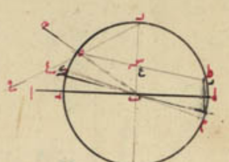
٢١ خط ده ونتوهم ان خطي ده ح ج في حركتهما متوازيان ونتوهم ان على طرف خط ده على نقطة
ه خطا قائما على خط ده على زوايا قائمة مثبتا معه في حركته ولا نجعل لهذا الخط
غاية محدودة لكن هذا الخط لا يزال يقطع خط ح ج عند تحرك خطي ده ح ج فاذا
تحرك خطا ده ح ج وكانا في حركتهما متوازيين ولزم طرفاهما خطي د ق ح ك كما وصفنا
فلا محالة ان الخط القائم على خط ده على زاوية قائمة الذي يتحرك معه ويقطع خط ح ج سينتهي
الى نقطة ح فاذا انتهى الخط القائم على ده الى ح ثبتنا هناك خطي ده ح ج وخططنا خط ح ج
ق م ومعلوم ان خط ه ح يقوم على كل واحد من خطي ده ح ج على زاوية قائمة لانه هو الخط
الذي جعلناه يقوم على خط ده على زاوية قائمة ويتحرك معه حتى ينتهي الى نقطة ح فاقول
ان خطي ق م ه ق بين مقداري ح ق ده على نسبة ح ق الى ق م كنسبة ق م الى ه ق وكنسبة ه ق
الى ده برهانه ان خطي ده ح ج متوازيان متساويان وزاويتي ده ح ه ح ج قائمتان فخط
ه ح مساو لخط ح ج وكل واحد من زاويتي ه ق ح ق م ح قائمة ولكن ق م عمود على خط ه ق
وخط ق م عمود على خط ه ح فنسبة خط ح ق الى ق م كنسبة ق م الى ه ق وكنسبة ه ق
الى ده ولكن خط ح ق مثل ا وخط ده مثل ب فخطا ق م ه ق وقعا بين ا ب وانها
على نسبة وذلك ما اردناه وقد يمكن وجود ذلك بالفعل سهلا بجعل مكان خط ده

القائم على ه ز سطرة وبجعل مكان ه ز سطرة اخرى ويتقاطع مع سطرة ه د قطب
عند نقطة ه مثبتة في موضعه وسطرة ه د يدور عليه ونخرج خط ح ز القائم على ه ز
على زاوية قائمة الى نقطة ح ونجعل ح ح مثل ه د ونصير مكان خط ح ح سطرة يتقاطعها مع
سطرة ه د قطب عند نقطة د مثبتة في موضعه وسطرة ح ح يدور عليه كيما يكون
سطرة ه ز ثابتة لا يتحرك فسطرتا ه د و ح ح يدوران على قطبي ه ح ونمد سطرة ه ز فيما بين
نقطتي د ح ينتظمهما مع سطرة د ه قطب عند نقطة د ومع سطرة ح ح قطب عند
نقطة ح ويكون هذان القطبان مرسلين غير مثبتين كيما يدور المثلث اعني مثلث
ه د ح ح ح ح على سطرة ه ز المثبتة على نقطتي ه ح ونجعل في ظهر سطرة ه د شظية في قعر
يجري على ظهرها في مجرى ونجعل وسط هذه الشظية مرضوفي على خط د ح ونجعل طولها مثل
طول سطرة ه د ونجعل في طرف هذه الشظية التي عند د قطبا يكون مركزه نقطة د
ونقيم من جنبتي د د سطحين يكون فصلاهما المشتركان مع فصل سطح ه ح موازيين لخط
د د ونجعل فيما بين السطحين ما يمسك القطب الذي في هذه الشظية ليكون اذا ادير
اضلاع مربع ه ح الثلثة على ضلع ه ز الثابتة تقرر القطب فيما بين السطحين ويبقى
مركز القطب في خط د د ونخرج طرف الشظية من نقطة ه متباعدا عنها مستقيما

الخط الذي

٢٢

الخط الذي فيما بين مركز القطب وبين نقطة د ونجعل في ظهره سطرة ح ح شظية اخرى
ويجري على ظهرها ونجعل ابتداء هذه الشظية عند نقطة د ومنتهاها عند نقطة ح كيما يكون
طول هذه الشظية مثل طول الشظية المركبة على سطرة ه د ونجعل في طرف هذه الشظية التي
عند د قطبا ونحتال فيه الحيلة التي وصفنا ليكون اذا اديرت اضلاع مربع ه ح الثلثة
على ضلع ه ز الثابتة يتحرك مركز هذا القطب على خط د د وفي طرف هذه الشظية من نقطة
د ثم تثبت في الشظية المركبة على سطرة ه د في طرفها الذي عند نقطة د شظية اخرى على زاوية
قائمة منها يتحرك معها ونجعل هذه الشظية تنتهي الى الشظية المركبة على سطرة ح ح وتقطعها
كيما اذا اديرت اضلاع مربع ه ح الثلثة على ضلع ه ز الثابت دائما وجب ان يكون
هذه الشظية الوسطى من الشظيتين لا محالة يقطع الشظية المركبة على سطرة ح ح عند طرفها
و ... لبر ان الذي قد ... في الخطوط ... في هذا الشكل معلوم ان المسطر والشظايا التي تجري عليها
اذا اثبت في هذا الموضع الذي انتهت فيه الشظية الوسطى الى طرف الشظية المركبة على
سطرة ح ح فقد تم ما اردنا ان نخرج فان ان نتمم بهذا الحيلة زاوية متساوية تثليثها
ا ف ... فلتكن الزاوية ا ب ح ولتكن اولا اقل من قائمة وناخذ من خط ب ا ب ح مقدارين
متساويين وليكن ب د ب ه ونرسم على مركز ب وبعد ب د دائرة د ه ل ونخرج خط د ل ونقيم



عمودا على ل د ونصل ه د ونخرجه الى ح الى غاية ونفصل ح ح مثل نصف قطر الدائرة
فاذا توهمنا ان ح ح يتحرك الى ناحية نقطة ل ونقطة ح لازمة للمحيط في حركتها وخط ح ح
في حركته لا يزال يمر على نقطة ه من دائرة ه ل ونقطة ح لا يزال يتحرك حتى تصير نقطة
ح على خط ل د وجب حينئذ ان يكون القوس التي بين الموضع الذي انتهت اليه نقطة ح
وبين نقطة ل هي ثلث قوس ه د والزاوية التي يوتر هذه القوس ثلث الزاوية ...
برهانه ليكن الموضع الذي انتهت اليه ح نقطة ط ونخرج ط ه يقطع ... على ... فخط
مساو لنصف قطر الدائرة فهو مساو ... ونخرج من المركز قطرا يوازي ط ه وهو ...
ونخرج ... فخط ... مساو ... وم ... موازي ... فهو عمود على ل د
عمود على ل د ولذلك يكون منصفا بالقطر ويكون ... مثل ... وقوس ... مثل ...
فهي مثل نصف ... وثلث ... والزاوية ... ثلث الزاوية ... وذلك ما اردنا
فتحرك بالحيلة المذكورة ح ح على ان يتحرك ح على المحيط لا يفارقه ولا يزال يمر خط ح ح
على نقطة ه حتى تقع نقطة ح على خط ل د ويتم المطلوب وان كانت الزاوية منفرجة
نصفناها وثلثنا النصف فيكون ثلثا ثلث المنفرجة حينئذ ان اضعف بعد ذلك تقريب
ضلع الكعب ليتطرق به عند الحاجة وتقريب في ذلك الوجه الذي لا تقريب امنع منه اعني اذا اردنا

ان يكون

٢٣

ان يكون ... وبين الحقيقة مثلا اقل من دقيقة او ثانية فرد ناحية والعدد الذي يراد ضلع المكعب
الى اجزائه ثوالث او سوادس او تواسع او غير ذلك ثم نطلب مكعبا مساويا لذلك
العدد ان كان والا طلبنا اقرب مكعب اليه واذا وجدناه حفظنا ضلعه فان كانت
الاجزاء ثوالث فهو وان كانت سوادس فهو ثوالث وعلى هذا القياس امر المكعب
ولكل وصفنا في كتابنا فانه من حق الاعرف المحيط من القطر فانه من عمل ارشميدس
والاعرف وضع مقدارين ... على نسبة واحدة فانه من عمل
... وسكل ذكره والحمد لله



[illegible]

٣ منظر اقليدس

بسم الله الرحمن الرحيم

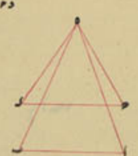
الحمد لله رب العالمين والصلوة والسلام على خير خلقه محمد وآله
اجمعين العين تحدث باستمداد من الاجرام النيرة
فى الجسم الشفاف المتوسط بينها وبين المبصرات كالهواء وما
شاكله شعاعا كما يحدثه الاجرام النيرة بعينه ويكون ذلك
الشعاع كانه منبعث من العين وخارج منها ثم انه يصير آلة لها
فى الابصار فيختلف احوال المناظر لاختلاف اوضاعه فلنصدق
بذلك ولنتوهم ذلك الشعاع متصلا بالعين على خطوط مستقيمة
ولتحدث سموتا مستقيمة لا نهاية لكثرتها والشكل الشعاعى
مخروط راسه على العين وقاعدته على المبصرات فالاشياء
التى يقع عليها الشعاع تبصر والتى لا يقع لا تبصر وما ابصر
بزاوية عظيمة ظهر عظيما وبالعكس وما ابصر من زوايا كثيرة

٢٤

ظهر كثيرا وما ابصر من زوايا متساوية ظهر متساوية اقول
ومما ينبغى ايضا ان يعلم قولنا اذا اختلف جهات الشعاع
علوا وسفلا ويمينا ويسارا رؤيت المبصرات مختلفة الجهات
بحسب ذلك وما يقع عليه الشعاع اكثر فهو اصدق رؤية
مما يقع عليه الشعاع اقل وما يقع عليه سهم المخروط الشعاعى
اصدق رؤية مما يقع عليه حوله لكون الشعاع الواقع عليه اكثر
واشد تراكما وما هو اقرب منه اصدق رؤية مما هو الابعد
ولذلك يقلب الناظر سهم المخروط ما نحو المقصد رؤيته اذا اراد
ان يحققه واذا انعطف الشعاع من جسم صيقلى كالمرآة
حدثت هناك زاويتان متساويتان يسمى احديهما زاوية
ا الشعاعى والاخرى زاوية الانعطاف ا لا يبصر المبصرات
الكثيرة جميعا معا بقصد واحد فليكن المبصرات اب وا ونخرج
والخطوط الشعاعية ح ا ح ه ح ء ح ب وليكن اول ما يقع
على اب شعاع ح ا وهو سهم المخروط الشعاعى ثم يقع ح ء



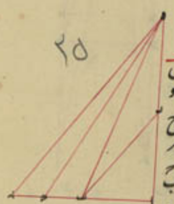
ثم ح ه ثم ح ر ثم ح ب فقدار ا ء يبصر قبل مقدار ء ه لكونه اقرب
فى الوضع الموقع الاول وكذلك ه ء قبل ء ر و ه ر قبل ر ب
فليس يبصر جميع اب معا لكن يظن ذلك بسرعة لمحة البصر
ب وانتقاله وذلك ما اردناه ب اقرب المقادير المتساوية المختلفة
الابعاد اصدق رؤية فليكن اب ح ء متساويين و ه العين اقرب
اليهما من اب ونخرج ه ح ه ء ه ا ه ب فلان زاوية ح ه ء اعظم
من زاوية ا ه ب يكون الواقع على ح ء من الشعاع اكثر من الواقع
على اب فلذلك يكون رؤيته اصدق من رؤية اب وذلك
ح ما اردناه ح كل مبصر فله غاية من البعد اذا جاوزها لم يبصر
فليكن اب والعين ح والشعاع ح ا ح ء ح ب ولينقل اب حتى
يجوز رح ونرسم عليه ء ه فلان اب يقع عليه الشعاع يبصر و ء ه
لا يقع عليه لا يبصر و ء ه هو اب فاب اذا بعد جدا لم يبصر
د وذلك ما اردناه د اذا كانت مقادير على خط واحد فالذى سمت
الشعاع اليه اطول يرى اصغر وليكن المقادير اب ب ح ح ء



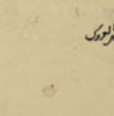


٤

٢٥

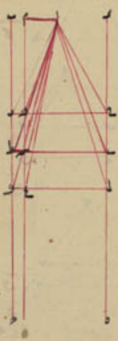


وهى متساوية وعلى خط ا ء والعين ه وخط ه ا عمود على ا ء نقول
فاب يرى اعظم من ب ح وب ح اعظم من ح ء ولنخرج
ب ه ح ه ء ه ومن ب ر ب موازيا لح ه فنسبة اب الى ب ح
كنسبة ا ر الى ه ر و اب مثل ب ح فا ر مثل ر ه و ب ر اعظم
من ر ه فزاوية ر ب ه اعظم من زاوية ر ب ه اعنى زاوية
ب ه ح فاب يرى اعظم من ب ح وبمثله نبين ان ب ح يرى
ه اعظم من ح ء وذلك ما اردناه ه اقرب المقادير المتساوية المختلفة
الابعاد يرى اعظمها فليكن اب ح ء متساويين واب اقربهما
العين نقول فاب يرى اعظم ونخرج شعاعات ه ا ه ب ه ح ه ء

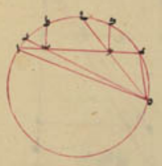


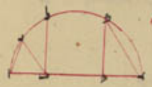
فلان اب يرى بزاوية ا ه ب التى هى اعظم من زاوية ح ه ء
التى يرى بها ح ء فيكون اب فى الرؤية اعظم من ح ء وذلك
و ما اردناه و الخطوط المتوازية يرى من بعيد مختلفة العرض
فليكن اب ح ء متوازيين والعين ه وخطوط العرض ب ء
ر ح ط ك فنقول ب ء الاقرب من ه يرى اعظم من ر ح



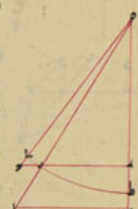
ورح اعظم من طک ولنخرج شعاعات ه ب ه ره ط ه ی
وح ه ک فزاویة ب ه د اعظم من زاویة رهح وهی اعظم من زاویة
ط ه ک ولذلک یری ب د اعظم من رح ورح یری اعظم من طک
فخطوط العرض من اب حد یری مختلفة وذلک ما اردناه ‏د الخطوط
المتوازیة المنخفضة عن العین یری فی السمک من بعید مختلفة
العرض فلتکن العین فی السمک آ والمتوازیان ب ح د ه وخطوط


العرض رح طی ک ل واقربها رح ثم طی نقول الاقرب
یری اعظم ولنخرج شعاعات ار اح اط ای اک ال ولیکن ام
عمودا علی سطح ب ح د ه ومن س عمودا من م علی العروض
ونصل آن اس اع وهی ایضا اعمدة علی العروض فلان آن فی مثلثی
ان ح اس ح زاویتی ن س القائمتین متساویتان وضلعی ن ح س ح
متساویان وآن اقصر من اس یکون زاویة ن اح اعظم
من زاویة س ای وبشکل تبین ان زاویة ن ار اعظم من زاویة
س اط فجمیع زاویة ر اح اعظم من جمیع زاویة طای فرح یری

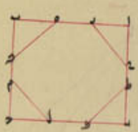




اعظم من طی وبشکل تبین ان طی یری اعظم من ک ل
‏ح وذلک ما اردناه ح المقادیر المتساویة اذا کانت فی اماکن متفرقة
رؤیت مختلفة فی العظم فلتکن اب حد علی خط ا د متساویین
وبعدهما عن العین وهی مختلفین فنخرج شعاعی ه ا ه ب ه د
اطول من ه د نقول فحد یری اعظم من اب ولنخط علی مثلث
د ه ا دائرة ه د ا ونخرج شعاعات ه ب ه ر ه ح ومن ب عمود بی
ب ط ح ک فلان اب مثل حد وزاویة اب ط مثل زاویة ح د ک
یکون قوس اط مثل قوس ک د ویکون ک د اعظم من ر ا
فحد اعظم کثیرا من ار وزاویة د ه ح اعظم من زاویة ب ه ا
فحد یری اعظم من ب ا وذلک ما اردناه اقول اذا کان اب مثل
حد وزاویة اب ط مثل زاویة د ح ک فان لم یکن قوس اط
مثل قوس د ک فلیکن قوس ا ر مثل قوس د ک ونصل ور ی
ا ر ه ک فیکون لتساوی قوسی ک ا ر الباقیتین زاویتا ک د ح
ر اب والاضلاع المحیطة بهما متساویة النظیر للنظیر فیکون زاویة د ح ک



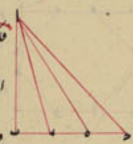
‏ط مثل زاویة اب ر وکانت مثل زاویة اب ط هذا خلف ‏ط المقادیر
المتساویة المتوازیة المختلفة الابعاد لا یکون اختلافها فی الرؤیة علی نسبة
اختلافها فی الابعاد فلیکن اب حد متساویین مختلفی البعد عن العین
وهی ه و ه د ه ب بعدیهما نقول فنسبتهما فی الرؤیة لیست کنسبة
بعدیهما ولنخرج شعاعی ه ا ه ح ویقطع ا ه حد علی ر ونرسم
علی ه و ببعد ه ر قوس ح ر ط فلان مثلث ه ر ح اعظم من قطاع
وح ر ومثلث ه ر د اصغر من قطاع ه ر ط یکون نسبة مثلث ه رح
الی مثلث ه رد اعظم من نسبة قطاع وح ر الی قطاع ه ر ط وبالترکیب
نسبة مثلث ه ح د الی مثلث ه ر د اعنی نسبة ح د الی ر د بل نسبة
اب الی ر د التی هی کنسبة ه ب الی ه د اعظم من نسبة قطاع
وح ط الی قطاع ه ر ط بل نسبة زاویة ح ه ط التی بها یری حد
الی زاویة ر ه ط التی یری بها اب فاذن نسبة بعد اب الی بعد
حد اعظم من نسبة قدر حد الی قدر اب فی الرؤیة وذلک ما اردناه
‏ی ی الاشکال القائمة الزوایا تری من بعید مستدیرة فلیکن آ ح د



فلان البصر لا یقف من بعید علی نقطة واحدة ولکنه ینتقل فتبین انه بینا
یقف علی نقطة ه وبینا یقف علی نقطة ر وبینا یقع علی سایر النقط لا
یکون له حرکة فلذلک یری شکل ه رح ط ح ل م ن ولا یری
ا ب ح د فلذلک یری الشکل مستدیرا وذلک ما اردناه اقول
لیس ذلک بعلة انما العلة ان اوتار الزوایا کخط رح یکون اصغر من
اقطار الشکل وما یکون اصغر فهو یفوت عن البصر اقل ما یکون اعظم لا الاسم
فاذا کان البعد بحیث یفوت مقادیر الزوایا ولا یفوت قطر الشکل یری
‏یا الشکل غیر ذی الزوایا یا ابعد السطوح التی تحت البصر یری ارفع فلیکن
البصر ا وارفع من سطوح ب ه ه ر ر ح فنقول ان ح ر الابعد من ار یری
ارفع من ر ه و ر ه من ه ب ولنخرج شعاعات اب اه ار اح و
نصف ب ه علی ر ونخرج رح عمودا علی ب ح کاب فلان البصر یقع
اولا علی رح ثم علی رح یقع شعاع اح علی ح من ح ر وشعاع ار علی ط و ه
علی ه وح ط ارفع من ط ه فح الذی یری بالشعاع الار علی ح
یری ارفع من ه ه الذی یری بالشعاع الار علی ط ه وکذلک ه ه من



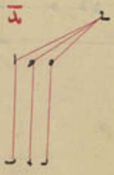
يب ه وذلك ما اردناه يج الابعد السطوح التي فوق البصر يرى اخفض
فليكن البصر وهو اخفض من ب ح ولنخرج شعاعات اب اه
اد اح فنقول ان ح ه الابعد يرى اخفض من ه د و ه د من يب
وذلك ان شعاع اح على قياس ما مر في الشكل المتقدم يكون
اخفض من شعاع اه وا ه من اد ويرى ح ه اخفض من ه د و د ك



ه د من د ب وذلك ما اردناه يد الاقدار المتباعدة من البصر
المتقابلة المتيامنة منها ترى متياسرة وبالعكس فليكن اح ب د
قدرين متقابلين والبصر ه فيما بينهما ونخرج شعاعات وط ه ح ه د
ه ز ه ح ه ح ولكن ه ز متياسرا عن ه ح و ه ح عن ه ح فيرى
ه ح متياسرا عن ه ح و ه ح عن ه ز و ذلك ه ح ح ه ح ه ط مثل انها



متنقلة من اليمين الى اليسار وذلك ما اردناه يه الاقدار المتساوية
الكائنة على سمت واحد تحت البصر فابعدها يرى اعلى من اقربها
ولكن الاقدار المتساوية اب ح د ه ز والبصر ح وهو عال
عنها ونخرج منها شعاعات ح ا ح ح ح ه فنقول فاب يرى اعلى من



د ه

٢٨

ح د و ح د من ه ز وذلك ان شعاع اح اعلى من ح ح و ح ح
من ه ح وحيث يتم شعاع اح فثم يرى نقطة او هناك منتهى قدر اب
وكذلك في الباقية فاب اذن يرى اعلى من ح د و ح د من ه ز
وذلك ما اردناه يه الاقدار المتساوية الكائنة على سمت واحد
فوق البصر فابعدها يرى اخفض من اقربها ولكن الاقدار اب ح د
ه ز والبصر ح والشعاعات ح ب ح د ح ز والبيان كما مر في الشكل



المتقدم وذلك ما اردناه يو اذا كان مقداران تحت البصر ابعدهما
اعظم فالذي يرى من الاعظم مع الاصغر حينئذ اصغر مما يرى من الاعظم
مع الاصغر اذا نزل البصر من هناك ولكن المقداران اب ح د
واب اعظمهما والبصر اولا عند ه فيكون الشعاع الخارج الى ح
ه ح ز وحينئذ يرى من اب مع ح د قدر ر ب ثم لينزل الى عند
ح فيصير الشعاع ح ح ط ويكون المرئي من اب مع ح د قدر ط ب
ور ب اصغر من ط ب فاذن المرئي من اب مع ح د في الاول



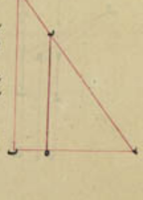
اصغر وذلك ما اردناه ير اذا كان مقداران فوق البصر ابعدهما ير



اعظم والذي يرى من الاعظم مع الاصغر ح اعظم مما يرى منه معه
اذا ارتفع البصر من هناك ولكن المقداران كما كانا والبصر مرة
عند ح ومرة عنده فيكون مثل البيان المذكور ط ب المرئي
من اب مع ح د في الاول اعظم من ر ب المرئي منه معه في الآخر
وذلك ما اردناه يح اذا كان مقداران على خط مستقيم ابعدهما
اعظم فالذي يرى من الاعظم مع الاصغر لا يختلف بالقرب والبعد
اذا كان البصر دائما على ذلك الخط المستقيم ولكن المقداران



كما كانا والبصر تارة عند ح وتارة عند ر من خط ح ه و ظاهر
ان المرئي من اب مع ح د دائما يكون ه ب وذلك ما اردناه
يط لنا ان نعرف مقدار ارتفاع جسم يمكن الوصول
الى قاعدته بالشمس ولكن الجسم اب والشعاع الشمسي ح د
فيكون ب د ظل اب ونضع جسما معلوم الارتفاع كره بحيث
شعاع ح د ينقطع ر منه فيكون مثلثا ار دات ر متشابهين ونسبة
المعلوم الى ه ر المعلوم كنسبة ار المعلوم الى ب المطلوب



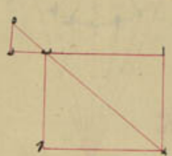
وذلك

٢٩

وذلك ما اردناه ك لنا ان نعرف مقدار ارتفاع جسم يمكن
الوصول الى قاعدته بالمرآة ولكن الجسم اب والبصر ح
ونضع مرآة ره ر فيما بين عمودي ح ط اب القائمتين على ط ب
بحيث ينعطف من ح ر منه كح شعاع البصر الى نقطة او ليكن
الشعاع ح ح والمنعطف منه ح ا فيكون في مثلثي ح ط ح اب ح
زاويتا ط ب قائمتين وزاويتا ح الشعاعية والانعطافية متساويتين
ولذلك يكون نسبة ح ط المعلوم الى ط ح المعلوم كنسبة اب المطلوب



الى ب ح المعلوم فاب معلوم وذلك ما اردناه كا لنا ان نعرف
مقدار عمق شيء يمكن النظر الى اسفله ولكن العمق ب ا والبصر ح
والبسيط اب ونظر الى ر فخرج بازاء اب من البسيط ويكون
الخط الشعاعي ه ب ر و مثلثا راب ب ره متساوي زاويتي
وكون زاويتي ار قائمتين متشابهين نسبة ه ر المعلوم الى ر ب
المعلوم كنسبة ر ا المطلوب الى اب المعلوم وذلك ما اردناه
كب لنا ان نعرف مقدار ارتفاع جسم يمكن الوصول الى قاعدته



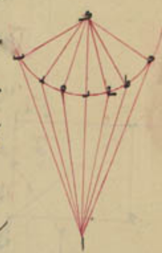
فاذا معلوم



من غير شمس ولكن الجسم اب والبسيط حب ونظر من
الى ان يرى آ ونعلّم على حب نقطة ر ونخرج منها ر ه عمودا وليمرّ
شعاع ح ه ابنقطة ه فيكون مثلثا ح ر ه حب ا متشابهين
ونسبة ح ر المعلوم الى ر ه المعلوم كنسبة حب المعلوم الى
ب ا المعلوم وذلك ما اردنا **يح** اذا كان البصر في سطح قطعة دائرة

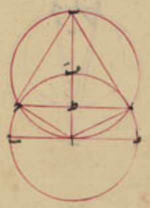
المطلوب تقدم **يح**

فانه يراها كخط مستقيم ولكن البصر ا والقطعة حب ولنخرج اليها
شعاعات اب ا ر آ ا ح ا ط ا ه ونخرج من مركز ع خطوط ع ب

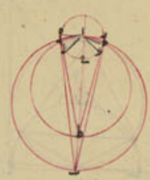


ع ر ع ه ع ر ع ح ع ط ع ه فلان ع ب يرى من زاوية
ع اب و ع ر يرى من زاوية ع ا ر ف ع ر يرى اعظم من ک ر
وکک ر ک من ه ک و ه ک من ر ک وايضا ک ح يرى اعظم
من ک ط و ک ط من ک ح و ک ح من ک ر و يرى قوس ح
کقاعدة لعمودا ر و يرى کخط مستقيم ومثل ذلک ايضا يعرض
يط في باطن القوس وذلک ما اردنا **يط** ما يرى من الكرة يكون
اصغر من نصفها ويحيط به دائرة فلتكن الكرة مركزها آ والبصر ب
ونصل

٣٠

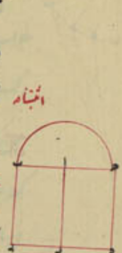


ونصل ب ا ونخرج سطحا يمر به ويقطع الكرة فيحدث الدائرة العظمى
في الكرة التي عليها ح ط ه ونرسم على قطرت ا دائرة ا ح ب
ونصل ب ح ب ه ا ح ا ه فلان ا ح ب نصف دائرة يكون زاوية
ا ح ب قائمة وكذلك زاوية ا ه ب و ب ح ب ه مماسان ح ح ط
ونصل ح ه ونخرج من ا خط ا ح ا ط موازيا له فزاوية ک قائمة
واذا ادرنا مثلث ب ک ح على محور ب ک الثابت الى ان يعود
الى موضعه رسمت نقطة ح دائرة على الكرة ويكون ب ح في جميع
المواضع مماسا للكرة فيرى الكرة بمنزلة تلك الدائرة ويكون
المرئي منها اقل من نصفها لان نصف الكرة ما يحويه ح ح ط
و ح ه المرئي من شعاعي ب ح ب ه اقل منه وذلك ما اردنا
ک اذا دنى البصر من الكرة يصير ما يرى منها اقل مما **ک**
كان اولا ويظن انه صار اعظم فلتكن كرة مركزها آ والبصر ب
ونصل اب ونرسم عليه دائرة ح ب ه ونقيم على اب عمود ه ر
ونخرج سطحا يمر باب ويقطع الكرة على عظيمة ح ر ه ر ونصل ا ر



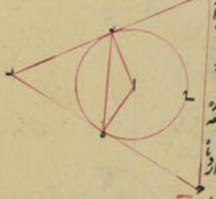
ر ب ح فلما تم يكون زاويتا ح ر ه قائمتين وشعاعات ح ت
مماستين للكرة ويكون مقدار ح ح ر ه ما يرى من الكرة ثم
لكن البصر على موضع ط من ب ا ونرسم على ط ا دائرة
ا ک ط ل ونصل ط ل ط ک ا ل ا ک فيصير ما يرى من الكرة ک ح ل
وهو اقل من ح ح ر ه ولان زاوية ک ط ل اعظم من زاوية
ح ب ر يكون المرئي من الكرة عند ط اعظم من المرئي منها عند
کا وذلک ما اردنا **کا** اذا كان ما بين العينين مثل قطر الكرة روي
منها نصفها ولكن مركز الكرة آ و دائرة العظيمة ح ب وقطرها ح
والعينان ر ه ونصل ب ر ح ه ونخرج ح ه موازيا لهما

الثناه

فاذا ادرنا سطح ب ر الى ان يعود الى موضعه رسم على الكرة
دائرة عظيمة تمر بنقطتي ب ح وهو المرئي من الكرة وذلك ما اردنا
اقول هذا ليس بصحيح والصواب ان يخرج من ر ه مماسا
للكرة و من ه و ح فيكون المرئي بالعين التي على نقطة ر ما يحويه
دائرة تمر بنقطتي ب و المرئي بالعين التي على نقطة ه ما يحويه دائرة

ان

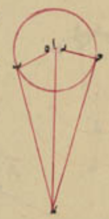


٣١

مرت بنقطتي ح ح والدائرتان تتقاطعان في احد نصفي الكرة
ولا يحويان تمام النصف فيرى طرفا القطر المار بنقطتي ح
ولا يرى اطراف سائر اقطار الدائرة العظيمة المارة بنقطتي ح

کب اعني التي يرسمه سطح ب ر **کب** اذا كان ما بين العينين اعظم
من قطر الكرة روي منها اعظم من نصفها فليكن مركز الكرة آ
وعظيمتها ه ح والعينان ب ح وقطر الكرة اصغر من ب ح
ونخرج شعاعي ب ا ح ه فيلتقيان على ر ونصل ه ر فيكون قطعة
ح اعظم من النصف وهي ما يرى بعيني ب ح وذلک ما اردنا
کج اذا كان ما بين العينين اصغر من قطر الكرة روي منها اصغر

من نصفها فلتكن المركز آ والعظيمة ب ح والعينان ر ه والشعاعات
ر ب ه ح واذا اخرجا التقيا على ر وقطعة ب ح اصغر من النصف
وهي ما يرى بعيني ر ه وذلک ما اردنا اقول الخلل في هذين
کد الشكلين على قياس الشكل المتقدم **کد** ما يرى من الاسطوانة
يكون اصغر من نصفها فليكن قاعدتها دائرة حب ومركزها آ والبصر



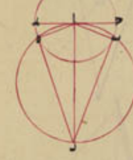


وهو في سطح الدائرة ونصل زا ونخرج شعاعي زب زح
المماسين للدائرة ونخرج ضلعي به حز من الاسطوانة
ونخرج سطح زب ه زحه فلا يقطعان الاسطوانة لكونهما
مماستين لها ولكون قطعة بح اقل من نصف الدائرة ما يجوزه
سطحا به وحز من الاسطوانة بحيث يكون المركز من الاسطوانة
اقل من نصفها وذلك ما اردنا اقول لتكن دائرة مركزها ا والبصر
ونصل زا ونخرج قطر حا عمودا على زا ونرسم على زا دائرة
اب زه ونصل اب زا ه زف زه يماسان دائرة بح
لكونهما عمودين على اب اه ولذلك يكون المرئي منها الذي هو
قوس به اصغر من نصفها والمخفي عن البصر وهو قوس ح
ه اعظم من نصفها وانما اوردنا هذا الشكل للمخروطات والاسطوانات
لو فان المرئي منها بقدر المرئي من دوائرها لو اذا دنا البصر من
الاسطوانة يصير المرئي منها اقل مما كان اولا ويظن انه صار اعظم
ونضلاه ام فلتكن اسطوانة قاعدتها بح والمركز ا والبصر ز ولتكن شعاعا زب

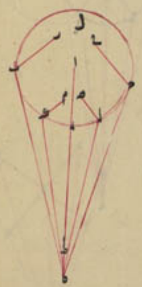


٣٢

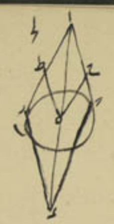
به الشكل تبين بتقرير ذا قول



دح مماستين لها ونخرج في سطح اسطوانة عمودي به زح فبين
مما ان سطح به زح المرئي من الاسطوانة يكون اقل
من نصفها ولنسفل اليها من موضع ط ونخرج شعاعي طك
طل وعمودي كم هل في سطح الاسطوانة فيصير المرئي
سطح كل هم وهو اقل من سطح به زح ولكون زاوية ط
اعظم من زاوية ز يظن انه اعظم مما كان هناك وذلك ما اردنا

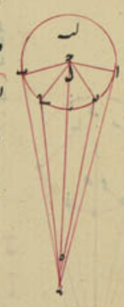


لا ما يرى من المخروط المستدير يكون اصغر من نصفه فليكن مخروط لا
قاعدته بح ورأسه ا والبصر ز والشعاعات زب زح ونصل
به اه فيكون المرئي من المخروط ما يحيط به خطا اب اح وقوس
بح التي هي اقل من نصف القاعدة فيكون اصغر من نصف
لب جميع سطح المخروط وذلك ما اردنا لب اذا دنا البصر من المخروط
في سطح قاعدته يصير المرئي منه اقل مما كان ويظن انه صار اعظم
فليكن مخروط قاعدته اب ومركزها ل والبصر ز ثم ه ورأس
المخروط ح ونتم الشكل فيكون المرئي اولا ما يحيط به خطا اح اب وقوس





اب وثانيا ما يحيط به خطا ح زح وقوس زح وهو اصغر من
الاول ويظن انه صار اعظم لكون زاوية ح ه ز اعظم من
لج زاوية ب ز ا وذلك ما اردنا لج اذا كان مخروط مستدير
وفرضت نقطة على سطح قاعدته خارج القاعدة ووصل بينها وبين
رأس المخروط بخط مستقيم فالمرئي من المخروط في جميع المواضع
التي يكون على ذلك الخط يكون مساويا ابدا فليكن مخروط رأسه ا
وقاعدته بح ولنفرض ز في سطح القاعدة خارجا عنها وليوصل ا ز



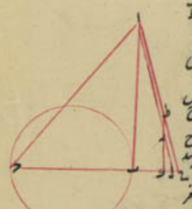
اقول فالمخروط يرى من جميع النقط التي على از متساويا ولنعين
منها نقطة ه ونخرج من ز خطي زح زد مماسين للقاعدة ونصل
حا دا فيكون الفصل المشترك من السطحين المارين بخطي زح
حا و زد دا ونخرج من ه في ذينك السطحين شعاعي ح ه ط موازيين
لخطي زح زد فهما يقعان لا محالة على خطي اح اد ويمر بهما سطح مواز للقاعدة
قاطع للمخروط على دائرة يماسانها وهما يحيطان بزاوية مساوية لزاوية
ولك يكون المرئي من المخروط عند نقطة ه مساويا للمرئي عند نقطة ز

دلو



٣٣

لد وكذلك في سائر النقط وذلك ما اردنا لد اذا كان البصر على بعد متساو
من المخروط فانه اذا كان الى الرأس اقرب كان ما يراه من المخروط
اعظم واذا كان ابعد كان اصغر وليكن مخروط رأسه ا وقاعدته
بح وضلعاه اب اح ونصل حب ونخرجه الى ح ونخرج طك
موازيا لاب وليكن ط عليه اقرب الى ا من ز اقول فما يرى
من المخروط على ط اعظم مما يرى منه على ز ونخرج اط ا ز الى ح ل



من ح فيكون المرئي من المخروط عند ط مساويا للمرئي منه عند ح
والمرئي منه عند ز مساويا للمرئي منه عند ل ولكون المرئي عند ح اصغر
من المرئي عند ل في النظر واعظم بالحقيقة يكون المرئي عند ط ايضا
له بالقياس الى المرئي عند زلك وذلك ما اردنا له اذا اخرج من مركز

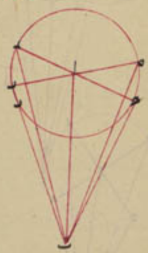


دائرة عمود على سطحها فالبصر يرى من جميع النقط التي عليه اقطار
الدائرة متساوية وليكن مركز الدائرة ا والعمود القائم عليه اب ولا اقطار
حه زر ولنعين نقطة ب من اب ونصل به بح بز بر فلان
انصاف الاقطار متساوية واب مشترك والزوايا التي عند ا قائمات



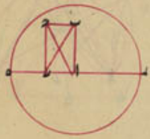


يكون الزوايا التي عند ب متساوية وجميع ح ب ر مساو لجميع ح ط
يرم ولذلك ح ر مساويا له ر وكذلك الحكم في سائر النقط التي على ا ب وذلك
لز ما اردنا اقول وان لم يكن الخط الخارج من المركز عمودا على سطح الدائرة
بل كان مساويا لنصف قطرها فالبصر يرى الاقطار من طرفه متساوية
فليكن الشكل كما كان و ا ب غير قائم على سطح الدائرة لكنه مساو لا ح فزاوية
ح ب ر قائمة وكذلك سائر الزوايا التي عند ب وقواعدها الاقطار
يرى الاقطار عند نقطة ب من خطاب لا غير متساوية وذلك ما اردناه
لح اقول وان لم يكن الخط الخارج من المركز عمودا على الدائرة ولا مساويا
لنصف قطرها ولا مائلا الى القطرين بحيث يكون الزوايا الصغا متساوية
فالاقطار يرى ح عند ذلك مختلفة ولنعيد الشكل وليكن ا ب غير عمود
على السطح ولا مساويا لنصف قطرها ولا مائلا الى قطري ح ر ر مميلا
متساويا اعني ليست زاوية ب ا ح الحادة مساوية لزاوية ب ا ر الحادة
ولا زاوية ب ا ر المنفرجة لزاوية ب ا ه المنفرجة نقول فلكون زاويتي
ح ب ر ر ب ه غير متساويتين يرى قطرا ح ه ر من نقطة ب مختلفين
الحال



٣٤

لط اقول الحال في الشكل الذي يلي هذا الشكل وما بعده وذلك ما اردناه



ليكن دائرة مركزها آ وموضع البصر ب والعمود الذي يخرج من ب
الى الدائرة لا يقع على آ كعمود ب ح ونصل ح ا ب فنقول ان زاوية
ح ا ب اصغر من جميع الزوايا التي يحيط بها ب ا مع خط آخر يمر
بنقطة آ وليمر بنقطة آ قطر ر ه ونخرج من ح عليه عمود ح ر ونصل ب ر
فيكون ايضا عمودا على ر ه ولان زاوية ح ر ا قائمة يكون ا ح اطول
من ا ر ونسبة ا ب الى ا ر اعظم من نسبته الى ا ح وزاويتا
ا ر ب قائمتان فلذلك يكون زاوية ح ا ب اصغر من زاوية ر ا ب
م وبمثله نبين في غيره من الزوايا وذلك ما اردناه اقول وايضا
ليكن دائرة عليها ا ح ب ر والمركز ر وقطرا ا ب ح ر متقاطعين على
قوائم والبصر ه وليكن ه ر عمودا على ح ر دون ا ب و ه ر اعظم
من نصف القطر نقول يرى من نقطة ه ا ب اصغر من الاقطار
و ح ر اعظمها فلان ح ر عمود على خطي ا ر ه ر يكون سطح الدائرة
قائماع لكونه مارا بحر على سطح خطي ا ر ه واذا اخرجنا من ه عمود ه ك



في سطح خطي ا ر ه ر على سطح الدائرة وقع على الفصل المشترك



وهو ا ب ونجعل ل م مثل ا ب وننصفه على ن ونخرج عمود ن س مثل ه ك
ونرسم على م ل قطعة م س ل وهي اعظم من نصف الدائرة
لان ن س اعني ه ك اطول من ن ل اعني ر ا ونصل ل س س م
فيكون زاوية ل س م مثل زاوية ه ر لو وصلناه ه ر ونجعل زاوية
ل ن ع مثل زاوية ح ر ه ونفصل ن ع مثل ر ه فيقع ع خارج القطعة
ونرسم قطعة ل ع م ونصل ل ع م ع فيكون زاوية ل ع م
روصلنا ه ط مثل زاوية ح ه ط ونجعل زاوية ل ن ف مثل زاوية ا ر ه ونفصل ن ف
مثل ر ه فيقع ف خارج قطعة ل ع م ونرسم قطعة ل ف م ونصل ل ف
ف م فيكون زاوية ل ف م مثل زاوية ا ه ب لو وصلنا ا ه ب
ولان زاوية س اعظم من زاوية ع وزاوية ع اعظم من زاوية ف



يكون زاوية ح ه ر اعظم من زاوية ح ه ط وهي اعظم من زاوية
ا ه ب وكذلك يرى ح ر اعظم من ح ط و ح ط من ا ب ولان زاوية
س اعظم من جميع ما يكن وزاوية ل ف م اعني ا ه ب اصغر من جميع
ما يكن

٣٥

ما يمكن يرى ح ر اعظم الاقطار و ا ب اصغرها وذلك ما اردناه



ط اقول ثم ليكن ه ر اصغر من نصف القطر والباقي كما مر نقول فيعرض
في الاقطار ضد ما تقدم اعني يصير ح ر اصغر في الرؤية و ا ب اعظمها
ولنه بر التدبير المتقدم فيكون قطعة م س ل ههنا اصغر من نصف الدائرة
وقطعة م ع ل داخلها وقطعة م ف ل داخل قطعة م ع ل ويكون
زاوية س اصغر الزوايا وزاوية ف اعظمها فيعرض من ذلك ما ذكرنا



مه وذلك ما اردناه اقول كرات العجل ترى مرة معوجة ومرة مستديرة
فليكن دائرتها ا ح ب ر وقطراها ا ب ح ر منها متقاطعين على ه والبصر
على سطح مغاير لسطح الدائرة فان كان الشعاع الخارج الى نقطة ه عمودا
على سطح الدائرة او غير عمود عليه وليكن مساويا لنصف قطرها القطر
رؤيت الاقطار متساوية فيكون البكرة في الرؤية لذلك مستديرة
وان لم يكن الشعاع كذلك رؤيت الاقطار مختلفة والبكرة لذلك
ما معوجة غير مستديرة وذلك ما اردناه للبصر موضع اذا هو ثبت
فيه وانتقل المبصر في مواضع مختلفة رؤي ابدا متساويا وبالعكس

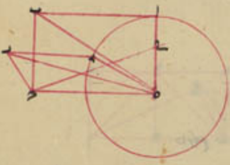
فليكن البصر آ والمبصر ب ح ونديرعلى ا ب ح دائره فاذا ثبت آ
وانتقل ب ح على المحيط يرى ابدا متساويا وذلك لتساوى زوايا
ب ا ح وايضا ليكن البصر ب والمبصر ا ح فاذا ثبت ا ح وانتقل ب
الى د يرى متساويا لان ا ح ان كان قطرا كانت زاويتا ب د
القائمتين متساويتين فلذلك يرى ا ح فى الحالتين متساويا وان لم
يكن ا ح قطرا وكان شعاعات ا ب ح ب متساويين لشعاعى
د ا د ح تساوت زاويتا ب د لكون قاعده ا ح مشتركه فا ح يرى
فى الحالين متساويا وذلك ما اردنا اقول وظاهر ان بصر اذا
انتقل على احدى قوسى ا ب ح ا د ح كان الحكم كذلك لتساوى
الزوايا وسنذكر هذا الحكم فى الشكل الثامن والاربعين ﻣﺢ اذا كان
عظم ما وكان عمودا على سطح ونظر اليه من نقطة من ذلك السطح ونقل
المنظور اليه حوالى البصر على استداره فانه يرى متساويا فليكن
المنظور اليه ا ب والبصر ح ونصل ح ب ونرسم دائرة ب آ
ببعد ح ب فاذا ادارت على محيطها حافظا لقيامه على سطحها تساوت
الزوايا

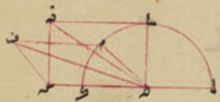




٣٦

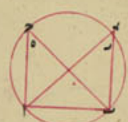
الزوايا التى عند ح لتساوى ضلعى ب ح ب آ واحاطتها ابدا بقائمة ولذلك يرى ا ب
ابدا متساويا وكذلك ان قام عمود على سطح الدائرة من نقطة ح وكان البصر على نقطة
من ذلك العمود ثم دارات على المحيط وذلك ما اردنا ﻣﻪ ثم لتكن العظيمة غير عمود على
ذلك السطح لكنه حافظا لوضع واحد منه فى دورة اقول فانه يرى مختلفا ولتكن الدائرة
ا د والبصر على ه وهى مركز الدائرة والعظيم ه ز وهو غير عمود على سطح ا د ولتكن
اولا اصغر من نصف قطر الدائرة ونخرج ه ح ه د مرايا ومساويا لـ ه ز ومن ح عمود
ح ح على سطح ا د ونصل ه ح ونخرجه الى ا من المحيط ومن آ ا ب موازيا ومساويا لـ ه ز
نقول فا ب المساوى لـ ه ز يرى اصغر ما يمكن ان يرى ه ز فى جميع الدور ونصل ه ب ه ت
ه ز ب ه فزاوية ح ه ا اصغر الزوايا التى تحدث عنده لما مر وكل واحد من
سطحى ا ب ه ه ز ح ه متوازى الاضلاع وعلينا ان نبين ان زاوية ا ه ب
اصغر من زاوية ه ز ح حتى يتبين الحكم فنرسم نصف دائرة ح ح ل على ان نصف قطره
وهو ه ح مساو لـ ه ح ونخرج قطر ل ه ونجعل ه ت مثل نصف قطر دائرة ا د
ونجعل زاوية ب ه ت مثل زاوية ح ه ا وزاوية ب ه ع مثل زاوية ح ه ع
ونتم سطحى ا ح ع ت المتوازيا الاضلاع فكونان متساوين ومتشابهين لسطحى ا ه ح ...

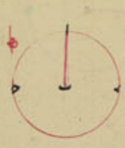




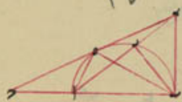
كل النظره ونخرج قطرى ه ف ه ق فزاوية ف ه ه المساوية لزاوية ا ه ب اصغر من زاوية
ق ه ه المساوية لزاوية ه ه ز ولذلك يرى ا ب اصغر من ه ز وذلك ما اردنا ﻣﺞ
ولتكن الصورتان بحالهما والعظيم وهو ه ز مساويا لنصف قطر دائرة ا د فيكون
ه ه مساويا لنصف قطر دائرة آ والاشكال المتوازى الاضلاع متوازية الاضلاع
والحكم كما تقدم بعينه ﻣﺢ ولتكن الصورتان بحالهما والعظيم وهو ه ز اعظم من نصف
قطر دائرة ا د ويكون ه ه المساوى لنصف قطر ا د اصغر من ه ه والحكم وبا فى
البيان كما مر وذلك ما اردنا ﻣﻂ قد يوجد البصر مسافة يتحرك فيه ويكون المبصر ثابتا
ويراه متساويا وليكن المبصر ا ب والبصر ح ونخرج شعاعى ح ا ح ب ونرسم على ح ا ب
دائرة ح ا ب فنقول اذا ثبت ا ب وانتقل البصر على محيط قوس ا ح ب كان
المرئى متساويا فلننقل البصر الى د ونخرج د ا د ب فلتساوى زاويتى ح د يكون المبصر
فى الحالين متساويا وذلك ما اردنا اقول وذلك بعينه ما ذكرنا فى آخر الشكل الثالث
والاربعين ﻁ اذا كان المبصر عمودا وانتقل البصر حوله على محيط دائرة فانه يرى
متساويا فليكن المبصر ا ب وهو عمود على نقطة ب منه والبصر ح ونرسم على مركز ب
وببعد ب ح دائرة ح د فاينما كان البصر من محيطها كانت الزوايا التى على البصر
التى عند آ

دائرة





٣٧



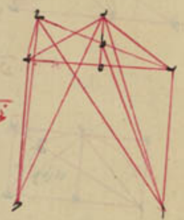
من شعاعى ح ا ح ب متساويين وهى انصاف الاقطار وكون ا ب مشتركا والزاوية
التى عند ب قائمة ولذلك يرى ا ب متساويا فى جميع الاحوال وذلك ما اردنا
ﻥ قد يكون اذا ثبت المبصر وانتقل البصر على خط مستقيم فى جانب منه
راه مختلفا فليكن المبصر ا ب والخط ح ه والبصر تارة على ح وتارة على ه
ونصل ه ا ه ب ح ا ح ب ونرسم قطعة دائرة ا ه ب ونصل ب د فزاويتا
ا د ب ه متساويتان والواحدة منهما اعظم من زاوية ا ح ب ولذلك يرى ا ب من ح
ومن ه مختلفا وذلك ما اردنا ﻧﺎ ليكن المبصر ا ب و ح ه موازيا له و نصف
ا ب على ه ونخرج عمود ه ز على ح ه و ا ح ب ه موازيين له فالبصر اذا كان
على ز راى المبصر اعظم واذا كان على ح او على ه راه اصغر وفى غير ه ز و ح
متساويا وذلك لكون زاوية ا ز ب اعظم من ا ح ب اعظم من زاوية ا ه ب و زاوية
ا ه ب ح ا متساويتين وذلك ما اردنا ﻧﺐ قد يوجد مواضع مشتركة يرى الاقدار
المتساوية منه مختلفة فليكن ا ب ح ت متساويين ونخرج من ت عمود ت ه على
ا ب ح ونقول اذا كان البصر على نقطة كانت من عمود ه فانه يرى ا ب
مثل ب ح واذا انتقل الى احد الطرفين مثل ه راهما مختلفين ولنخرج شعاعات



ه ا ه ب ه ج ه د ونرسم على مثلث اهد دائرة ونخرج سهم الى ز وهب الى ح

من خط هب يرى اب مثل سهم لتساوي الزاويتين ومن ه يرى اب اعظم لان

قوس اح اعظم من قوس سح ح وكذلك من ساير المواضع داخل الدائرة



نج او خارجها وذلك ما اردناه نج لكن اب جد عمودين على السطح ومتساويين فوق ك

فنقول يوجد موضع يريان منه متساويين وموضع يريان منه مختلفين فنصل سهم

وننصفه على ه ونخرج منه عمود ه ز في السطح فاذا نظر اليهما من نقطة عليه مثل ز رؤيا

متساويين ونخرج شعاعات ز ا ز ب ز ج ز د فلتساوي زب زد وا ب جد وكل

تساوي زبا زدج قائمتين تكون تساويا ازب جزد متساويتين وذلك

رؤيا متساويين واما اذا نظر اليهما من موضع آخر مثل ح رؤيا مختلفين ونخرج

شعاعات ح ا ح ب ح ج ح د فيكون حب اعظم من ح د ونفصل حط

مثل حد ونصل طا فتكون تساويا سطا بحج متساويتين مثل ما مر وزاوية

ند سحا اصغر من كل واحدة منهما فات يرى اصغر وذلك ما اردناه ند لنا ان نجد



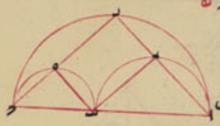
مواضعا يرى منها الاقدار المختلفة متساوية فليكن اب اعظم من جد ونرسم على اب قطعة

دائرة اعظم من نصفها وعلى سهم اخرى شبيهة بها ونصل على ا ب ج د خطا يوى

نقول اذا

٣٨ تساوي اهب وجهد يرى نقطة ه اب الاعظم مثل سهم الاصغر فاذن

وجدنا ذلك الموضع وذلك ما اردناه نه لنا ان نجد مواضعا يرى منها اقدار مختلفة نه



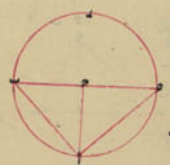
معا مثل كل واحد منها اذا رؤيت في مواضع اخر متساوية فليكن اب

اعظم من سهم فنرسم انصاف دوائر اهب سهم ازد ونفصل ازد كيف اتفق

على ز ونخرج زا زب زج زد فمن موضع ز يرى اب سهم متساويين ومن

موضع ز يريان معا كاحدهما من ذينك الموضعين وذلك لكون الزوايا قوائم

نو وذلك ما اردناه نو لنا ان نجد مواضع البصر يرى منها القدر على نصفه او ربعه



او جزء يمكن ان يقسم به الزاوية فليكن المبصر اب ونرسم عليه دائرة اب حد ولا يكن ان

اب قطرا وليكن البصر على ه المركز ونصل شعاعي ه ا ه ب ونخرج سهم الى ه

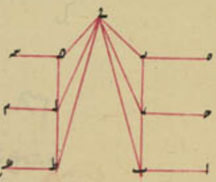
ونصل ه ا فات يرى سهم نصف ما يرى سهم وان جعلنا منتصف قوس اهب

مركزا ورسمنا ببعد اب دائرة رؤي اب من محيطها ربع ما يرى سهم وذلك ما

نز اردناه نز الاشياء المتساوية الحركة على خط واحد اذا اخرجت من احدها نبين

لا مقابلة البصر رؤي آخرها متقدما واذا جاوزت مقابلة البصر الى الجانب

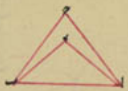
الاخر رؤي المتقدم لاحقا واللاحق متقدما فلتحرك اقدار اب جد هز حركة متساوية



على خطوط ز و البصر ح ونصل شعاعات ح ت ح ح ز فشعاع
ح ت ارفع من ح ط و ح ط من ح ز ولذلك يرى ا ت كأنه سابق على ح ط
و ح ط على ه ز ثم نجعلها متساوية على خطوط ثلاثة ولكن عليها [illegible]
والشعاعات ح ط ح ك ح ل فا ت الذي كان سابقا لـ ح ط اذا سار الى
صار كانه لاحق لك ولك لانه يترى على عكس ما كان وذلك ما اردنا غ

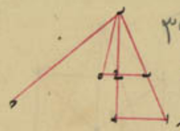


اذا كان الاقدار متحركة حركات مختلفة والبصر متحرك حركة متساوية لبعضها
فانه يرى الذي حركته كحركته كأنه ثابت والذي حركته اسرع كأنه متحرك
في تلك الجهة والذي حركته ابطأ كأنه راجع الى الخلف فليكن الاقدار ا ت ح
والبصر [illegible] وهو متحرك كحركة ت و ح اسرع منها و ا ابطأ فنقول فنقطة ت
ترى ثابتة ونقطة ح متحركة [illegible] ونقطة ا متحركة الى الخلف ونصل شعاعات
[illegible] فلكون شعاع [illegible] غير منتقل يظن ان ت ساكن ولان [illegible]
شعاع [illegible] الذي [illegible] يبعد عن [illegible] يظن ان ح ينتقل الى قدام ومثل
ذلك يظن ان ا يرجع الى الخلف والقدر المرئي من حركتها هو بقدر الفضل

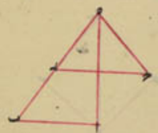


بين حركة البصر وبين حركتها وذلك ما اردنا نا اذا كان البصر [illegible]

كان [illegible]



كانه يتميز بالعكس فليكن المبصرات والبصر [illegible] ونخرج شعاعي [illegible] الذين
البصر [illegible] ويصير الشعاعان [illegible] ولكون الزاوية [illegible] اعظم [illegible] يصير المبصر
اعظم مما كان في الرؤية فيظن انه يتميز وذلك ما اردنا الاقدار المتساوية الحركة

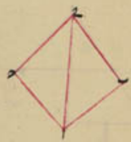


فان الابعد يظن انه ابطأ فلتتحرك نقطتا ا ت على [illegible] المتساويتين
نحو [illegible] حركة متساوية وليكن ا ت [illegible] على استقامة [illegible] البصر [illegible] ونخرج
شعاعات [illegible] وان ا ت [illegible] كان حركة متساوية
فاذا صار [illegible] على الاستقامة [illegible] لم يكن [illegible] على الاستقامة ولكن
يظن ان ا متأخر عن ت في البطء حركة وذلك ما اردنا اذا كان



البصر متحركا كان الاشياء البعيدة يظن انها متخلفة عما هو اقرب منها فليكن
ا ت [illegible] المبصرين [illegible] على استقامة [illegible] والبصر [illegible] ونخرج [illegible]
[illegible] فنقول ان ا الابعد يظن انها متخلفة فنخرج [illegible] حتى يقع على المنظورة
فليكن [illegible] فلان الزاوية [illegible] اعظم [illegible] يرى [illegible] اصغر [illegible]
فنقطة ا اذن متخلفة وذلك ما اردناه في [illegible] للنظر فيه الاقدار
التي تميز يظن انها تقارب من البصر فليكن المبصرات والبصر [illegible] ونخرج شعاعي

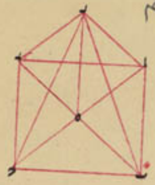
ح ا و ت وليس ب ا الا ان يصير ب ت و ويخرج شعاع ح ت ح فلازدياد زاوية ح
يظن ان المرئي صار اقرب فان ما يرى بزاوية اعظم يظن انه اقرب
يح وذلك ما اردناه يح الاشياء المختلفة البعد اذا لم يكن اطرافها مع الاعلى
على خط مستقيم فان شكلها يرى مرة غائرا ومرة محدبا فليكن الاشياء



مرة ب ا ح ومرة ه و ز والبصر ح ويخرج شعاعات ح ب ح ا ح ح
ونصل ب ا ا ح فاذا انظرنا من ح الى ب و ا و ح معا رأينا المجموع غائرا لكون
ا ب ا ح محيطين بزاوية نحو ح ثم ليكن البصر ط والشعاعات ط ه ط و ط ز
ونصل ه و و ز واذا انظرنا من ط اليها معا رأينا المجموع محدبا لكون ه و و ز



يط محيطين بزاوية حدبتها الى ط وذلك ما اردناه يط اذا اقام عمود على سطح مربع
من نقطة تقاطع قطريها ونظر الى المربع من نقطة من ذلك العمود رؤيت الاضلاع
متساوية وكذلك القطران فليكن المربع ا ب ح د والقطران ا ح ب د
والعمود الخارج من ه خط ه ز وليكن البصر على ز ونصل شعاعات
ز ا ز ب ز ح ز د فلان ه ا ه ب ه ح ه د متساوية و ه ز مشترك
و زوايا ه قوائم تكون الشعاعات متساوية ولتساويها تساوي الاضلاع
والقطران



والقطرين تكون زوايا ز التي يوترها الاضلاع متساوية وكذلك اللتان
يوترهما القطران فاذن الاضلاع متساوية في الرؤية
وكذلك القطران وذلك ما اردناه

تم كتاب المناظر والحمد
لله البصير السميع





٥

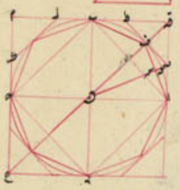
مقالة ارشميدس

بسم الله الرحمن الرحيم

مقالة ارشميدس في تكسير الدائرة وهي ثلثة اشكال (ا) كل دائرة فهي مساوية
لمثلث قائم الزاوية يكون احد ضلعيه المحيطين بالزاوية مساويا لنصف قطر
الدائرة والثاني مساويا لمحيطها والاصل انها تساوي سطح نصف قطرها في الخط
المساوي لنصف محيطها فليكن الدائرة دائرة ا ب ج د والمثلث المذكور مثلث ه
فان لم يكن الدائرة مساوية له فهي اما اعظم منه واما اصغر وليكن اولا اعظم
ونرسم في الدائرة مربع ا ج وهو يفصل منها اعظم من نصفها وننصف ا ب
على ف وكذا القسي الاربع ونصل الاوتار فتفصل المثلثات الحادثة اعظم
من نصف القطع لما مر بيانه وكذا مرة بعد اخرى الى ان يبقى من الدائرة
قطع هي اصغر من مقدار زيادة الدائرة على مثلث ه فيكون الشكل المتساوي
الاضلاع الذي في الدائرة اعظم من المثلث وليكن المركز ن ونخرج منه
على احد الاضلاع عمودا وليكن ن س وهو اصغر من نصف قطر المساوي لاحد ضلعي

مثلث ه



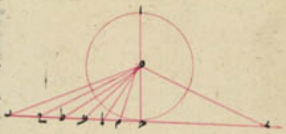


٤١

مثلث ه ومحيط الشكل المتساوي الاضلاع اصغر من محيط الدائرة المساوي
للضلع الآخر من مثلث ه فسطح ن س في محيط الشكل اعني ضعف مقدار
الشكل اصغر من ضعف المثلث فالشكل اصغر من المثلث وكان اعظم
هذا خلف ثم ليكن الدائرة اصغر من المثلث ونرسم عليها مربع ع ق
فهي تفصل من المربع اعظم من نصفه وننصف قوس ا ب على ف ونخرج
ر ف ط مماسا للدائرة على ف فيكون نصف قطر ن ف عمودا عليه وكذا
نعمل في سائر القسي ولان ق ب ق ا متساويان وكذلك ط ف ط ق
ر ق ر ا الاربعة متساوية يكون ط ق ق ر متساويين وهما معا اطول
من ط ر فق ط اطول من ر ط فمثلث ق ف ط اعظم من مثلث ط ف ب
الذي هو اعظم من قطعة ط ف ب الخارجة من الدائرة وكذلك في اجزائها
فالمثلثات الاربعة التي على زوايا المربع تفصل ما في المربع بعد نقصان
الدائرة منه اعظم من النصف وننصف القسي كذا مرة بعد اخرى ونخرج
الخطوط المماسة للدائرة الى ان يبقى قطع خارجة من الدائرة مجموعها اصغر
من زيادة مثلث ه على الدائرة فيكون الشكل الكثير الاضلاع الذي



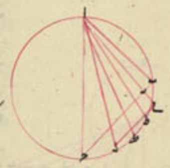
على الدائرة اصغر من مثلث ه ولكن سطح نصف القطر في محيط الشكل
الذي على الدائرة اعني ضعف مقدار الشكل اعظم من ضعف المثلث لكون
محيط الشكل اعظم من محيط الدائرة فالشكل اعظم من المثلث وكان اصغر
منه هذا خلف فاذن الدائرة مساوية لمثلث ه فسطح نصف القطر في نصف
المحيط مساو لسطح الدائرة وذلك ما اردناه وقد بان من ذلك ايضا ان
سطح نصف القطر في نصف قطعة من المحيط يكون مساويا للقطاع الذي يحيط
بتلك القطعة مع الخطين الخارجين من المركز الى طرفي تلك القطعة ب
محيط الدائرة اطول من ثلثة اضعاف قطرها باقل من سبع القطر واكثر
من عشرة اجزاء من احد وسبعين جزءا من القطر فليكن اح قطر الدائرة
وه مركزها و ر ح مماسا للدائرة وزاوية ره ح ثلث زاوية قائمة اعني نصف
زاوية من زوايا المثلث المتساوي الاضلاع فنسبة ه ر الى ر ح هي
نسبة الاثنين الى الواحد ولكن كنسبة ٣٠٦ الى ١٥٣ واذا القينا مربع
العدد الذي بازاء ر ح من مربع العدد الذي بازاء ه ر واخذنا جذر الباقي
كان ه ح بذلك المقدار اكثر من ٢٦٥ بكسر واذا نصفنا زاوية ره ح على



بخط ه ط

بخط ه ح فنسبة ه ر الى ه ح كنسبة ر ح الى ح ح واذا ركبنا وابدلنا
كانت نسبة ر ه ه ح معا الى ر ح كنسبة ه ح الى ح ح فاذا جمعنا العددين
الذين بازاء ر ه ه ح كان اكثر من ٥٧١ فنجعله بازاء ه ح ونصير الذي بازاء
ح ح بهذا المقدار ١٥٣ واذا جمعنا مربعيهما واخذنا جذرهما كان ه ح بهذا المقدار
اكثر من ٥٩١ وثمن وايضا ننصف زاوية ح ه ح بخط ه ط
ويكون كما تقدم نسبة ح ه ه ح الى ح ح كنسبة ه ح الى ح ط واذا جمعنا
عددي ح ه ه ح وجعلناهما بازاء ه ح كان ه ح اكثر من ١١٦٢ وثمن
و ح ط بذلك المقدار ١٥٣ ويكون بمثل ما مر ه ط بذلك المقدار اكثر
من ١١٧٢ وثمن وننصف ايضا زاوية ط ه ح بخط ه ك ويكون نسبة
ط ه ه ح الى ح ك كنسبة ه ح الى ح ك فيصير في النوبة بازاء ه ح اكثر
من ٢٣٣٤ وربع وثمن وبازاء ح ك ١٥٣ ويكون ه ك بهذا المقدار اكثر
من ٢٣٣٩ وربع وثمن وننصف ايضا زاوية ك ه ح بخط ه ل
ويصير على القياس المذكور بازاء ه ح اكثر من ٤٦٧٣ ونصف وربع
ويكون ح ل بهذا المقدار ١٥٣ ولكون زاوية ره ح ثلث قائمة يكون زاوية

له ه جزءا من ثلثة واربعين جزءا من قائمة ونعمل على نقطة ه من خط ه ح زاوية
ح ه م مثل زاوية ح ه ل فزاوية ل ه م جزء من اربعة وعشرين جزءا من قائمة
ويكون ل م ضلع الشكل المتساوي الاضلاع والزوايا ذي الستة والتسعين ضلعا
المحيط بالدائرة فاذا ضربنا العدد الذي بازاء ل م في ستة وتسعين بلغ
ضعف هذا العدد ١٤٦٨٨ ويكون القطر بذلك المقدار ضعف ٤٦٧٣
ونصف فالذي بازاء محيط الشكل اعظم من ثلثة امثال الذي بازاء القطر
بستمائة وسبعة وستين ونصف التي نسبتها الى عدد القطر اقل من سبع
فاذن محيط الشكل المذكور اطول من ثلثة امثال قطر دائرته بانقص
من سبع القطر ويكون نقصان محيط الدائرة من ثلثة امثال القطر وسبعه
اكثر من ذلك النقصان لا محالة ونعيد الدائرة على قطر آ ح ونرسم عليه زاوية
ح آ ب ثلث قائمة ولتكن نسبة آ ه الى ه ب التي هي نسبة الاثنين الى الواحد
كنسبة ١٥٦٠ الى ٧٨٠ فيكون آ ب بذلك المقدار اقل من ١٣٥١ وتنصف زاوية
ب آ ح بخط آ ه ونصل ه ح ولان في مثلثات آ ه ح ه ح ر آ ب ر زوايا
ح آ ه ه ح ر ب آ ر متساوية وزوايا ه ب قائمة يكون المثلثات متشابهة



ويكون لذلك

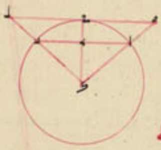
٤٤

ويكون لذلك نسبة آ ه الى ه ح كنسبة ح ه الى ه ر وكنسبة آ ح الى ح ر وكنسبة
آ ب الى ب ر بل كنسبة ح آ آ ب جميعا الى ح ب ونسبة ح آ آ ب جميعا الى ب ر
كنسبة آ ه الى ه ح وعدد آ ح آ ب جميعا اقل من ٢٩١١ وعدد ح ب ٧٨٠
فاذا جعلنا ٢٩١١ بازاء آ ه ه ح كان آ ح بذلك المقدار اقل من ٣٠١٣
ونصف وربع ونصف زاوية ح آ ه بخط آ ط ونصل ط ح فيكون ح ط
ما مر بازاء آ ط اقل من ٥٩٢٤ وبازاء ط ح ٧٨٠ ويكون ذلك على نسبة
١٨٢٣ الى ٢٤٠ لان نسبة كل واحد من العددين الاولين الى نظيره من هذين
العددين نسبة ثلثة وربع الى الواحد ويكون آ ح بهذا المقدار اقل من ١٨٣٨
وتسعة اجزاء من احد عشر جزءا من الواحد ونصف زاوية ط آ ح بخط آ ك فيكون
بازاء آ ك اصغر من ٣٦٦١ وتسعة اجزاء الى احد عشر وبازاء ح ك ٢٤٠
ويكون على نسبة ١٠٠٧ الى ٦٦ لان نسبة كل واحد منهما الى نظيره من هذين
نسبة اربعين الى احد عشر ونصف زاوية ك آ ح بخط آ ل فيكون بازاء
آ ل اقل من ٢٠١٦ وسدس وبازاء ل ح ٦٦ ويكون آ ح بذلك المقدار ٢٠١٧
وربع فنسبة آ ح الى ح ل اصغر من نسبة ٢٠١٧ وربع الى ٦٦ واذا ضربنا نسبة

وستين بعشرة وتسعين صار جميع اضلاع الشكل ذي الستة والثلثين ضلعا
الذي في الدائرة ٦٣٣٦ وهو اكثر من ثلثة اضعاف القطر بسبعة عشر ربع
باكثر من عشرة اجزاء من احد وسبعين جزءا من واحد فمحيط الشكل المتساوي
الاضلاع والزوايا المذكور الذي في الدائرة يزيد على ثلثة اضعاف قطرها
باكثر من عشرة اجزاء من احد وسبعين جزءا من واحد ومحيط الدائرة يزيد
على ثلثة اضعاف قطرها باقل من سبعه واكثر من عشرة اجزاء الا احد
وسبعين جزءا وذلك ما اردناه اقول وللمنجمين طريق اخر وهو انهم يحصلون
وتر قوس صغيرة يكون جزءا من محيط الدائرة بالاصول التي في كتاب المجسطي
وغيره من كتبهم البرهانية ويجعلونه ضلعا من اضلاع الشكل الذي في الدائرة
ويكون نسبته الى العمود الواقع من مركز الدائرة عليه كنسبة ضلع الشكل الذي
على الدائرة الشبيه به الى نصف القطر فيحصلون ذلك الضلع ايضا
ويحصلون بحسبها المقدارين اللذين يزيد المحيط على احدهما وينقص عن الاخر
فيحصل المحيط باقرب تقريب مثاله ليكن الدائرة اب ومركزها ح وات
منه جزءا من سبعمائة وعشرين جزءا من المحيط ونصل ح ات فيكون مقداره بحسب

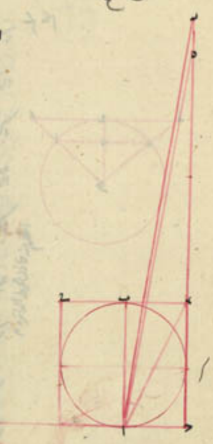
فاذن محيط الدائرة [illegible]

الى الوفا



الى الوفاء البوزجاني على الاصول المذكورة باقرب تقريب
[illegible] خامسة وهو وتر نصف درجة اذا جعل القطر مائة وعشرين جزءا
واذا جعلناه ضلع شكل ذي سبعمائة وعشرين ضلعا في الدائرة يكون
محيط ذلك الشكل بحسبه ٣٧٦ [illegible] ثالثة واذا انصفنا وتر نصف
درجة كان مقدار اح [illegible] خامسة مربعه [illegible]
عاشرة ومربع نصف القطر الذي هو خط اح ٣٦٠٠ جزء نقصنا مربع
اح منه بقي مربع ح ٣٥٩٩ [illegible] جذره هو
خط ح [illegible] سادسة ضربنا اح في ح نصف القطر وقسمنا
على ح خرج مقدار ح [illegible] خامسة ضعفناه بلغ [illegible]
خامسة وهو مقدار وتر من ضلع شكل ذي سبعمائة وعشرين ضلعا
على الدائرة شبيه بالاول ومحيط الشكل بحسبه يكون ٣٧٦
[illegible] خامسة فاذن اذا جعل القطر مائة وعشرين كان المحيط ٣٧٦
جزءا اكثر من [illegible] رابعة واقل من [illegible] رابعة واذا احولنا الى المقدار
الذي ذكره ارشميدس كان المحيط يزيد على ثلثة امثال القطر بما هو اكثر من عشرة

٤٥



اجزاء من سبعين جزءا وما كا ثلثه واقل من عشرة اجزاء من سبعين جزءا
ولمو لر ثلثه ويكون بالتقريب عشرة اجزاء من سبعين جزءا
وما لط ثلثه ح اذا كان محيط الدائرة ثلثة امثال القطر وسبعه
وهي نسبة تقريبية اصطلح الماسحون كانت نسبة سطح الدائرة الى مربع
قطرها نسبة احد عشر الى اربعة عشر بحسب ذلك ولكن قطر الدائرة اب
ونرسم عليه مربع حح ولكن دة نصف ده وه ز سبع حد فلان
فلان نسبة مثلث اده الى مثلث احد نسبة احد وعشرين الى سبعة ولنسبة
ونسبة مثلث احز الى مثلث اده كنسبة سبعة الى واحد تكون نسبة مثلث
احز الى مثلث احد كنسبة اثنين وعشرين الى سبعة ومربع حح اربعة
امثال مثلث احد ومثلث احز مساو لسطح الدائرة لان اح مساو لنصف
القطر وحز مساو بالتقريب للمحيط فنسبة مربع القطر الى سطح الدائرة
نسبة ثمنية وعشرين الى اثنين وعشرين بل نسبة اربعة عشر الى احد عشر
وذلك ما اردناه هذا تمام الكلام في تكسير الدائرة

٤٥



كتاب المعطيات

بسم الله الرحمن الرحيم وبه نستعين

تحرير كتاب المعطيات لاقليدس ترجمة اسحق واصلحه ثابت خمسة وتسعون
شكلا صدر الكتاب السطوح والخطوط والزوايا المعلومة القدر هي التي يمكن
ان نجد مساوية لها والمعلومة النسبة هي التي يمكن ان نجد ما هو مثل نسبتها
والنقط والخطوط والزوايا والسطوح المعلومة الوضع هي التي يكون لازمة لموضع واحد
ابدا ويمكن ان نجد وضعها الاشكال المستقيمة الخطوط المعلومة الصورة هي التي
زواياها معلومة ونسب الاضلاع بعضها الى بعض معلومة الدائرة المعلومة القدر
هي التي نصف قطرها معلوم والمعلومة القدر والوضع هي التي مركزها معلوم
الوضع ونصف قطرها معلوم قطع الدائرة المعلومة القدر هي التي زواياها
وقواعدها جميعا معلومة والمعلومة الوضع والقدر هي التي يكون لها مع ذلك
قواعدها معلومة الوضع المقدار الاعظم من آخر بقدر معلوم هو الذي اذا
نقص ذلك القدر منه بقي باقيه مساوي الاصغر والاصغر من آخر بقدر معلوم هو الذي

اذا زيد

46

اذا زيد ذلك القدر عليه صار مساويا للاكبر والمقدار الاعظم بقدر معلوم من آخر
في النسبة هو الذي اذا نقص ذلك القدر منه بقي ما يكون نسبته
الى الثاني معلومة والاصغر بقدر معلوم من آخر في النسبة هو الذي
اذا زيد ذلك القدر عليه صار ما يكون نسبته الى الثاني معلومة الخط المنحدر
هو الخط المستقيم الذي نجد من نقطة معلومة الى خط مستقيم موضوع ويحدث
زاوية معلومة والصاعد هو الذي يرتفع من نقطة معلومة على خط مستقيم موضوع
ويحدث معه زاوية معلومة والخط المقارن للخط الموضوع هو الذي يخرج من نقطة
معلومة موازيا للخط الموضوع او يمر على نقطة معلومة ويصل الى الخط الموضوع ويحدث
ا معه زاوية معلومة الاشكال نسبة القدر المعلوم الى القدر المعلوم معلومة فليكن ا ب
معلومي القدر ولنا ان نجد مساويين لهما وليكونا ه ز فنسبة ا الى ب كنسبة
ا الى ه وبالابدال النسبة ا الى ه كنسبة ب الى ز فلانا وجدنا قدرين على نسبة
ب ا ب كانا معلومي النسبة وذلك ما اردنا ب اذا كان لنسبة قدر معلوم
الى آخر معلومة كان الآخر معلوم القدر فليكن ا معلوم القدر ونسبته
الى ب معلومة ولنا ان نجد ب وبالاول ليكن ج وان نجعل نسبة ج الى







كنسبة آ الى ب المعلومة فيكون ه مساويا لـ ب ولانا وجدنا مساويا له كان

ح معلوم القدر وذلك ما اردناه ح اذا جمعت اقدار معلومة كان الجميع

معلوم القدر فليكن كل واحد من اب بج جد معلوما ونبين ان جميعها ايضا

وليكن هز زح حط الجميع هط تساوي جميع اد فاذن اد معلوم القدر

د وذلك ما اردناه د اذا نقص من معلوم القدر معلوم القدر بقي معلوم

القدر فليكن اب معلوم القدر ولنا ان نجد مساويين لهما ولكن

هز زه فيكون زه مساويا لجب الباقيين فاذن جب معلوم القدر وذلك

ه ما اردناه ه كل قدر يكون نسبته الى احد جزئيه معلومة كانت نسبته

الى الجزء الآخر ايضا معلومة فليكن نسبة اب الى اج معلومة ونجعل نسبة

هز المعلوم الى هز كنسبة اب فهو معلوم وزه الباقي معلوم وكان زه

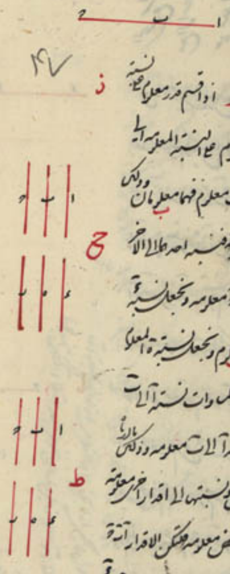
معلوما فاذن نسبة زه الى هز [illegible] نسبة اج الى جب معلومة وذلك ما اردناه

و و كل قدرين يكون نسبة احدهما الى الآخر معلومة فان نسبة مجموعهما الى كل واحد

منهما معلومة فليكن اب بج وليكن نسبة هز المعلوم الى زح كنسبتهما فهو

معلوم ونسبة هز الى كل واحد من هز زح التي هي كنسبة اج الى كل واحد

بالتركيب



٤٧

ز من اب بج معلومة فهي معلومة وذلك ما اردناه ز اذا قسم قدر معلوم على نسبة

معلومة كان قسماه معلومين ونقسم اب المعلوم على النسبة المعلومة الى

اج جب فيكون نسبة اب اليهما معلومة واب معلوم فهما معلومان وذلك

ح ما اردناه ح كل قدرين نسبتهما الى ثالث معلومة فنسبة احدهما الى الآخر

معلومة وليكن القدران اب ونسبتهما الى ج معلومة ونجعل نسبة د

المعلوم الى ه كنسبة آ الى ج المعلومة فه معلوم ونجعل نسبة ه المعلوم

الى ز كنسبة ج الى ب المعلومة فز معلوم وهما ود ان نسبة آ الى

كنسبة د الى ز المعلومين لكونهما معلومين فنسبة آ الى ب معلومة وذلك ما اردناه

ط ط اذا كانت اقدار نسبة بعضها الى بعض ونسبتها الى اقدار اخر معلومة

كانت نسبة بعض تلك الاقدار الاخرى الى البعض معلومة فلتكن الاقدار آ ب ج

والاقدار الاخرى د ه ز ونسبة آ الى ب و ب الى ج وايضا نسبة آ الى د

و ب الى ه و ج الى ز معلومة فلان نسبة آ الى ب و آ الى د معلومتان تكون

نسبة د الى ب معلومة وكانت الى ه معلومة فنسبة د الى ه معلومة وبمثل ذلك

ى نبين ان نسبة ه الى ز ايضا معلومة وذلك ما اردناه ي كل ثلاثة اقدار يكون

الجميع [illegible] الرابطين
بين الا بعد [illegible]
[illegible] الاول [illegible]
[illegible] معلومه

ا ه ب ج د

كل واحد من طرفيها مع الواسطة معلوما فالطرفان اما ان يتساويا او يتفاضلا
بقدر معلوم ولكن الاقدار ا ب ج د فان ب المعلوم ان تساويا
كان بعد اسقاط ج المشترك ا ب متساويين وان تفاضلا وليكن
اعظمهما ا ويفضل منه د مساويا لب المعلوم فيكون د معلوما وكان
ا معلوما فا معلوم وهو فضل ا ب عليه واولا ان د كان مساويا لب
وبعد اسقاط ج المشترك يكون د ب مساويا لج فاذن التفاضل بين ا ب
هو ا بقدر معلوم وهو اه وذلك ما اردناه ما اذا كان قدر اول اعظم
بقدر معلوم من قدر نسبته الى قدر ثان معلومة كان جميع الاول والثاني معا
ايضا اعظم بقدر معلوم من قدر نسبته الى القدر الثاني معلومة وان كان جميع الاول
والثاني ايضا اعظم بقدر معلوم من قدر نسبته الى القدر الثاني معلومة كان الاول
اما اعظم بقدر معلوم من قدر نسبته الى القدر الثاني معلومة واما اصغر من قدر معلوم
بقدر نسبته الى القدر الثاني معلومة فليكن القدر الاول ا ب والثاني ج والقدر
المعلوم في الدعوى الاول ا د وليكن نسبة د ب الى ج معلومة وبالتركيب
نسبة ا ب الى ج معلومة فاذن جميع ا ج اعظم بقدر معلوم هو ا د من قدر هو

ا ه ب ج

ده القدر

د ج الذي نسبته الى قدر ب ج معلومة واما في الدعوى الثانية فالقدر المعلوم
يحتمل ان يكون اصغر من القدر الاول كا د ويحتمل ان يكون اعظم منه
كا ه وعلى التقدير الاول يكون نسبة د ج الى ب ج معلومة وبالتفصيل نسبة
د ب الى ب ج معلومة فا ب اعظم بقدر معلوم هو ا د من قدر هو د ب الذي
نسبته الى ب ج معلومة وعلى التقدير الثاني يكون نسبة ه ج الى ب ج معلومة بالعكس
وبالخلاف ثم القلب ثم الخلاف نسبة ه ب الى ب ج معلومة فا ب اصغر
من ا ه الذي هو معلوم بقدر ه ب الذي نسبته الى ب ج معلومة وذلك
ما اردناه ب اذا كان قدر اول اعظم بقدر معلوم من قدر نسبته الى قدر ثان
معلومة كان الاول اعظم بقدر معلوم من قدر نسبته الى جميع الاول والثاني
معا معلومة فليكن القدر الاول ا ب والثاني ج والقدر المعلوم ا د وليكن
نسبة د ب الى ج معلومة وبالخلاف ثم التركيب ثم الخلاف نسبة د ب
الى د ج معلومة وليكن نسبة ه ب الى ا ج كنسبة د ب الى د ج فا ه معلوم فاه
معلوم ونسبة ه ب اعني المقدمين معا الى ا ج اعني التاليين معا كنسبة د ب الى
د ج المعلومة فاذن ا ب اعظم بقدر ا ه المعلوم من قدر ه ب الذي نسبته الى جميع ا ج

[illegible] اذا [illegible] معلوم [illegible]
[illegible] معلوم [illegible]
ان يجعل نسبة [illegible]
لا ب ج وبالخلاف نسبة ه لا ب ج
كنسبة النسبة [illegible]

ا ه ب ج د



معلومة وذلك ما اردناه لج اذا كانت ثلثة اقدار نسبة الاول الى الثاني
معلومة والثاني اعظم بقدر معلوم من قدر نسبته الى الثالث معلومة كان الاول
اعظم بقدر معلوم من قدر نسبته الى الثالث معلومة وليكن المقادير ا ب
ج د ه و نسبة ا ب الى ج د معلومة وليكن ج ز القدر المعلوم من ج د وليكن
نسبة ز د الى ه معلومة وليكن نسبة ا ح الى ا ب المعلوم كنسبة ا ب الى ج د
المعلومة فاح معلوم ونبين نسبة ح ب الى ز د معلومة وكانت نسبة ز د الى ه
معلومة فنسبة ح ب الى ه معلومة فاذن ا ب اعظم بقدر معلوم هو ا ح
من ح ب الذي نسبته الى ه معلومة وذلك ما اردناه لد اذا زيد قدران
معلومان على قدرين نسبة احدهما الى الآخر معلومة كان اما نسبة احد الكلين
الى الآخر معلومة واما احد الكلين اعظم بقدر معلوم مما قدر نسبته الى الكل
الآخر معلومة فليكن نسبة ا ب الى ج د معلومة وا ه ج ز المزيدان عليهما معلومان
فان كانت نسبة ا ه الى ج ز كنسبة ا ب الى ج د كانت نسبة ه ب كله الى ز د
كله التي هي كنسبة ا ب الى ج د المعلومة معلومة وان لم يكن نسبة ا ه الى ج ز
كنسبة ا ب الى ج د جعلنا نسبة ا ح الى ج ز المعلوم كنسبتهما المعلومة فيكون ا ح

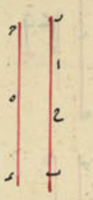
بل ح





بل ح ه معلوما ويكون نسبة ح ب الى ز د معلومة كما مر فيكون ه ب كله اعظم
بقدر ه ح المعلوم مما قدر ح ب الذي نسبته الى ز د كله معلومة وذلك
ما اردناه اقول ان كان ا ح اعظم من ا ه كانت نسبته ما هي اصغر من ج ز
الى ا ه كنسبة ج ز الى ا ب فيكون ز د كله اعظم بقدر معلوم مما قدر نسبته الى
ه ب كله معلومة له اذا نقص قدران معلومان من قدرين نسبة احدهما الى
الآخر معلومة كان اما نسبة احد الباقيين الى الآخر معلومة واما احد الباقيين
اعظم بقدر معلوم من قدر نسبته الى الباقي الآخر معلومة فليكن نسبة ا ب الى ج د
معلومة وا ه ج ز المنقوصان منهما معلومين فان كانت نسبتهما كنسبة ا ب الى
ج د كانت نسبة ه ب الباقي الى ز د الباقي معلومة والا فليكن نسبة ا ح الى ج ز المعلومة
كنسبة ا ب الى ج د المعلومة فيكون ا ح بل ه ح معلوما ونبين نسبة ح ب الى ز د
معلومة فاذن ه ب يزيد بقدر ه ح المعلوم على ح ب الذي نسبته الى ز د
معلومة وذلك ما اردناه اقول ان كان ا ح اصغر من ا ه كانت نسبته ما هي اعظم
من ج ز الى ا ه كنسبة ج ز الى ا ب وتتم البيان كما مر لو اذا زيد قدر معلوم
على احد قدرين نسبة احدهما الى الآخر معلومة ونقص من الآخر قدر معلوم كان

[illegible]





الكل اعظم بقدر معلوم من قدر نسبته الى الثانى معلومة فليكن نسبة اب الى اج
معلومة ونزيد على اب ونقص من جه جد وهما معلومان ونجعل نسبة اح
الى جد المعلوم كنسبة اب الى جد فاح بك بح معلوم وتبقى نسبة بح
الى جه معلومة فاذن بح كله اعظم بقدر بح المعلوم من قدر بح
الذى نسبته الى جه الثانى معلومة وذلك ما اردناه يو اذا كان كل واحد
من قدرين اعظم بقدر معلوم من قدر نسبته الى قدر ثالث معلومة كان اما نسبة
احد القدرين الى الآخر معلومة واما احدهما اعظم بقدر معلوم من قدر نسبته
الى القدر الآخر معلومة فليكن القدران اب جد والثالث ه ونفصل من القدران
المعلومان وهما از جح فيكون نسبة كل واحد من زب حد الباقين الى ه معلومة
ونسبة زب الى حد معلومة وقد زيد عليها قدرا از جح المعلومان فاذن
اما نسبة احد قدرى اب جد الكلين الى الآخر معلومة واما احدهما اعظم
بقدر معلوم من قدر نسبته الى الآخر معلومة وذلك ما اردناه يح اذا كان قدر اعظم
بقدر معلوم من كل واحد من قدرين آخرين كان اما نسبة احد القدرين الى الآخر
معلومة واما احدهما اعظم بقدر معلوم من قدر نسبته الى القدر الآخر معلومة

فليكن القدر



٥.

فليكن القدر الاول اب والآخران جد هز وليكن اح اه معلومين
ونسبتا حب الى جد وحب الى هز معلومتين ونجعل نسبة اح المعلوم
الى ط كنسبة حب الى جد المعلومة فط معلوم ونسبة اب الى جط
معلومة وايضا نجعل نسبة اح المعلوم الى ل كنسبة حب الى هز فل
معلوم ونسبة اب الى لز معلومة فنسبة طج الى لز معلومة ونقص
منهما طج له المعلومين فاذن جد هز قدران اما نسبتهما معلومة واما احدهما
اعظم بقدر معلوم من قدر يكون نسبته الى الآخر معلومة وذلك ما اردناه يط
اذا كان قدر اول اعظم بقدر معلوم من قدر نسبته الى قدر ثان معلومة وكان
الثانى ايضا اعظم بقدر معلوم من قدر نسبته الى قدر ثالث معلومة كان الاول
اعظم بقدر معلوم من قدر نسبته الى الثالث معلومة فليكن الاول اب والمعلوم
منه اح والثانى جد والمعلوم منه جز والثالث ه وليكن نسبتا حب
الى جد وزد الى ه معلومتين ونجعل نسبة جز المعلوم الى ط كنسبة
حب الى جد المعلومة فط معلوم وجميع اط معلوم ونسبة طب الى زد
الباقيين بل الى ه معلومة فاذن اب اعظم بقدر اط المعلوم من قدر طب الذى





(ك) نسبته الى د معلومة وذلك ما اردناه ك ولنوجد آخر ولتكن القدر الاول اب
والآخران جـ د و نفصل من اب اه المعلوم حتى تكون نسبة هـ ب الى جـ
معلومة وكان جـ د اعظم بقدر معلوم من قدر نسبته الى د معلومة وهـ ب اعظم
بقدر معلوم من قدر نسبته الى د معلومة و نفصل منه هـ ب القدر المعلوم
ولتكن هـ ز فيكون نسبة ز ب الى د معلومة فاب اعظم بقدر المعلوم من زب
(كا) الذى نسبته الى د معلومة وذلك ما اردناه كا اذا نقص من قدرين معلومين قدران
نسبة احدهما الى الآخر معلومة كان الباقيان اما نسبة احدهما الى الآخر
معلومة واما احدهما اعظم بقدر معلوم من قدر نسبته الى الآخر معلومة فليكن المعلومان
اب جـ د والمنقوصان اه جـ ز ونسبتهما معلومة ونسبة اب جـ د ايضا معلومة
فان كانت النسبتان واحدة كانت نسبة هـ ب ز د الباقيين ايضا تلك
النسبة والا فلتكن نسبة اب المعلوم الى جـ ح كنسبة اه الى جـ ز المعلومة فيكون
ح جـ بحـ د معلوما ونسبة هـ ب الى ز ح هي كنسبة اه الى جـ ز معلومة فيكون
اذن ز د الباقي اعظم بقدر ح د المعلوم من قدر ز ح الذى نسبته الى هـ ب
(كب) الباقي كنسبة جـ ز الى اه المعلومة وذلك ما اردناه كب اذا كانت نسبة كل واحد

من قدرين



من قدرين الى ثالث معلومة كانت نسبتهما اليه معا معلومة فليكن نسبة
كل واحد من قدري اب ب جـ الى د معلومة فيكون نسبة اب الى ب جـ
بالتركيب نسبة جميع اجـ الى ب جـ معلومة وكانت نسبة ب جـ الى د معلومة
(كج) فنسبة جميع اجـ الى د معلومة وذلك ما اردناه كج اذا كانت نسبة الكل
الى الكل كنسبة الاجزاء الى الاجزاء معلومين وليست النسبة واحدة كانت
نسبة بعض كل واحد من اجزاء احدهما الى البعض الآخر معلومة فلتكن نسبة
اب كله الى جـ د ونسبة اه الى جـ ز الجزئين ونسبة هـ ب الى ز د الجزئين
الآخرين كلها معلومة وليست بواحدة ونجعل نسبة هـ ب الى ز ح كنسبة اه
الى جـ ز المعلومة فيكون نسبة هـ ب الى كل واحد من ز ح ز د معلومة
فنسبة ز ح الى ز د معلومة ونسبة اب الى كل واحد من جـ ح
جـ د معلومة فنسبة جـ ح الى جـ د معلومة فنسبة ز ح الى ح د معلومة
فنسبة ز د الى ز ح احد الجزئين الى الآخر معلومة في احد الكلين وكانت
نسبة جـ ز الى اه ونسبة ز ح الى هـ ب معلومتين فنسبة اه الى هـ ب
احد الجزئين الى الآخر معلومة في الكل الآخر مثل ذلك وذلك ما اردناه

كد كل ثلثة خطوط متناسبة يكون نسبة اولها الى الثالث معلومة فان نسبة اولها
الى الثالث ايضا معلومة وليكن الخطوط ا ب ج وننصف خطا معلوما وهو د
ونجعل نسبته الى ه كنسبة ا الى ج المعلومة فه ايضا معلوم ونأخذ بين د ه
وسطا في النسبة وليكن ز فهو ايضا معلوم ونسبة د الى ز معلومة ونسبة
ا الى ج التي هي كنسبة مربع ا الى السطح ا في ج اعني مربع ب كنسبة د
الى ه التي هي كنسبة مربع د الى السطح د في ه اعني مربع ز فنسبة مربع ا
الى مربع ب كنسبة مربع د الى مربع ز ونسبة ا الى ب كنسبة د الى ز
المعلومة فهي ايضا معلومة وذلك ما اردناه



كه كل نقطة يتقاطع عليها خطان
معلوما الوضع معلومة فليتقاطع خطا ا ب ج د المعلوما الوضع على نقطة
ه فهي معلومة لانها ان انتقلت انتقل وضع احد الخطين او كليهما وذلك
محال لكونهما معلومي الوضع فاذن ه معلومة وذلك ما اردناه اقول اول
ليس من شرط الخطين ان يكونا مستقيمين



كو كل خط مستقيم معلوم النهايتين
فهو معلوم الوضع والقدر وليكن ا ب فان انتقل وضعه او قدره انتقل احدى
نقطتي ا ب او كلتاهما وذلك محال فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

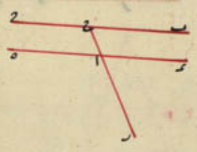


اذا كان

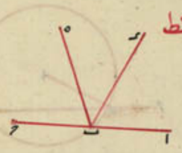
٥٣



كز اذا كانت احدى نهايتي خط معلوم الوضع والقدر معلومة كانت النهاية الاخرى
معلومة وليكن الخط ا ب والنهاية المعلومة ا وذلك لان نقطة ب اذا
انتقلت انتقل اما وضع الخط او قدره او كلاهما وذلك محال فاذن الحكم ثابت
وذلك ما اردناه



كح كل خط يمر بنقطة معلومة موازيا لخط معلوم الوضع فهو
معلوم الوضع وليكن النقطة ا والخط المعلوم الوضع ب ج والمار بالنقطة
على موازاة ب ج خط د ا ه وذلك لان الخط لو انتقل مع ثبات نقطة ا
ومع كون الخط موازيا لب ج وصار مثل خط ز ا ح لكان خطا د ه ز ح المتقاطعين
متوازيين هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول وهذا الخط هو
الذي يسمى بالمقارن للخط الموضوع اعني الاول بأحد المعنيين اول



كط كل خط
خرج من نقطة معلومة على خط معلوم الوضع واحاط معه بزاوية معلومة
فهو معلوم الوضع فليكن الخط المعلوم الوضع ا ب ج والنقطة المعلومة
التي عليه ب والخط الخارج منها ب د والزاوية المعلومة د ب ج وذلك
لان ب د لو انتقل وصار ب ه مع كون الزاوية على حالها لكانت زاويتا
ه ب ج د ب ج الصغرى والعظمى متساويتين هذا خلف فاذن خط ب د معلوم

الوضع وذلك ما اردناه أولاً وهذا الخط هو الذي يسمى بالصاعد عن الخط الاول

ل ل كل خط خرج من نقطة معلومة الى خط معلوم الوضع واحاط معه
بزاوية معلومة فهو معلوم الوضع فلتكن النقطة آ والخط الخارج آه وا الخط
المعلوم الوضع ب ج والزاوية المعلومة زاوية آه ج وذلك لان خط آج
لو انتقل مع ثبات نقطة آ وصار مثل خط آه لكان مع كون مقدار الزاوية
على حالها زاويتا آه ج آه ج الخارجة من المثلث والداخلة متساويتين هذا خلف
فاذن خط آه معلوم الوضع وذلك ما اردناه أولاً وهذا الخط هو الذي يسمى بالمنحدر

لا لا الخط الموضوع الاول لا كل خط معلوم القدر خرج من نقطة معلومة
الى خط معلوم الوضع فهو معلوم الوضع فليكن الخط الخارج آه والخط المعلوم
الوضع ب ج ونرسم على آ ببعد آه دائرة ه ح ه فهي معلوم الوضع لان
مركزها معلوم ونصف قطرها معلوم القدر فنقطة ه التي تقاطع عليها قوس
وخط معلوما الوضع معلومة وخط آه معلوم النهايتين فهو معلوم الوضع وذلك
ما اردناه كد

لب لب كل خط وصل بين خطين معلومي الوضع متوازيين واحاط معهما
بزاويتين معلومتين فهو معلوم القدر فليكن الخطان الموضوعان اب ج د

والخطان صل

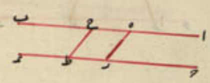






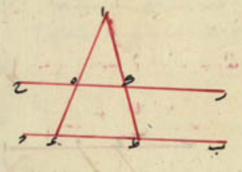
٥٣

والخط الواصل بينهما ه ز والمتبادلتان المعلومتان ب ه ز ه ز ج
ولنعلم على اب نقطة معلومة وهي ح ونخرج منها ح ط موازيا لـ ه ز فيخرج خط
صعد من نقطة معلومة على خط معلوم الوضع واحاط معه بزاوية معلومة فهو
معلوم الوضع و ج د معلوم الوضع فنقطة ط ايضا معلومة وخط ح ط
ل كه
معلوم الوضع والقدر و ه ز مثله فهو معلوم القدر ايضا وذلك ما اردناه
لد م ا ان كو
لج لج كل خط معلوم القدر وصل بين متوازيين معلومي الوضع فالزاويتان
اللتان يحدثهما ذلك الخط معلومتان وليكن الخطان اب ج د ولما وصل
بينهما المعلوم القدر ه ز وليكن نقطة ط معلومة على خط ج د ولنصعد منها
ط ح موازيا لـ ه ز فهو ايضا معلوم القدر لكونه مساويا لـ ه ز ومعلوم الوضع
لد م ا ان
لكونه صاعدا من نقطة معلومة على خط معلوم الوضع فيكون الزاوية التي عند
ح معلومة وهي مساوية للتي عند ه وكذلك اللتان عند ط و ز فاذن
كط م ا ان كط م ا ان
الزاويتان اللتان يحدثهما ه ز معلومتان وذلك ما اردناه لد لد كل خط
خرج من نقطة معلومة الى خطين متوازيين معلومي الوضع فانه ينقسم على نسبة
معلومة فليكن النقطة ه والخطان الموضوعان اب ج د والخارج ه ز ح





ونعلم على حد نقطة معلومة وهي ط ونخرج طه الى ح فطح معلوم الوضع
واب معلوم الوضع فنقطة ك معلومة وكانت نقطتا ط ه معلومتين فخطا
ح ه ه ط معلوما القدر ونسبتها كنسبة ز ه ح فهي معلومة وذلك ما اردنا

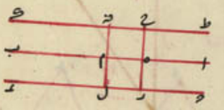


له اذا اخرج من نقطة معلومة الى خط معلوم الوضع خط وقسم ذلك الخط
بحال نسبة معلومة واخرج من موضع القسمة خط مواز للخط المعلوم الوضع
فهو معلوم الوضع وليكن النقطة آ والخط المعلوم الوضع ب ح والخط
الخارج اليه آ د ونقسم على ه حتى تكون نسبة آ ه الى ه د معلومة ونخرج
ه ز موازيا لـ ب ح نقول فهو معلوم الوضع ونعلم على ب ح نقطة معلومة
وهي ط ونصل ط آ فهو معلوم وقد انقسم على ح بحال نسبة معلومة فنقطة ح
معلومة فخط ح ز المار بها موازيا لـ ب ح المعلوم الوضع معلوم الوضع
وذلك ما اردنا

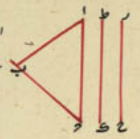


لو اذا وصل بين متوازيين معلومي الوضع خط وقسم بحال نسبة
معلومة واخرج من موضع القسمة خط مواز لهما فهو ايضا معلوم الوضع
فليكن الخطان اب حد والواصل بينهما ه ح وهو مقسوم على ز القسمة المعلومة
والخارج من ز موازيا لهما ط ز ك نقول فهو معلوم الوضع ونعلم على خطي ...

٥٤



و حد نقطتين معلومتين كيف كانتا ونصل ل م ونخرج ل م ك فخط ل م
معلوم لكون نهايتيه معلومتين ونسبة ل ك الى ك م معلومة لكونها
كنسبة ح ز الى ز ه المعلومة فخط ل ك معلوم ونقطة ك معلومة فخط ك
المار بها موازيا لخط معلوم الوضع معلوم الوضع وذلك ما اردناه
لز اذا وصل بين متوازيين معلومي الوضع خط وزيد فيه خط نسبته اليه معلومة
واخرج من طرف الخط المخرج خط مواز للمتوازيين كان ذلك الخط المخرج
ايضا معلوم الوضع فليكن المتوازيان اب حد والواصل بينهما ه ز والمزيد فيه
ح ه على ان نسبة ز ه الى ه ح معلومة ونخرج من ح خطا موازيا لـ اب حد
خط ط ح ك نقول فهو معلوم الوضع ونعلم على اب حد نقطتين معلومتين
ل م ونصل ل م وننفذه الى ك فلان ل م معلومتين يكون خط ل م معلوما
ونسبة ل م الى م ك كنسبة ز ه الى ه ح المعلومة فـ م ك معلوم ونقطة م معلومة فنقطة ك
معلومة و ط ك المار بها موازيا لـ اب حد المعلومي الوضع فهو ايضا معلوم
الوضع وذلك ما اردنا لح كل مثلث اضلاعه معلومة القدر فهو معلوم الصورة



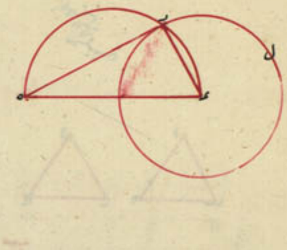
... نسبة ز ه الى ط ح كنسبة ح الى آ وبالخلاف نسبة ط ح الى ز ه كنسبة ح آ الى ب ح وكانت نسبة ز ه
الى ز ح كنسبة ب ح الى آ ب فبالمساواة نسبة ط ح الى ز ح كنسبة ح آ الى آ ب وبالتركيب نسبة ط ح ز ح معا
كنسبة ح آ آ ب معا الى آ ب وبالابدال نسبة ط ك ز ح معا الى ح آ آ ب معا كنسبة ز ح الى آ ب
... نسبة ز ه الى ز ح كنسبة ب ح الى آ ب وبالابدال نسبة ز ه الى ب ح كنسبة ز ح الى آ ب فكانت
نسبة ط ك ز ح معا ... الى ح آ آ ب معا كنسبة ز ه الى ب ح وبالابدال نسبة ز ه م ح الى ز ه كنسبة ح آ ب ...



الصورة فليكن المثلث اب ح ونضع خطا معلوما وهو ز ه ونجعل نسبة ز ه
الى ز ح كنسبة ب ح الى ب آ المعلومة ونسبة ز ه الى ه ح كنسبة ب ح
الى ح آ المعلومة و ز ه معلوم فـ ز ح ه ح معلومان ونرسم على مركز ز
المعلوم وببعد ز ح المعلوم دائرة م س ح وعلى مركز ه المعلوم وببعد ه ح
المعلوم دائرة م ح فهما معلومتا الوضع فنقطة م معلومة ونصل ز م م ه
فيكون مثلث م ز ه المعلوم الصورة لكون اضلاعه معلومة الوضع والقدر
شبيها بمثلث اب ح لكون اضلاعهما النظائر على نسبة واحدة فمثلث
اب ح معلوم الصورة وذلك ما اردنا مح كل مثلث قائم الزاوية تكون نسبة
احد ضلعي احدى زاويتيه الحادتين الى الآخر معلومة فهو معلوم الصورة



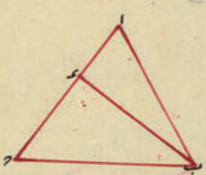
فليكن المثلث اب ح والزاوية القائمة آ والمعلوم نسبة اب الى آ ح
ونضع خطا معلوم القدر والوضع وهو ز ه ونرسم عليه نصف دائرة ز ح ه



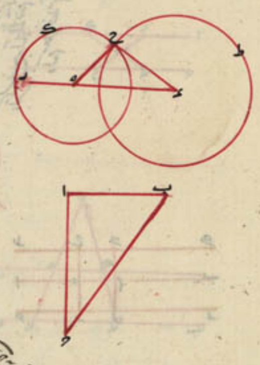
فهي معلومة الوضع ونجعل نسبة ز ه المعلوم الى ط ح كنسبة اب الى آ ح
المعلومة فـ ط ح معلوم ونرسم على مركز ه وببعد ط ح دائرة ز ل فهي
معلومة الوضع ايضا فنقطة ز معلومة ونصل ز ز ه فمثلث ز ز ه معلوم الصورة

٥٥

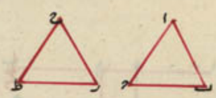
ونسبة ب ت الى اب كنسبة ز ه الى ه ز وزاويتا آ ز القائمتان
متساويتان وزاويتا ح ه الباقيتان اصغر من قائمتين فمثلثا اب ح ز ه ز
متشابهان فمثلث اب ح ايضا معلوم الصورة وذلك ما اردنا مد كل مثلث
احدى زواياه ونسبة احد ضلعيه المحيطين بزاوية اخرى الى الآخر
معلومتان فهو معلوم الصورة وليكن المثلث اب ح والمعلوم زاوية آ
ونسبة اب الى ب ح ونخرج من ب على آ ح عمود ب د فمثلث اب د القائم



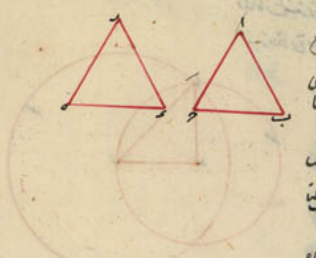
الزاوية معلوم الصورة لان زاوية آ معلومة وزاوية د قائمة وزاوية ب
الباقية معلومة ويكون لاجل ذلك نسبة اب الى ب د معلومة وكانت
نسبة اب الى ب ح معلومة ففي مثلث ب د ح القائم الزاوية نسبة ب د
الى ب ح معلومة فهو ايضا معلوم الصورة فزاوية ب ح د معلومة وكانت
زاوية آ معلومة فمثلث اب ح معلوم الصورة لكون زواياه معلومة
وذلك ما اردنا اقول ان كان زاوية آ المعلومة منفرجة فالحكم كما ذكره
اما ان كانت حادة فينبغي ان يعلم ان زاوية ح اهي حادة ام ليست
بحادة وذلك لانها ان كانت حادة وقع عمود ب د داخل المثلث وان كانت



ولیكن علیه اب و نضع خطا معلوم الوضع وهو زر ونجعل نقطة ا معلومة
ونفصل زه مساويا لبـ ج فلان زه معلوم القدر وحد نهايتيه معلومة
فالنهاية الاخرى وهي ه معلومة ونعمل على زه زاويتين تساويان زاويتي
ب ج وهما زاويتا زه ح اعني زاوية ا مساوية لزاوية ه ح ويكون زاويتا مثلثي
اب ج زه ح النظائر متساوية ونسبة اب الى ب ج المعلومة كنسبة ح ز الى زه
المعلوم فح ز معلوم ونرسم على ز بعد ز ح دائرة ح ط فهي معلومة الوضع لان
مركزها معلوم ونصف قطرها معلوم القدر ونرسم على ه بعد ه ح دائرة ح ح
وتبين ايضا انها معلومة الوضع فتقاطعهما معلوم وكانت نقطتا زه معلومتين
فضلعا ز ح ح ه معلومتا الوضع والقدر وزوايا مثلث اب ج مساوية لزوايا
مثلث ح زه كل لنظيرتها فزوايا مثلث اب ج معلومة وكانت نسبة اضلاعه
معلومة فمثلث اب ج معلوم الصورة وذلك ما اردناه لط وعلى وجه اخر لنا



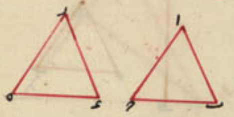
ان نرسم مثلث ح ز ط على ان اضلاعه مساوية لاضلاع مثلث اب ج كل لنظيره
فيكون زواياهما النظاير متساوية فاذن مثلث اب ج معلوم الصورة لانه يشبها به
وذلك ما اردناه م كل مثلث زواياه معلومة فهو معلوم الصورة وليكن المثلث اب ج



٥٥

ونضع خطا معلوم القدر والوضع وهو زه ونعمل على نقطة ز زاوية تساوي
زاوية ب المعلومة فيكون خط ز ح معلوم الوضع ونعمل على نقطة ه زاوية مثل
ه المعلومة فيكون خط ه ح معلوم الوضع فتقاطع ح معلوم وكانت نقطتا
زه معلومتين فاضلاع مثلث زه ح معلومة القدر والوضع وزواياه
مثل زوايا مثلث اب ج فمثلث اب ج معلوم الصورة لانا عملنا مثلثا

ما شبيها به وذلك ما اردناه ما كل مثلث احدى زواياه ونسبة احد الضلعين

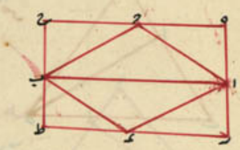


المحيطين بها الى الاخر معلومتان فهو معلوم الصورة فليكن المثلث اب ج
والمعلوم منه زاوية ب ونسبة اب الى ب ج ونضع خطا زه معلوم الوضع
والقدر ونعمل على ز زاوية ز مثل زاوية ب فهي معلومة ونجعل نسبة زه
المعلوم الى زح كنسبة اب الى ب ج المعلوم ونفصل زح فزح معلوم ونقطة ح
معلومة فنقطة ز معلومة وكانت نقطة ه معلومة فخط ه ح زه معلوم



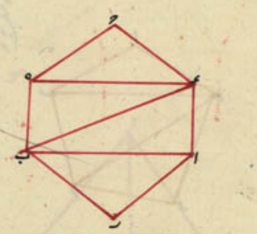
ولان زاويتي ب ز متساويتان واضلاعهما المحيطة بهما متناسبة على التناظر
يكون المثلثان متشابهين ومثلث زه ح معلوم الصورة فمثلث اب ج

مب معلوم الصورة وذلك ما اردناه مب كل مثلث نسب اضلاعه معلومة فهو معلوم



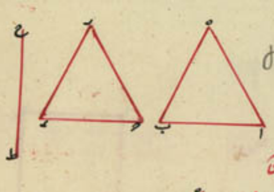
اب ا ب ج ونخرج من نقطتي اب عمودي ا ز ب ح ونخرج من نقطتي ح ا خطي ج ح
ح ط موازيين لاب فيتم متوازيات اضلاع ج ب ز و يكون في مثلث
ا ه ح القائم الزاوية لكون زاوية ا ه ح الباقية من زاوية ه اب بعد نقصانها
من قائمة معلومة وزاوية ه قائمة نسبة ا ح الى ا ه معلومة وكانت الى اب
معلومة فنسبة اب الى ا ه معلومة وكذلك الى ا ز ايضا معلومة فنسبة ا ز
الى ا ح هي نسبة سطح ه ت الى سطح ا ق بل نسبة نصفيهما اعني المثلثين معلومة

ه وذلك ما اردناه ه اذا رسم على خط شكلان مستقيما الخطوط معلوما الصورة
كيف كانا فان نسبة احدهما الى الاخر معلومة وليكن الخطاط ا ح
الشكلين ب ه ح ا والاخر ب ز ا ونقسم الاول الى مثلثات معلومة الصورة
وهي ح ه ز ه ب ب ح ا فنسبة مثلث ح ز ه الى مثلث ه ب معلومة ونسبة



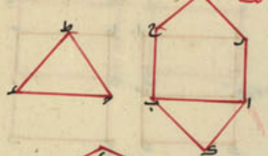
مثلث ه ب الى مثلث ب ا معلومة فنسبة جميع ه ب ه الى مثلث ب ا
الذي نسبته الى مثلث ب ا ز معلومة فنسبة جميع ا ه ب الى مثلث ب ا ز

نا معلومة وذلك ما اردناه نا كل شكلين متشابهين رسما على خطين نسبة احدهما
الى الاخر معلومة فان نسبة احد الشكلين الى الاخر معلومة فليكن الخطان اب

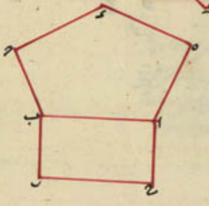


٥٨

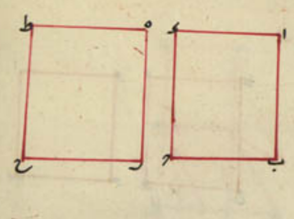
ح د والمرسومان عليهما ا ب ز ح د و وليكن نسبة اب الى ح د كنسبة ح د
الى ح ط فلان نسبة اب الى ح د معلومة يكون نسبة اب الى ح ط اعني



نب نسبة الشكل الى الشكل معلومة وذلك ما اردناه نب كل شكلين معلومي الصورة
كيف كانا رسما على خطين نسبة احدهما الى الاخر معلومة فان نسبة الشكلين
الى الاخر معلومة وليكن الخطان اب ح د والشكلان ا ز ح ب و ط ح ونرسم
على ح ط شكلا شبيها بشكل ح ط و وهو ا ح ب ولان نسبة الى كل واحد من الشكلين

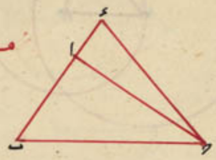


نج معلومة تكون نسبة احد الشكلين الى الاخر معلومة وذلك ما اردناه نج كل شكل معلوم
الصورة يكون احد اضلاعه معلوم القدر فهو معلوم القدر وليكن الشكل ا ز ح ب
وضلعه المعلوم اب ونرسم عليه مربع ار فهو معلوم القدر والصورة وتكون
نسبة الشكل اليه معلومة فالشكل معلوم القدر وذلك ما اردناه نه اذا كان



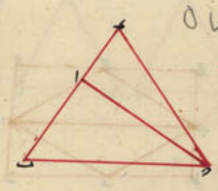
شكلان معلوما الصورة متشابهان ونسبة ضلع من احدهما الى ضلع من الاخر
معلومة فان نسبة باقي اضلاع احدهما الى باقي اضلاع الاخر معلومة فليكن الشكلان
اب ح ه ر ح ط والمعلوم نسبة اب الى ز ح فلان نسبة اب الى كل واحد من
ز ح معلومة تكون نسبة ح الى ز ح معلومة ولان نسبة ز ح الى كل واحد من

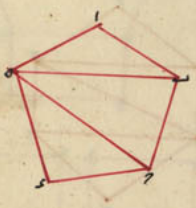
منفرجة وقع وكان للمثلث مع كون زاوية آ بحالها ونسبة اب الى اج
بحالها صورتان لانه تارة يكون جزءا من المثلث القائم الزاوية وتارة
يكون المثلث القائم الزاوية جزءا منه **مه** كل مثلث احدى زواياه ونسبة
ضلعيه معلومتان فهو معلوم الصورة فليكن المثلث ا ب ج
والمعلوم زاوية آ ونسبة اب الى اج جميعا لا ب ج ونخرج ب آ
ونجعل آ د مثل اج ونصل ج د فمثلث ب د ج زاوية د التي هي نصف
زاوية ب آ ج المعلومة معلومة ونسبة ب د الى د ج معلومة فمثلث ب د ج
معلوم الصورة وزاوية ب معلومة وفي مثلث ا ب ج زاويتا آ ب
معلومتان فاذن هو معلوم الصورة وذلك ما اردناه **مو** وبوجه اخر
ننصف زاوية آ بخط آ د فيكون نسبة آ ب الى ا ج كنسبة ب د الى د ج
وبالتركيب والابدال نسبة ب ج الى ج د معلومة ونسبة اج الى ج د
ففي مثلث ا ج د زاوية ج آ د نصف الزاوية المعلومة معلومة ونسبة
ا ج الى ج د معلومة فهو معلوم الصورة وزاوية ج معلومة وكانت زاوية
ب آ ج معلومة ففي مثلث ا ب ج زاويتان معلومتان فهو معلوم الصورة
وذلك



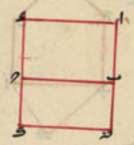


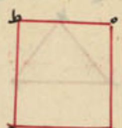
وذلك ما اردناه **مز** كل مثلث احدى زواياه ونسبة ضلعين من اضلاعه
معا الى ضلعين كانا الا الثالث معلومتان فهو معلوم الصورة فليكن مثلث
ا ب ج زاوية ب ونسبة ضلعي ب ا ب ج معا الى ا ج معلومتان فنخرج ب آ
ونجعل آ د مثل ا ج ونصل ج د ففي مثلث د ب ج زاوية ب ونسبة د ب الى
ب ج معلومتان فهو معلوم الصورة فزاوية د معلومة وضعفها زاوية ب آ ج
معلومة ففي مثلث ب آ ج زاويتان معلومتان فهو معلوم الصورة وذلك ما اردناه
مح لنا ان نقسم كل شكل مستقيم الخطوط معلوم الصورة الى مثلثات معلومة
الصورة فليكن الشكل ا ب ج د ه ونصل ب ه ه ج فمثلث ا ب ه معلوم
الصورة لكون زاوية آ ونسبة ا ب الى ا ه معلومتين وتصير زاوية
ا ب ه معلومة فتبقى زاوية ه ب ج معلومة ولكون نسبة ا ب الى كل واحد
من ب ه ب ج معلومتين يكون نسبة ب ه الى ب ج معلومة فيكون مثلث
ه ب ج ايضا معلوم الصورة وكذلك القول في مثلث ه ج د فاذن المثلثات
جميعا معلومة الصورة وذلك ما اردناه **مط** اذا رسم على خط واحد مثلثان
معلوما الصورة فنسبة احدهما الى الاخر معلومة ولنكن الخطات والمثلثان





ح ط معلومة تكون نسبة ب ح الى ح ط معلومة وكذلك في الباقية وذلك ما اردناه
نه كل شكلين معلومي الصورة فنسبة احدهما الى الاخر معلومة فان نسبة
اضلاع احدهما بعضها الى بعض معلومة فليكن الشكلان ا ب ج د ه ز ح ط فان كانا
متشابهين جعلنا ل م في النسبة ثالثا لخطي ب ج ح ط ولان نسبة الشكل الى الشكل
كنسبة ب ج الى ل م الاول الى الثالث تكون نسبة ب ج الى ل م
معلومة فتكون نسبة ب ج الى ل م الاول الى الثالث ايضا معلومة وان لم يكونا
متشابهين رسمنا على ب ج شكل ب ج ل شبيها بسطح ح ط فيكون نسبة سطح ا ب ج
الى كل واحد من سطحي ب ج ل ح ط معلومة وتكون نسبة سطح ب ج ل الى سطح ح ط معلومة
فتكون نسبة ب ج الى ح ط معلومة وكانت نسبة ب ج الى ا ب معلومة
ونسبة ح ط الى ه ز معلومة فنسبة ا ب الى ه ز معلومة وكذلك في الباقية وذلك
ما اردناه **نو** اضلاع السطوح المعلومة القدر والصورة معلومة فليكن ا ب ج د
شكلا معلوم الصورة والقدر ونضع ح ط معلوم القدر ونرسم على ح ط
شبيها بشكل ا ب ج د فهو معلوم الصورة والقدر ونسبة ا ب الى ح ط معلومة
لكونهما معلومي القدر فنسبة اضلاع احدهما الى اضلاع الاخر معلومة واضلاع ح ط
معلومة القدر







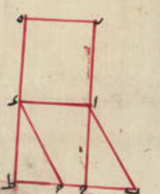




معلومة القدر فاضلاع شكل ا ب ج د معلومة القدر وذلك ما اردناه
نز كل سطحين متوازيي الاضلاع متساويي الزوايا النظائر نسبة احدهما
الى الاخر معلومة فان نسبة ضلع من الاول الى النظير له من الثاني كنسبة
ضلع اخر من الثاني الى خط نسبته الى نظيره ذلك الضلع من الاول كنسبة السطح الثاني
الى السطح الاول فليكن ا ب ج د ه ز ح ط وزاويتا ج ح متساويتين ونخرج
ونجعل نسبة د ج الى نظيره وهو ز ح كنسبة ز ح الى ك ح ونتمم سطح ح ك
فيكون مساويا لسطح ه ح لتساوي زاويتي ح ح وتكافي الاضلاع المحيطة بهما
نسبة د ج الى ز ح كنسبة ك ح الى ح ج وك ح هو الخط الذي نسبته الى ح ط
الذي هو نظيره كنسبة ح ك الى سطح ا ج فاذن نسبة د ج الى ح ز كنسبة
الى خط نسبته الى ط ح كنسبة سطح ه ح الى سطح ا ج وذلك ما اردناه **نح** اذا
اضيف الى خط معلوم على زاوية معلومة سطح معلوم فان الضلع الحادث معلوم
وليكن الخط المعلوم ا ب والسطح المعلوم ا ج والزاوية المعلومة زاوية ب ا د
والضلع الحادث ا د فنقول انه معلوم ونرسم على ا ب مربع ا ه فيكون معلوم
القدر والصورة ونخرج ز ا ه ح على الاستقامة لان سطح ا ط

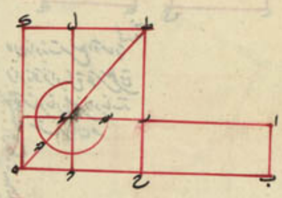






المساوي لاح فيكون ايضا معلوما ونسبة مربع اه المعلومة اليه كنسبة اد الى
بل اه لا اح فنسبة اه لا اح معلومة وزاوية ساح معلومة لكون
كل واحدة من زاويتي ساه اه اح معلومة وزاوية اح ب قائمة فمثلث
اسح معلوم الصورة ونسبة اح لا ات معلومة وكانت نسبة اه الى
اح معلومة فنسبة اه المعلوم الى ات معلومة فات معلوم وذلك ما اردناه

نط اذا اضيف الى خط معلوم سطح معلوم الصورة ينقص عن تمامه سطح معلوم
متوازي الاضلاع فان اضلاع السطح الناقص معلومة فليكن السطح المعلوم
والخط ده والسطح الناقص المعلوم الصورة سطح ه ح فنقول ان ضلعي ه ح
ه ح معلومان فنصف ده على ح ونرسم على ح ح سطح ح ح شبيها
بسطح ه ح فهو معلوم الصورة كسطح ه ح وح معلوم فح ح معلوم وسطحا ح ح
ه ح على قطر واحد وهو ه ط ونخرج ح ط الى ك فنكمل مثل ح ح و ح ه مشترك
فتكون مثل ه ح ح مشترك فعلم ح نسبة مثل ح ح المعلوم القدر
فالعلم معلوم القدر ويبقى ط ح معلوم القدر وكان معلوم الصورة لانه شبيه
ه ح فقد اخرج ح معلوم و ح معلوم فح ه معلوم ونسبة لا ه ح معلوم

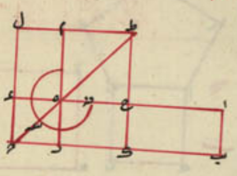


٦٠

ايضا معلوم وذلك ما اردناه

سه اذا اضيف الى خط معلوم سطح معلوم يزيد على تمامه سطح متوازي الاضلاع معلوم الصورة فان اضلاع السطح الزايد
معلومة فليكن السطح المعلوم اب ح ه والخط المعلوم ب ز والسطح الزايد
المعلوم الصورة ه ح فنقول ان ضلعي ح ه ح معلومان فننصف اه على ح
ونرسم على ح ح سطح ح ط شبيها به فيكون معلوم الصورة ومعلوم القدر
لكونه على ح ح المعلوم ونخرج قطر ح ط ونتم الشكل فيبين ان سطح اح
المعلوم مساو للعلم م ن فهو ايضا معلوم وجميع سطح ح ل معلوم فح ح
معلوم و ح ح معلوم فح ز الباقي معلوم ونسبة لا ره معلومة فره ايضا معلوم
وذلك ما اردناه

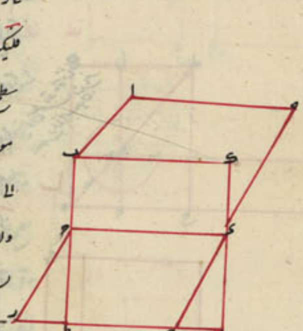
سا اذا كان سطح متوازي الاضلاع معلوم القدر والصورة
وزيد عليه او نقص منه علم معلوم كان كل واحد من اضلاع العلم معلوما فليكن
اولا السطح المعلوم القدر والصورة سطح اب ح ه والعلم المعلوم المزيد عليه علم ح
فيكون سطح ز ح معلوم القدر لان جزئيه معلومان ومعلوم الصورة لانه شبيه
بسطح اب ح ه فضلعي ح ز ح ح معلومان وكان ضلعا ح ب ح ه معلومين فضلعا
ب ز ح ح الباقيان وهما ضلعا العلم معلومان ثم لتكن السطح المعلوم القدر





سطح ح ز والعلم المعلوم المنقوص منه علم ح فيبقى سطح ب ه معلوم القدر
لانه فضل معلوم على معلوم ومعلوم الصورة لانه شبيه بسطح ح ز فضلعا ح ب
ه ح معلومان ويبقى ضلعا ب ز ح ح ضلعا العلم معلومين وذلك ما اردناه

سب اذا اضيف الى احد اضلاع شكل معلوم الصورة سطح متوازي الاضلاع
على زاوية معلومة وكانت نسبة الشكل الى السطح معلومة فان السطح معلوم الصورة
فليكن الشكل المعلوم الصورة اب ح ه والسطح المضاف الى ضلع ح ه منه
سطح ح ز ح ه والزاوية المعلومة زاوية ح ه ز فنخرج ح ه الى ط ومن ا ه ط
موازيا لـ ح ط ومن ب ح موازيا لـ ه ح ونخرج ز ح الى ك ولان نسبة
الى ح ه وزاوية ب ح ه معلومتان يكون سطح ب ه ح معلوم الصورة
ولان شكل اب ح ه وسطح ب ه ح المعلومي الصورة على خط واحد يكون
نسبة احدهما الى الآخر معلومة وكانت نسبة شكل اب ح ه الى سطح
ح ز ح ه معلومة فنسبة سطح ب ه الى سطح ح ز بل الى سطح ح ك اعني نسبة
لا ح ط معلومة ونسبة ح لا ح ه معلومة فنسبة ح ه لا ح ط معلومة وزاوية
ه ح ط ه ح ز الباقية معلومة وكانت زاوية ح معلومة فمثلث ح ط ز معلوم الصورة



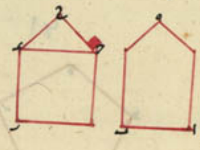
٦١

ونسبة ح ط الى ح ز معلومة وكانت نسبة ز ح الى ح ط معلومة فنسبة ه ح
الى ح ز معلومة وكانت زاوية ز ح ه معلومة فسطح ه ز معلوم الصورة
وذلك ما اردناه

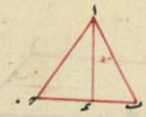
سج اذا رسم على احد خطين نسبتهما معلومة شكل
معلوم الصورة وعلى الآخر متوازي اضلاع معلوم الزاوية وكانت نسبتهما
معلومة كان السطح معلوم الصورة فليكن الخطان اب ح ه ونسبة اب
الى ح ه معلومة ونعمل على اب شكل اب ط ه ر وهو معلوم الصورة وعلى ح ه
متوازي اضلاع ح ه ك وزاوية المعلومة ح ونسبة الشكل الى السطح
معلومة فنقول ان سطح م ه معلوم الصورة ونعمل على اب سطح ال
شبيها بسطح م ه ولان نسبة اب لا ح ه معلومة فنسبة سطح ال
الى سطح م ه معلومة ونسبة سطح م ه الى شكل اب ط ه ر معلومة فنسبة
الشكل الى سطح ال معلومة ولانه قد عمل على خطات شكل وسطح عدا
معلومة ونسبة الشكل الى السطح معلومة تكون سطح ال معلوم الصورة
فسطح م ه الشبيه به معلوم الصورة وذلك ما اردناه

سد وبوجه آخر
نعمل على ح ه سطح ح ه المعلوم الصورة كيف كان فلان شكل اب ط ه ر

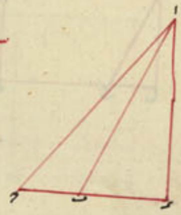




ح د ء المعلومي الصورتا خطين نسبتهما معلومة و ٤٣ ات د ء يكون نسبة
ت الى ح د ء معلومة وكانت نسبة ات الى سطح د ر معلومة فنسبة شكل
ح د ء الى سطح د ر معلومة و ٤٣ ح خط د فسطح د ر معلوم الصورتا وذلك
ما اردنا سه اذا كانت زاوية حادة في مثلث معلومة فان نسبة الثابعد نقصان
مربع وترها من مربعي ضلعيها الى المثلث معلومة فليكن زاوية ت من مثلث ابة
حادة ونخرج ت عمود ا د على ت ة فالحاصل ان نسبة ضعف سطح
د ت في ت ة الى المثلث معلومة وذلك لان مثلث ات د معلوم الصورتا

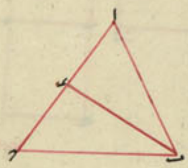


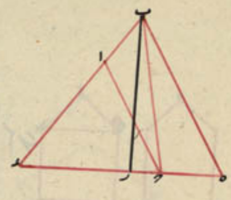
لكون زاويتي ت معلومة وزاوية ا د ت قائمة ونسبة ت د الى د ا ل نسبة
ت ة في ت د الى د ا في ت ة معلومة فاذن نسبة ضعف المقدم وهو الثابت
بعد نقصان مربع ا ة من مربعي ات ت ة الى نصف الثالث وهو المثلث معلومة
وذلك ما اردنا سو اذا كانت زاوية منفرجة من مثلث معلومة فان نسبة
فضل مربع وترها على مربعي ضلعيها الى المثلث معلومة فليكن زاوية ات ة
المنفرجة من مثلث ات ة معلومة ونخرج ا عمود ا د ونخرج ت د الى ة
فالحاصل ان نسبة ضعف سطح د ت في ت ة الى المثلث معلومة وذلك



لان مثل ما ارد

لان مثلث ا د ت معلوم الصورتا لكون زاوية ا ت د تمام المنفرجة فاين نسبتين
معلومة وزاوية د قائمة فنسبة ت د الى ا د معلومة ونسبة سطح ت د
في ت ة الى سطح ا د في ت ة فاذن نسبة ضعف المقدم وهو فضل مربع ا ة
على مربعي ات ت ة الى نصف الثالث وهو المثلث معلومة وذلك ما اردنا
سز اذا كان زاوية من مثلث معلومة فان نسبة سطح احد ضلعيها في الآخر
الى المثلث معلومة فليكن زاوية ا من مثلث ات ة معلومة ونخرج
عمود ت د على ا ة ويكون مثلث ت ا د معلوم الصورتا لما مر ونسبة ت ا
الى ت د التي هي كنسبة ت ا في ا ة اعني سطح احد ضلعي زاوية ا في الآخر
الى ت د في ا ة اعني ضعف المثلث معلومة فاذن نسبة ذلك السطح الى المثلث
معلومة وذلك ما اردنا سح اذا كانت زاوية من مثلث معلومة فان نسبة
فضل مربع مجموع ضلعيها على مربع وترها الى المثلث معلومة فليكن زاوية
ت ا ة من مثلث ات ة معلومة ونخرج ت ا ونجعل ا د مثل ا ة ونصل ة د
ونخرجه ونخرج ت ة موازيا لا د الى ان يلقى د ة على ة فلان ا د ا ة
متساويان يكون زاوية ا د ة اعني زاوية ت ة د مساوية لزاوية ت د ة

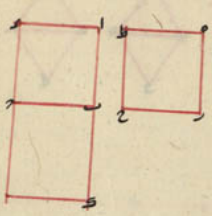


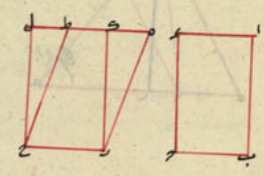


فمثلث ت د ة متساوي الساقين واخرج فيه ت ح من راسه الى قاعدته كيف
اتفق فلاجل ذلك يكون سطح د ح في ح ة مع مربع ت ح مساويا لمربع ت د
ففضل مربع ت د اعني مربع مجموع ضلعي ت ا ا ة على مربع ت ح هو سطح د ح
في ح ة والحاصل ان نسبة سطح د ح في ح ة الى مثلث ات ة معلومة
وذلك لان مثلث د ا ة معلوم الصورتا لكون زاوية د المساوية لـ
نصف زاوية ت ا ة المعلومة فنسبة د ة الى د ا معلومة ونسبة مربع د ة
الى مربع د ا التي كنسبة سطح د ح في ح ة الى سطح د ا في ا ت اعني سطح
د ا في ات معلومة وكانت نسبة سطح د ا في ات الى المثلث معلومة
فاذن نسبة سطح د ح في ح ة الى المثلث معلومة وذلك ما اردناه
اقول انما كان سطح د ح في ح ة مع مربع ت ح مساويا لمربع ت د لانا اذا
اخرجنا من ت عمود ت ر على د ة كان خط د ة قد نصف على ر وقسم على ح
فسطح د ح في ح ة مع مربع ر ح يساوي مربع ر ة ونجعل مربع ت ر مشتركا
فيصير سطح د ح في ح ة مع مربعي ر ح ت ر اعني مربع ت ح مساويا لمربعي ر ة
ر ت اعني مربع ت ة بل مربع ت د وانما كان نسبة مربع د ة الى مربع د ا

كنسبة

كنسبة سطح د ح في ح ة الى سطح د ا في ات لان نسبة د ة الى د ا كانت كنسبة
د ا الى ات من جهة موازاة ا د لـ ت ة فنسبة مربع د ة الى سطح د ح في ح ة
كنسبة مربع د ا الى سطح د ا في ات واذا ابدلنا كان كما ذكرنا سط اذا كان
سطحان متوازيي الاضلاع متساويي الزوايا ونسبة احدهما الى الآخر
ونسبة ضلع من الاول الى ضلع من الآخر معلومتان كانت نسبة الضلع الباقي
من الاول الى الضلع الباقي من الآخر ايضا معلومة فليكن السطحان ا د ء و ر ح
والمعلوم نسبة ضلع ت ة الى ضلع ر ح ونخرج ات ونجعل نسبة ت ة
الى ر ح كنسبة د ر الى ت ط ونتمم سطح د ط فيكون مساويا لسطح ر ح ويكون نسبة
سطح ا د الى سطح د ط معلومة فيكون نسبة سطح ا د الى سطح د ط اعني نسبة ات
الى ت ط معلومة وكانت نسبة د ر الى ت ط معلومة فنسبة ات الى د ر معلومة
وذلك ما اردناه ع اذا كان سطحان متوازيي الاضلاع مختلفا الزوايا
معلومها ونسبة احدهما الى الآخر ونسبة ضلع من احدهما الى ضلع من الآخر
معلومتان فان نسبة الضلع الآخر من الاول الى الضلع الباقي من الآخر معلومة
فليكن السطحان ات و د ء و ر ح ط والمعلوم نسبة ضلع ت ة الى ضلع ر ح فلنتم





علا زاويه ح رح مثل زاويه وب ا ونخرج ه تلاقى ح ا مواز يالرى

فيتم سطح ح ا رح ك المساوى لسطح ه رح ط ويكون متساوى الزوايا لسطح ا ب ح ه

فيكون نسبة ا ب الى رح معلومة وتكون زاويتى ر ح ه ر ه ح معلومتين يكون

مثلث ر ه ح معلوم الصورة ونسبة ر ح الى ر ه معلومة فاذن نسبة ا ب الى

ه ر معلومة وذلك ما اردناه عا اذا كان سطحان متوازيا الاضلاع زواياهما

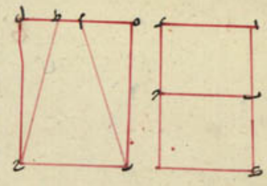
معلومة متساوية كانت او مختلفة ونسبة اضلاعهما بعضها الى البعض معلومة

فان نسبة احد السطحين الى الآخر معلومة فليكن السطحان اسره ا ه رح ط

والمعلوم نسبة ا ب الى ه ر ونسبة ب ح الى رح ولكن اولا زاويتا ب ا ه

ه رح متساويتين فنخرج ا ب ونجعل نسبة ب ح الى رح المعلومة كنسبة ه ر

الى ب ح فيكون نسبة ه ر الى ب ح معلومة وكانت نسبة ه ر الى ا ب معلومة



فنسبة ا ب الى ب ح اعنى نسبة سطح ا ه الى سطح ه ح بل الى سطح ه رح ط

معلومة ثم لتكن الزاويتان مختلفتين ونرسم عند ر زاوية ح ر م مثل زاوية

ه ب ا ونتم سطح م رح ك فيكون مساويا لسطح ح ر ه ط ولكون زاويتى ر ه م ر م

معلومتين يكون مثلث ر ه م معلوم الصورة ونسبة ر م الى ر ه معلومة وكانت

نسبة

٦٤

نسبة ا ب الى ه ر معلومة فنسبة ا ب الى ر م معلومة وكانت نسبة ب ح

الى رح معلومة فيكون نسبة سطح ا ح الى سطح م ح كما بينا معلومة وهي

كنسبة الى سطح ر ط فهي معلومة وذلك ما اردناه عب كل مثلثين زواياهما

معلومة متساوية كانت او مختلفة ونسبة اضلاعهما بعضها الى البعض معلومة

فان نسبة احدهما الى الآخر معلومة فليكن المثلثان ا ب ح ه ر ه ونتم

سطحى ا ح ه ط المتوازى الاضلاع فيكون زواياهما معلومة ونسبة اضلاعهما

بعضها الى البعض معلومة فيكون نسبة احد السطحين الى الآخر معلومة

وكذلك نسبة نصفيهما اعنى المثلثين وذلك ما اردناه عج اذا كان مثلثان

نسبة قاعدة احدهما الى قاعدة الآخر ونسبة احد الخطين اللذين يحيطان

من طرفيهما الى قاعدتيهما ويحيطان معهما زوايا معلومة متساوية كانت او مختلفة

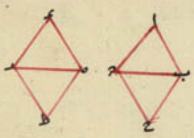
الى الآخر معلومتان كانت نسبة احد المثلثين الى الآخر معلومة

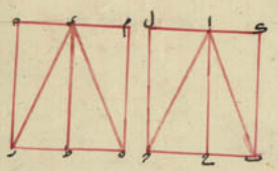
فليكن المثلثان ا ب ح ه ر ه ونسبة ب ح الى ه ر معلومة وقد انحدر نقطتى

ا ه خطا ا ح ه ط الى القاعدتين واحاطا مع قاعدتيهما ب ح ر ه بزوايا عند

نقطتى ح ط معلومة اما متساوية او مختلفة ولكن نسبة ا ح الى ه ط معلومة

فهما ايضا معلومتان وزاويتا ب ح متساويتان لزاويتى ر ه المعلومتين فهما ايضا معلومتان ح





زى

نقول فنسبة مثلث ا ب ح الى مثلث ه ر ه معلومة ونتم سطحى ط ح م ر المتوا

الاضلاع ح ط ان سطح ك يكون موازيا لـ ا ه م لط ه فيكون نسبة سطح

الى سطح م ر معلومة لكون زواياهما ونسب اضلاعهما معلومتان وكذلك نسبة

نصفيهما اعنى المثلثين وذلك ما اردناه عد اذا كان سطحان متوازيا الاضلاع

زواياهما معلومة متساوية كانت او مختلفة وكانت نسبة ضلع من احدهما

الى ضلع من الآخر كنسبة الضلع الباقى من الآخر الى الضلع الباقى

من الاول معلومة فان نسبة احد السطحين الى الآخر معلومة وليكن السطحان

ا ب ح ه و ر ه ح زاويتا ا ه ب ه ر ه معلومتان ونسبة ه ب الى ر ه كنسبة ح ر

الى خط نسبته الى ه ا معلومة ولكن اولا زوايا السطحين متساوية ونخرج ا ه

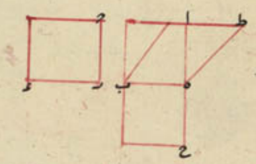
الى ح ونجعل نسبة ه ب الى ر ه كنسبة ح ر الى ه ح ونتم سطح ب ح فيكون

مساويا لسطح ح ه ونسبة ا ه الى ه ح معلومة فنسبة سطح ا ب الى سطح ب ح بل

الى سطح ح ه معلومة ثم لتكن زوايا السطحين مختلفة ونعمل زاوية ب ه ط مثل

زاوية ر ونتم سطح ب ط ويكون مساويا لسطح ا ب فمثلث ط ه ا معلوم الصورة

لكون زواياه معلومة ونسبة ه ا الى ه ط معلومة ونسبة ه ب الى ر ه كنسبة ح ر



٦٥

الى خط نسبته الى ه ا بل ه ط معلومة وسطحا ط ب ح ه متساويا الزوايا فنسبة

سطح ط ب الى سطح ح ه بل نسبة سطح ا ب الى سطح ح ه معلومة وذلك ما اردناه

عه اذا كان سطحان متوازيا الاضلاع نسبة احدهما الى الآخر معلومة

وزواياهما معلومة متساوية كانت او مختلفة فان نسبة ضلع من احدهما الى ضلع

من الآخر كنسبة الضلع الباقى من الآخر الى خط نسبته الى الضلع الباقى من الاول

معلومة ونعيد الشكل المتقدم ولكن اولا السطحان متساويى الزوايا ونجعل نسبة

ه ب الى ر ه كنسبة ح ر الى ه ح ونتم سطح ب ح ونسبة ا ب الى ه ح بل الى

سطح ب ح التى هى نسبة ا ه الى ه ح معلومة فنسبة ه ب الى ر ه كنسبة ح ر الى خط

نسبته الى ه ا معلومة اعنى خط ه ح ثم لتكن الزوايا مختلفة ونعمل سطح ط ب المساوية

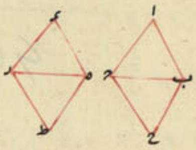
زواياه لزوايا ح ه فيكون نسبة ه ب الى ر ه كنسبة ح ر الى خط نسبته الى ه ط

معلومة ولان نسبة ط ه الى ه ا معلومة لكون مثلث ط ه ا معلوم الصورة يكون

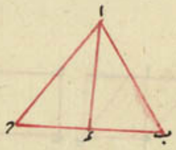
نسبة ذلك الخط الى ه ا ايضا معلومة فاذن على التقديرين نسبة ه ب الى ر ه

كنسبة ح ر الى خط نسبته الى ه ا معلومة وذلك ما اردناه والشكل كالمتقدم بعينه

عو اذا كان مثلثان نسبة احدهما الى الآخر معلومة وزاويتان منهما معلومتان

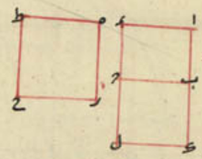


كانا مثلث وبين او مختلفين فنسبة ضلع من احدهما الى نظيره من الآخر كنسبة
ضلع من الآخر الى خط يكون نسبته الى نظيره ذلك الضلع من الاول
معلومة فليكن المثلثان المعلوما النسبة اب ج ه ز و الزاويتان
المعلومتان ا ه فنقول ان نسبة اب الى ه ز كنسبة ه ز الى خط
نسبته الى ا ج معلومة ونتمم سطح ا ح ه ط ونبين الحكم فيهما فيتبين في المثلثين

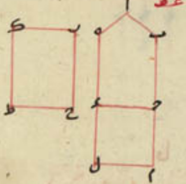


عز وذلك ما اردناه عز كل مثلث معلوم الصورة انحدر من راسه الى القاعدة خط
على زاوية معلومة فان نسبة ذلك الخط الى القاعدة معلومة فليكن المثلث ا ب ج
والخط ا د والمعلوم زاوية ا د ب وذلك لان مثلث ا ب د معلوم الصورة
ونسبة ا د الى ا ب معلومة وكانت نسبة ا ب الى ب ج معلومة فاذن
عح نسبة ا د الى ب ج معلومة وذلك ما اردناه عح كل شكلين معلومي الصورة نسبة
احدهما الى الآخر معلومة فان نسبة ضلع من احدهما الى ضلع من الآخر
اي ضلع كان معلومة فليكونا ا ج د ح ونرسم على ج ه شكل [illegible] شبيها
فهو ايضا معلوم الصورة ورسمنا [illegible] فنسبة ا ج الى [illegible] معلومة
وكانت نسبة ا ج الى د ح معلومة فنسبة [illegible] الى د ح الشبيهين معلومة

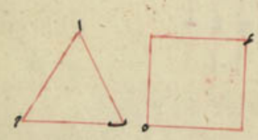
ولان ا ج ب ل معلوم الصورة



ونسبة اضلاعهما معلومة فنسبة ب ج الى ز ح معلومة وكذلك في الباقي
عط وذلك ما اردناه عط كل سطح قائم الزوايا نسبته الى شكل معلوم ونسبة
ضلع منه الى ضلع من الشكل معلومتان فهو معلوم الصورة فليكن الشكل المعلوم
اب ج د ه والسطح القائم الزوايا ز ح ط ك والمعلوم نسبة الشكل الى السطح
ونسبة ضلع ج د الى ضلع ح ط ونعمل على ج د سطحا شبيها بز ط وهو ج ل
فنسبة سطح ج ل الى سطح ز ط معلومة لانهما شبيهان على خطين نسبتهما
معلومة وكانت نسبة اب ج د ه الى ز ط معلومة فنسبة اب ج د ه الى ج ل
معلومة ولان ج ل على ضلع ج د وزاوية د ج م منه معلومة ونسبة الشكل
الى السطح معلومة يكون ج ل معلوم الصورة فز ط الشبيه به ايضا معلوم



ف الصورة وذلك ما اردناه ف كل مثلث يكون زاوية منه معلومة ونسبة
سطح احد ضلعيها في الآخر الى مربع وترها معلومة فهو معلوم الصورة وليكن
المثلث اب ج والمعلوم زاوية ا ولكن سطح ا ب في ا ج فضل مربع [illegible]
على مربع ب ج فنسبة [illegible] الى مثلث اب ج معلومة ونسبة سطح ب ا
في ا ج الى مثلث اب ج معلومة وكانت نسبة سطح ب ا في ا ج الى مربع



ب ج معلومة فنسبة مربع ب ج الى مثلث اب ج معلومة ونسبة مثلث
اب ج الى سطح [illegible] معلومة فنسبة [illegible] الى مربع ب ج معلومة واذا [illegible]
كانت نسبة جميع سطح [illegible] ومربع ب ج [illegible] معلومة
معلومة فنسبة جميع [illegible] الى [illegible] معلومة وكانت زاوية ا معلومة
فا فمثلث اب ج معلوم الصورة وذلك ما اردناه فا اذا كانت ثلثة خطوط متناسبة
وثلثة اخرى متناسبة وكانت نسبة الاطراف بعضها الى البعض معلومة
كانت نسبة الواسطة الى الواسطة معلومة فليكن اب ج متناسبة وكذلك
د ه ز ونسبة ا الى د و ج الى ز معلومتين فنقول فليكن نسبة ب الى ه معلومة
فلان سطح ا في ج و د في ز متوازي الاضلاع متساوي الزوايا ونسبة
اضلاعهما معلومة فنسبة احد السطحين الى الآخر معلومة وهي نسبة مربع ب
فب فاذن نسبة ب الى ه معلومة وذلك ما اردناه فب اذا كانت اربعة خطوط
متناسبة فنسبة الاول الى الخط نسبته الى الثالث معلومة كنسبة الثاني الى خط
نسبته الى الرابع معلومة فليكن الخطوط اب ج د ونسبة ا الى [illegible] كنسبة
ب الى [illegible] ولكن الخط الذي نسبته الى ج معلومة ه ونجعل نسبة ب الى [illegible]



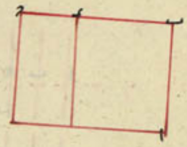


كنسبة ب الى ز ونسبة ج الى ه معلومة فنسبة ج الى ز معلومة ونسبة ا
الى ه كنسبة ب الى ز ونسبة ج الى ه كنسبة ب الى ز فبالبدل ونسبة ا الى
ج كنسبة ب الى ز وهو الخط الذي نسبته الى د معلومة وز هو الخط الذي نسبته الى
د معلومة فاذن صح ما ادعيناه وذلك ما اردناه اقول الاوضح ان يقال في الدعوى
فنسبة الاول الى خط نسبته الى الثاني معلومة كنسبة الثالث الى خط نسبته الى
فج الرابع لكن النسخ حتى يطابق البرهان فج اذا كانت اربعة خطوط واخذ منها
اي ثلثة كانت واخذ مع الثلثة خط رابع نسبته الى الخط الباقي من الاربعة معلومة
وكانت الاربعة الاخيرة متناسبة فان نسبة الخط الباقي من الاربعة الاولى الى
الثالث منها كنسبة الثاني الى خط نسبته الى الاول معلومة فليكن الاربعة الاولى
ا ب ج د والثلثة الماخوذة منها ا ب ج ومع الرابع [illegible] نسبته الى د معلومة وليكن
ذلك الرابع ه متناسبة نسبة ا الى ب كنسبة ج الى ه فنقول ان نسبة
د الى ج كنسبة ب الى خط نسبته الى ا معلومة وذلك لان نسبة سطح ا في ه
الى سطح ب في ج معلومة ونسبة ج الى ا معلومة فنسبة [illegible]
فنسبة [illegible] ايضا معلومة فنسبة ج الى [illegible] كنسبة [illegible]

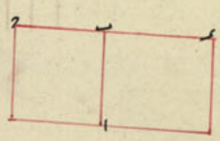


لا آ معلومة وذلك ما اردنا اولا ينبغي في الدعوى ان يقال فنسبة الخط الثالث عد
من الاربعة الاول الى الثالث منها كنسبة الثاني الى الخط نسبته الى الاول
من النسبة المعلومة المذكورة اعني نسبة الرابع المأخوذ الى الثاني من الاربعة
الاول فان نسبة د الى ج كنسبة ب الى خط نسبته الى آ كنسبة ه الى ج فد

فد اذا احاط خطان فضل احدهما على الآخر معلوم بسطح معلوم على زاوية معلومة
فكل واحد منهما معلوم فليكن اب ب ج ويحيطان بزاوية ب المعلومة ونتمم سطح
ا ه وهو معلوم وليكن فضل ب ج على اب هو ه ج وهو معلوم فسطح ا ه معلوم الصورة بالزم
وسطح ا ج معلوم وقد اضيف الى خط ه ج المعلوم وزيد على تمامه سطحا معلوما بالزم
الصورة اعني ا ج فاب ب ج معلومان وذلك ما اردنا



فه اذا احاط خطان مجموعهما معلوم بسطح معلوم على زاوية معلومة فكل واحد
منهما معلوم فليكن الخطان اب ب ج وليحيطا ا ج على زاوية ب المعلومة
ونخرج ب ج ونجعل ب د مثل اب ونتمم سطح ا د فلان اب مثل ب د وزاوية
ب معلومة يكون سطح ا د معلوم الصورة وا ب ب ج معا اعني ج د معلوم
وقد اضيف اليه سطح ا ج المعلوم ونقص عن تمامه سطح ا د المعلوم الصورة فكل واحد



[illegible]

[illegible]

من خطي اب ب ج معلوم فب ج الثاني معلوم وذلك ما اردنا فو اذا احاط خطان فو
فضل مربع احدهما على الآخر معلوم بسطح معلوم على زاوية معلومة فكل واحد
منهما معلوم فليكن الخطان اب ب ج والسطح الذي احاطا به ا ج وزاوية ب
المعلومة زاوية ب ونفصل من مربع اب فضله على مربع ب ج وليكن اب في ب د
فيبقى اب في ا د مثل مربع ب ج ولان سطح ا ج معلوم وسطح اب في ب د معلوم بالزم
فنسبتهما اعني نسبة ب ج الى ب د معلومة ونسبة مربع ب ج الى مربع ب د
اعني نسبة مربع ب ج الى سطح اب في ا د معلومة ونسبة سطح اب في ا د الى اربع
مرات لا مربع ب د معلومة وبالتركيب نسبة جميع اب في ا د واربع مرات
مع مربع ب د اعني نسبة مربع مجموع ب ا ا د الى مربع ب د معلومة ونسبة
مجموع خطي ب ا ا د الى ب د معلومة وبالتركيب نسبة ضعف ب ا الى ب د
معلومة وكانت نسبة ب ج الى ب د معلومة فنسبة اب الى ب ج معلومة
وسطح احدهما في الآخر معلوم فكل واحد من اب ب ج معلوم وذلك ما اردنا

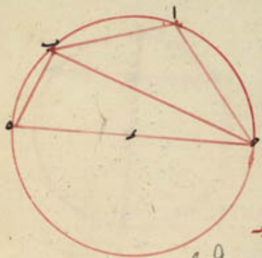


فز اذا احاط خطان فضل مربع احدهما على مربع الآخر نسبته الى مربع الخط الآخر
معلومة معلوم بسطح معلوم على زاوية معلومة فكل واحد منهما معلوم فليكن الخطان

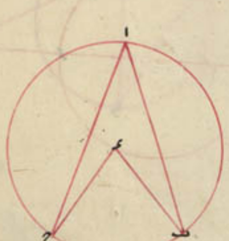
اب ب ج والسطح المعلوم ا ج والزاوية المعلومة ب ونفصل من مربع ب ج
فضله على المربع الذي نسبته الى مربع اب معلومة وليكن هو سطح ب ج في ج د
نسبة د ب في ب ج الى مربع اب معلومة وسطح ا ج معلوم وتساويه
معلومة فنسبة سطح ا ج الى سطح ب ج في ب د معلومة فاب في ب د معلوم
وكان ب ج في ج د معلوما فنسبة اب الى ج د معلومة ونسبة مربع اب
الى مربع ج د معلومة فنسبة ب ج في ج د الى مربع ج د معلومة ونسبة
في ب ج اربع مرات الى مربع ج د معلومة وبالتركيب نسبة ب ج في ج د
اربع مرات مع مربع ج د اعني نسبة مربع مجموع ب ج ج د الى مربع ج د
معلومة فنسبة مجموع ب ج ج د الى ج د معلومة وبالتركيب نسبة ضعف ب ج
الى ج د معلومة فنسبة ب ج الى ج د اعني نسبة ب ج في ج د الى مربع ج د
معلومة وكان ب ج في ج د معلوما فمربع ج د معلوم فج د معلوم ونسبة اب الى
ج د معلومة فاب معلوم وسطح ا ج معلوم وزاوية ب معلومة فخط ب ج معلوم فاذن
كل واحد من اب ب ج معلوم وذلك ما اردنا فح كل خط يفصل من دائرة معلومة
القدر قطعة تقبل زاوية معلومة فهو معلوم القدر فلتكن الدائرة ا ب ج والخط ب ج



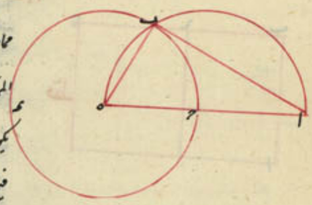
[illegible]

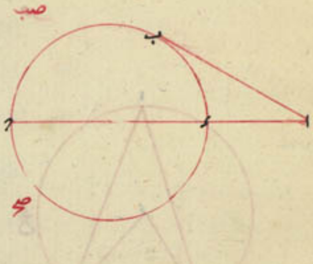


والنقطة المفصولة ب ا وليكن المركز ه ونخرج قطر ج ه د ونعلم على قوس
ب ا نقطة ا كيف وقعت ونصل ج ا ا ب ب د فزاوية ج ا ب معلومة بالزم
وزاوية ب د ج تمامها الى قائمتين ايضا معلومة فمثلث ج ب د القائم الزاوية
معلوم الصورة ونسبة د ج المعلوم الى ب ج معلومة فب ج معلوم وذلك
ما اردنا فط كل قطعة يفصلها خط معلوم القدر من دائرة معلومة القدر
فان الزاوية التي تقع فيها معلومة ولنعد الشكل المتقدم فلان مثلث
ب ج د القائم الزاوية ضلعا ب ج ج د معلومان يكون المثلث معلوم
الصورة وزاوية ب د ج معلومة فزاوية ج ا ب تمامها الى قائمتين
معلومة وذلك ما اردنا ص اذا كانت دائرة معلومة الوضع وعلم
عليها نقطتين احديهما معلومة واخرج من احدى النقطتين خط الى
محيط الدائرة ورد الى النقطة الاخرى فحدث بينهما زاوية معلومة كانت
النقطة الاخرى معلومة فلتكن الدائرة ا ب ج والنقطتان ب ج والمعلومة
منهما ب واخرج منها خطا ب ا ورد الى ج فحدث زاوية ب ا ج المعلومة
نقول فنقطة ج معلومة وليكن المركز د ونصل ب د د ج ولان نقطتي ب د



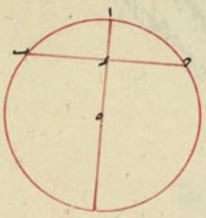
معلومتان يكون ب آ معلوم الوضع وزاوية ب ه ج ضعف زاوية ب آ ج
معلومة فخط ه ج معلوم الوضع ودائرة ب آ ج معلومة الوضع فنقطة ج معلومة
صا وذلك ما اردناه صا كل خط يخرج من نقطة معلومة الى دائرة معلومة الوضع
مماسا لها فهو معلوم الوضع والقدر فلتكن النقطة آ والدائرة ب ج د والخط
المماس آ ب ولتكن المركز ه ونخرج آ ه ب ولان نقطتي آ ه معلومتان
يكون خط آ ه معلوم الوضع والقدر ونرسم عليه نصف دائرة آ ب ه
فيمر بنقطة ب لان زاوية آ ب ه قائمة ويكون معلوم الوضع فنقطة ب لقاء محيطي
دائرتين معلومتي الوضع معلومة فآ ب معلوم الوضع والقدر وذلك ما اردنا
صب صب اذا اخرج من نقطة معلومة خط الى دائرة معلومة الوضع فقطعها كان سطح
ذلك الخط كله فيما خرج من الدائرة منه معلوما فلتكن النقطة آ والدائرة
ب ج د والخط آ ج ولنخرج من آ آ ب مماسا للدائرة على ب فيكون آ ب معلوم
الوضع والقدر ولان سطح آ ج في آ د مثل مربع آ ب المعلوم فهو معلوم
صج وذلك ما اردنا صج كل خط يمر في دائرة معلومة الوضع بنقطة معلومة وانتهى الى
المحيط في الجهتين فان سطح احد قسميه في الآخر معلوم فلتكن الدائرة آ ب ج





٧٠

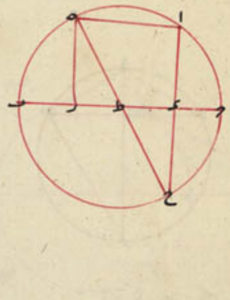
والنقطة د والخط ب د ج وليكن المركز ه ونخرج د ه الى آ و ز فلان نقطتي
د ه معلومتان يكون خط آ ز معلوم الوضع والدائرة معلومة الوضع فنقطتا
آ ز معلومتان ونقطة د معلومة فخطا آ د د ز معلومان وسطح احدهما في الآخر
صد معلوم فاذن سطح ب د في د ج المساوي له معلوم وذلك ما اردنا صد اذا
اخرج في دائرة معلومة القدر خط فصل منها قطعة تقبل زاوية معلومة واخرج
في القطعة في احد طرفيها خط الى المحيط ورد الى الطرف الآخر وبنصف الزاوية
الحادثة بخط ينتهي الى المحيط كانت نسبة الخطين المحيطين بتلك الزاوية الى الخط
المنصف وسطح مجموعهما في القسم من الخط المنصف الخارج من القطعة معلومتين
فلتكن الدائرة آ ب ه والخط الذي يفصل القطعة ب ج والقطعة ب آ ج ونخرج
منها آ ب آ ج وينصف زاوية ب آ ج بخط آ ه فنقول ان نسبة ب آ آ ج معا
الى آ ه معلومة وسطح ب آ آ ج معا في ه ز معلوم ونصل ب ه فتكون زاوية ب آ ج
بل زاوية ب آ ه معلومة وكل واحد من خطي ب ه ه ب ج معلوم ونسبة ب ه
الى ب ج معلومة وسطح ب ه في ب ج معلوم وزاويتا ب آ ه و ه آ ج متساويتان
وزاوية ه آ ج مثل زاوية ه ب ج فزاوية ه ب ز مثل ب آ ه وزاوية آ ه ب





[illegible]

مشتركة فنسبة آ ه الى ه ب كنسبة ه ب الى ه ز وكنسبة آ ه الى ه ز وبنسبة
آ ه الى ه ز كنسبة ب آ آ ج معا الى ب ج فنسبة آ ه الى ب ج كنسبة ب آ
آ ج معا الى ب ج وبالابدال والخلاف نسبة ب آ آ ج الى آ ه كنسبة ب ج
الى ب ه المعلومة فنسبة ب آ آ ج الى آ ه معلومة وايضا لان نسبة ب ج
الى ه ز كنسبة ب آ آ ج معا الى ب ه يكون سطح ب آ آ ج معا في ه ز كسطح
ب ج في ب ه المعلوم فسطح ب آ آ ج في ه ز معلوم وذلك ما اردنا صه
صه اذا اخذ على قطر دائرة معلومة الوضع نقطة معلومة واخرج منها خط
ينتهي الى محيط الدائرة فاخرج من نقطة الانتهاء عمود على ذلك الخط الى
ان يلقى المحيط ثم اخرج من النقطة التي عليها يلقى المحيط خط مواز للخط الاول
الى القطر فان بكل النقطة من القطر التي يلقاها الخط الموازي عليها معلومة وسطح
هذا الخط في الخط الاول معلوم فلتكن الدائرة آ ب ه والقطر ب ج والنقطة
المعلومة د والخط المخرج منها د آ والعمود الخارج من آ على آ د عمود آ ه والخط
المخرج من ه مواز الى آ د ه ز فنقول فنقطة ز وسطح آ د في ه ز معلومان
ولنخرج آ د الى ح ونصل ه ح فه ح قطر لان زاوية ح آ ه قائمة و ب ج



٧١

[illegible]

فط مركز و ه ز مواز لد ح و ه ط مثل ط ح فز ط مثل د ط و ه ط معلوم لان
نقطتي د ط معلومتان فط ز معلوم فنقطة ز معلومة والدائرة معلومة الوضع
وقد مر فيها آ ح بنقطة د المعلومة فسطح آ د في د ح اعني سطح آ د في ه ز معلوم
وذلك ما اردناه

[illegible]

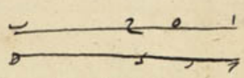


[illegible]

اكر ثاوذوسيوس

بسم الله الرحمن الرحيم

كتاب الاكر لثاوذوسيوس وهو ثلث مقالات وتسعة وخمسون شكلا وفي بعض النسخ بنقصان شكل في العدد وقد امر بنقله من اليونانية الى العربية ابو العباس احمد بن المعتصم بالله وتولى نقله قسطا بن لوقا البعلبكي الى الشكل الخامس من المقالة الثالثة ثم تولى نقل باقيه غيره واصلحه ثابت بن قرة الحراني المقالة الاولى اثنان وعشرون شكلا حد الكرة شكل مجسم يحيط به سطح واحد في داخله نقطة كل الخطوط المستقيمة الخارجة منها الى السطح متساوية وتلك النقطة مركز الكرة محور الكرة خط مستقيم يمر بالمركز وينتهي في جهتيه الى سطح الكرة ويدار الكرة عليه وقطبا الكرة طرفا المحور قطب الدائرة التي في الكرة نقطة على سطح الكرة يكون جميع الخطوط المستقيمة التي تخرج منها الى محيط الدائرة متساوية الدوائر المتوازية في الكرة المتساوية الابعاد من مركزها هي التي تكون الاعمدة الواقعة من مركز الكرة على سطوحها متساوية والتي عمودها اطول فهي ابعد السطحان اللذان يتبع لكل واحد منهما انه مائل عن الآخر هما المتقاطعان اللذان اذا اخرج من اي نقطة كانت في



ا ه ح ب

ه د ر ح

مقدمة في الاكر لثاوذوسيوس كتاب البهنى ان مراد انه مقدار ا ب اعظم من ضعف مقدار ا ه ومقدار ح ه اعظم من ضعف مقدار ح ر فقول ان نسبة مقدار ا ب الى مقدار ح د اعظم من نسبة مقدار ا ه الى مقدار ح ر برهانه فليكن ضعف ا ه اح وضعف ح ر ح ط فلان مقدار ا ب اعظم من ا ح ونسبة الى مقدار ح د ... نسبة ا ه الى ح ر لان نسبة الاجزاء ... فيكون نسبة مقدار ا ب الى مقدار ح ط اعظم من نسبة مقدار ا ه الى مقدار ح ر ونسبة ا ب الى مقدار ح د اعظم من نسبة ا ب الى ح ط فيكون نسبة مقدار ا ب الى مقدار ح د اعظم من نسبة مقدار ا ه الى مقدار ح ر بكثير وهو المراد

[illegible]

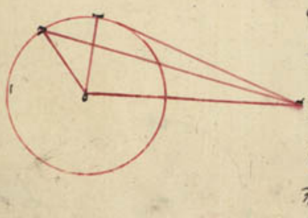
فصلهما المشترك

٧٢

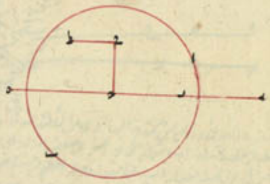
فصلهما المشترك عمود ان عليه في السطحين احاطا بزاوية حادة وميلها هو تلك الزاوية والسطوح المتساوية الميول هي التي تكون زوايا ميولها متساوية كل اثنين منها متساوية الى آخرين والتي ميلها اكبر هي التي زوايا ميلها اصغر **اقول** وينبغي ان يعلم ان لنا ان نجعل اي نقطة اتفقت على سطح الكرة قطبا ونرسم عليه ببعد هو اقل من قطر الكرة دائرة في ذلك السطح وان نخرج اي قوس تكون الا ان يتم دائرتها وان نفصل بابنا اي قوسا معلومة من قوس اعظم منها اذا كانتا من دائرتين متساويتين وانه لا يكون لدائرة واحدة اكثر من قطبين وان القسي المتشابهة لقوس واحدة متشابهة الى غير ذلك مما يجري مجراه مما يجري في اشباه المسائل **الاشكال** ا اذا قطع سطح كرة كان الفصل المشترك دائرة فليكن هو الخط المشترك بين ذلك السطح وسطح الكرة اقول انه دائرة ثم ان كان السطح القاطع مارا بمركز الكرة كان من البين ان ذلك الفصل دائرة وذلك لتساوي جميع الخطوط الخارجة من مركز الكرة الى الخط المشترك ويكون مركز الكرة والدائرة واحدا وان لم يكن مارا به فليكن مركز الكرة ه ولنخرج منه عمودا على السطح وهو ه ر ونخرج ب ر ه ر كيف اتفق ونصل ب ه ه ح فلان ه ر عمود على السطح تكون زاويتا ه ر ب ه ر ح قائمتين واذا القي مربع ب ه

[illegible]

ا

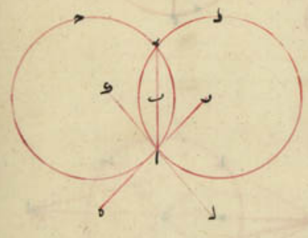


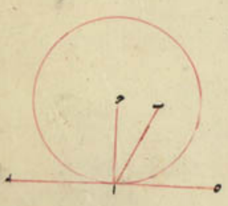
المتساويين لكونهما نصفي قطري الكرة مربع ره المشترك تبقى مربعا وت ره متساويين بالدوس
ذت ره متساويان وكذلك سائر الخطوط الخارجة الى الخط اب ح فاذن خط اب ح
محيط دائرة مركزها ة وقد بان من ذلك ان كل عمود يخرج من مركز الكرة ويقع على سطح دائرة ما
في الكرة فهو يقع على مركز تلك الدائرة ب كيف نجد مركز الكرة فليقطعها سطح وليحدث
دائرة اب فان كانت مارة بمركز الكرة فقد وجدنا المركز وان لم يكن مارة به فليكن بالاول
مركز الدائرة ح ونخرج منها عمودا على سطح الدائرة مارا في الجهتين وليلق
سطح الكرة على نقطتي ة ه وننصف ة ه على ر فهو مركز الكرة والا فليكن المركز ح ونخرج منه ثامر باده
منه عمودا على سطح دائرة اب فان وقع على غير نقطة ح فيقع على ط فيكون ط مركز
دائرة اب وكان ح مركزها هذا خلف وان وقع على ح كان عمودا ح ر ح ح
قائمين على سطح واحد على نقطة واحدة هذا خلف فاذن مركز الكرة هو نقطة ر لا غير
وقد بان من ذلك ان كل عمود على سطح دائرة يقع في كرة يكون خارجا من مركز تلك
الدائرة فهو يمر بمركز الكرة ح كل سطح يلاقي كرة ولا يقطع الكرة فهو مماسها على نقطة
فان امكن ان يلاقيها على اكثر من نقطة فيلاقيها على اب وليكن المركز ح ونصل ح ا
ح ت ونخرج السطح المار بخطي ح ا ح ت فيحدث في الكرة دائرة اح ب وفي السطح بالاول





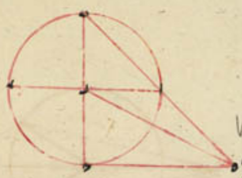
٧٣ المماس للكرة خط ه اب ر ولان السطح المماس لا يقطع الكرة فخط اب لا يقطع الدائرة
وقد لاقاها على نقطتي اب فيكون الخط الواصل بين اب غير داخل في دائرة
اح ب هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه د كل خط يخرج من مركز الكرة الى نقطة
التماس سطح مماس لها فهو عمود على ذلك السطح فليكن المركز ب ونقطة التماس ا
والخط اب وليمر به سطح كيف اتفق فيحدث في الكرة دائرة اح ه وفي السطح المماس
خط ه ا ر ويكون الخط مماسا للدائرة على نقطة ا فيكون ب ا عمودا على ه ا ر وليمر
بخط اب ايضا سطح آخر فيحدث في الكرة دائرة اح ط وفي السطح المماس بالاول
خط ع ا ك ويكون الخط ايضا مماسا للدائرة على نقطة ا ويكون ب ا عمودا على ع ا ك
فاذن ب ا عمود على السطح المار بخطي ه ا ر ع ا ك وهو السطح المماس للكرة بعينه
وذلك ما اردناه ه كل عمود على سطح يخرج من نقطة عليها يماس السطح كرة فهو يمر
بمركز الكرة وليكن نقطة التماس ا والعمود الخارج ا ت فان لم يمر بالمركز وليكن
المركز ح ونصل ا ح فيكون عمودا على السطح المذكور وكان ا ت عمودا عليه ايضا
فاذن قام عمودان في جهة واحدة على نقطة منه هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك
ما اردناه و اعظم الدوائر التي تقع في الكرة هي المارة بمركزها والمتساوية البعد عن المركز



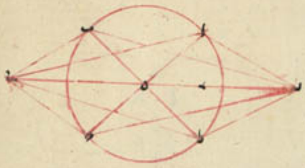


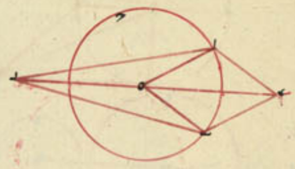
متساوية والتي بعدها اكثر فهي اصغر فليكن في كرة دوائر اب ح ده ر والمارة منها بالمركز اب
والباقيان متساويتي البعد عن المركز اولا وليكن المركز ح وهو مركز دائرة اب ونخرج منه
على سطحي دائرتي ده ر عمودي ح ط ح ك فيقعان على مركزي دائرتي ده ر ونخرج
من مراكز الدوائر الى محيطاتها ح م ط ل ك ن ونصل ح ل ح ن فيكون متساويان ط ل
ح ك ن قائمتين لكون ح ط ح ك عمودين على سطحي دائرتي ده ر ويكون خطوط ح م ح ل
ح ن متساوية لانها انصاف اقطار الكرة و ح م اطول من كل واحد من ط ل ك ن لان ح م
اعني ح ل يقوى على ح ط ط ل وايضا ح م اعني ح ن يقوى على ح ك ك ن فط ل ك ن
متساويان لتساوي ح ط ح ك فاذن دائرة ح م اعظم من دائرتي ده ر
وهما متساويان وايضا ليكن بعد دائرة ه من المركز اكثر من بعد دائرة ر فاخرج يكون
ح ط اطول من ح ك فيكون مربع ح ط اعظم من مربع ح ك ويبقى بعد اسقاطهما من
ح ل ح ن المتساويين مربع ط ل اصغر من مربع ك ن فط ل اصغر من ك ن فدائرة ه
اصغر من دائرة ر وكذلك الحكم في غير ذلك من الدوائر وذلك ما اردناه ر
كل خط يصل بين مركز الكرة ومركز دائرة تقع فيها فهو عمود على سطح تلك الدائرة فتقع في كرة
دائرة اب ح د وليكن مركز الكرة ة ومركز الدائرة ر ونصل ة ر ونخرج في الدائرة قطري



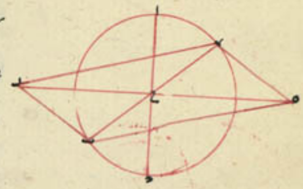


٧٤ اح ب د ونصل ة ب ة ح فضلعا ب ر ة ح وضلعا ر ح ة في مثلثي ب ر ة ح ر ة وقد كان
ضلع ر ة مشتركا فتكون متساويا ة ب ة ح متساويين فيهما قائمتان وة ر عمود على ح
ومثله نبين انه عمود ايضا على ا د فاذن هو عمود على سطح الدائرة وذلك ما اردناه
ح كل عمود يخرج من مركز كرة على سطح دائرة تقع فيها فهو يمر بقطبي الدائرة فليكن الدائرة
اب ح د ومركزها ة ومركز الكرة ر والعمود ر ة وتخرجه ليلاقي سطح الكرة فنقول
انهما قطبا دائرة اب ح د ونخرج قطري اح ب د كيف كانا ونصل ر ا ر ح ر ب ر د
فلان في مثلثات ر ا ة ر ح ة ر ب ة ر د ة زوايا ة قائمة وضلع ر ة مشترك والاضلاع
ة ا ة ح ة ب ة د متساوية تكون اضلاع ر ا ر ح ر ب ر د متساوية وكذلك سائر الخطوط
الخارجة من نقطة ر الى محيط دائرة اب ح د ومثل ذلك نبين ان الخطوط الخارجة من نقطة
ح اليه ايضا متساوية فاذن ر ح القطبان وذلك ما اردناه ط كل خط يصل بين
قطب دائرة تقع في كرة وبين مركز تلك الدائرة فهو عمود على الدائرة والبرهان في الكل
ظاهر مما تقدم ى كل عمود يخرج من قطب دائرة تقع في كرة على سطح تلك الدائرة فهو
يقع على مركزها ويمر بقطبها الآخر فلتكن الدائرة اب ح د وأحد قطبيها ة ونخرج منه ة ر
عمودا على سطح الدائرة فنقول ان ر مركزها وانه اذا اخرج يمر بقطبها الآخر ونخرج





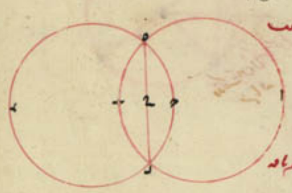
ه آ ه ت كيف اتفق ونصل ه آ ه ت فلكون ه ه مشتركا و ه آ ه ت متساويين وزاويتي
ه آ ه ت قائمتين يكون في مثلثي ه آ ه ت الباقي الزاويه ه آ مساويه لت
وكذلك سائر الخطوط الخارجة من ه الى محيطات و فاذن ه مركز الدائرة وا
اخرجنا ه ه لا الى سطح الكره ووصلنا آ ر ت كانا ايضا متساويين لتساوي ه ت
ه آ وكون زاويتي ه قائمتين وضلع ه ر مشتركا وكذلك سائر الخطوط الخارجة
الى محيطات ه فاذن هو القطب الآخر وذلك ما اردنا ما كل خط نصل من
قطب دائرة تقع في كره فهو عمود على الدائره مار بمركزي الدائره والكره فلتكن الدائرة
اب ح وقطباها ه ر ونصل ه ر وليمر على نقطة ح من سطح الدائرة ونخرج خطي اح ح
مارين بح كيف اتفقا ونصل ه ب ه ح ر ب ر ح فلكون ه ر مشتركا وضلعي ه ب ه ح
متساويين لضلعي ر ب ر ح يكون في مثلثي ه ب ر ه ح ر زاويتا ه ر متساويتين ولان
في مثلثي ه ح ط ه ح زاويتي ه وضلعي ه ح متساويان وضلع ه ح مشترك يكون زاويتا
ه ح ب ه ح متساويتين فهما قائمتان وكذلك نبين ان زاويتي ه ح ا ه ح قائمتان فح
العمود على خطي ا ه ب ه عمود على سطحهما اعني الدائره و لكون ه ح الخارج من قطب عمود على
الدائرة فهو واقع على مركزها فح مركز الدائره وايضا لكون ه ح عمودا على سطح الدائرة

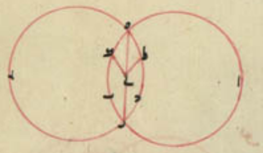


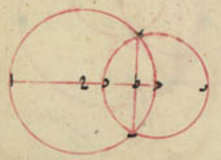
ما ط

فمن الاولى

٧٥



ب خارج من مركزها فهو مار بمركز الكره وذلك ما اردنا ب الدوائر العظيمة التي تقع في كرة
تتناصف فلتكن اب ح د من العظام التي تقع في كرة ولكون سطحهما مارين بمركز الكرة
فهما يتقاطعان وليتقاطعا على ه ر من سطح الكرة وليكن مركز الكرة ح ونصل ح ه
ح ر فلكون نقطة ه ح ر في سطحي الدائرتين تكون على فصلهما المشترك الذي هو خط مستقيم
فه ح ر خط مستقيم ولان ح مركز الدائرتين يكون ه ر قطر لهما وينصف


كل واحد من محيطيهما به فاذن الدائرتان تتناصفان ح الدوائر التي تتناصف
الواقعة في كرة عظام فلتكن في كرة دائرتا اب ح د ه وليتنصف كل واحد منهما الآخر
على نقطتي ه ر ونصل ه ر وهو فصلهما المشترك وقطرهما وننصفه على ح فح مركزهما
ونخرج من نقطة ح عمودا على سطح دائرة اب وهو ح ط واخر على سطح دائرة ح ر
ه ر ما ه وهو ح ط فهما يمران بمركز الكره فمركز الكره على فصلهما المشترك الذي هو ح لا غير مركز


بد دائرتا اب ح د فاذن هما عظيمتان وذلك ما اردنا يد كل دائرة يقطعها دائرة
عظيمة في كرة على زوايا قوائم فالعظيمة تنصفها وتمر بقطبيها فلتكن العظيمة اب ح د
والاخرى ه ح د ر وليتقاطعا على قوائم ونصل فصلهما المشترك وهو ه ر وليكن مركز
العظيمة ح وهو مركز الكره ونخرج من ح عمودا على ه ر و ح ونخرجه في الجهتين
ما ه ر ما ه
باستعانة ب
ما ه ر ما ه

٥٧

لا نقطتي ا ه من سطح الكره فلان سطح دائرة اب ح د قائم على سطح ه ب ر د وقد اقيم
فيه عمود ح ط على فصلهما المشترك فح ط عمود على سطح ه ب ر د ولكونه خارجا من مركز
الكرة يكون ط مركز دائرة ه ب ر د وه ب ر د قطرا لها فدائرة ه ب ر د قد تنصفت على نقطتي
ه ر وايضا لكون ح ط عمودا خارجا من مركز الكره على دائرة ه ب ر د فهو يمر بقطبيها
ما ه قطباها وذلك ما اردنا به كل دائرة صغيرة تنصفها عظيمة في الكره فهي تقطعها على قوائم
وتمر بقطبيها فلان دائرة ه ب ر د تنصف على نقطتي ب د تكون ب د قطرا لها
وتنصفها على ط و ط مركزها وليكن ح مركز العظيمة والكرة ونصل ح ط ونخرجه الى ا ح
فلان ح ط وصل بين مركز الكره ومركز دائرة تقع فيها يكون عمودا على سطح دائرة
ه ب ر د وسطح دائرة اب ح د قد مر به فاذن هما يتقاطعان على قوائم وذلك ما اردنا
بو كل دائرة في الكره تقطعها وتمر بقطبيها دائرة عظيمة فالعظيمة تنصفها وتقوم عليها
على قوائم فلتقطع اب ح د العظيمة دائرة ه ب ر د في كره فلتمر بقطبيها وهما ح ط
فهو يقوم عمودا على سطح ه ب ر د ويمر بمركزها ومركز الكرة ولان سطح اب ح د مار
بالعمود يقطع سطح ه ب ر د على قوائم فهو ينصفها ويمر بقطبيها وذلك ما اردنا بز
الخط الخارج من قطب كل دائرة عظيمة تقع في كرة الى محيطها مساو لضلع المربع الواقع
ما ه باستعانة الاول
ما ه
ما ه
في الدائره

ما ه
بو
بز





٧٦

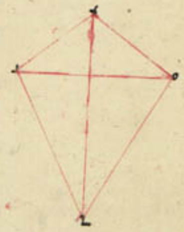
في تلك الدائرة العظيمة فلتكن الدائرة العظيمة اب ح د وليتقاطع فيها قطرا اح ب د
على قوائم على ه فه مركز الكرة والدائرة ولنقم ه ر عمودا على سطح اب ح د ومنتهيا الى سطح
الكرة عند ر فر قطب دائرة اب ح د ونصل ر ا ر ب فات ضلع المربع
الواقع في دائرة اب ح د ولان في مثلثي ا ه ب ا ه ر ضلع ا ه مشترك وضلعي ه ب
ه ر متساويان لكونهما نصف قطر الكره وزاويتا ا ه ب ا ه ر قائمتين يكون ا ب مساو
لا ر فا ر الذي هو الخط الخارج من قطب دائرة اب ح د الى محيطها مساو لضلع المربع
الواقع فيه وذلك ما اردنا يح كل دائرة في كرة يكون الخط الخارج من قطبها الى محيطها
مساويا لضلع مربع يقع في اعظم دوائر تلك الكره فهي ايضا عظيمة فلتكن في كرة دائرة
اب ح د ولكن ر ه الخارج من قطبها وهو ر الى محيطها مساويا لضلع مربع يقع في اعظم
دوائر هذه الكره ونخرج سطحا يمر بخط ر ه ومركز الكرة فيحدث على سطح الكرة دائرة
ر ه ح ط العظيمة ويكون الفصل المشترك لها ولدائرة اب ح د خط ه ح ونصل ر ح
ولان ر ه ر ح متساويان و ر ه ر ح ربع دائرة ر ه ح ط و ر ح نصفها و ه ح
قطرا ولان دائرتي ر ه ح ط العظيمة تمر بقطبي دائرة اب ح د فهي تنصفها القائمة على
قوائم دائرتا اب ح د و ر ه ح ط يتناصفان فدائرة اب ح د عظيمة وذلك ما اردنا



ما ه
ما ه
حدود



يط نريد ان نجد خطا مساويا لقطر دائرة معلومة في كرة ولتكن الدائرة اب ج فنعلم على محيطها
ثلث نقط هي ا ب ج كيف اتفق ونصل بينها ونعمل مثلث د ه ز على ان يكون د ه
مثل اب و ه ز مثل ب ج و د ز مثل ج ا ونخرج من د ه خط د ح على زوايا قائمة
لان يتلاقيا على ح ونصل ح ز فهو مساو لقطر دائرة ا ب ج لانا اذا اخرجنا
قطرها وهو ا ط ووصلنا ج ط كانت زاوية ا ط ج مساوية لزاوية ا ب ج اعني د ه ز
واذا رسمنا دائرة تحيط بذي اربعة اضلاع د ه ز ح الذي زاويتا د ز المتقابلتين
فيه قائمتان كانت زاوية د ح ز ايضا مساوية لزاوية د ه ز فيكون في مثلثي ا ط ج
د ح ز زاويتا ا ط ج د ح ز متساويتين وزاويتا ا ج ط د ز ح قائمتين وضلعا ا ج د ز
متساوين فيكون لذلك ا ط ح ز متساوين وذلك ما اردنا ك نريد ان نجد خطا
مساويا لقطر كرة معلومة فنعلم على سطح الكرة نقطتين كيف وقعتا ا ب ونرسم على قطب ا
وببعد ا ب دائرة ب ج د ونجد كما بينا خطا مساويا لقطرها ونرسم مثلث ه ز ح على ان يكون
ه ز ح متساويين و ز ح مثل ا ب ونخرج من ه ز المساوي لقطر دائرة ب ج د ونقيم عمودي ز ط ه ط
على ه ز ح لان يتلاقيا على ط ونصل ح ط فهو قطر الكرة لانا اذا اخرجنا سطحا مارا بـ ا ب ومركز
الكرة حدث دائرة ا ب ج من العظام ونخرج فيها قطرا ا ج وهو قطر الكرة ونصل ا ب







٧٧



ب ح ز فلان ا ب ا ج متساويان وساويان لـ ه ز ح ز وب ج الذي هو قطر دائرة
مساو لـ ح ط يكون زاوية ا ب ج اعني زاوية ا ج ب مساوية لزاوية ه ح ط المساوية لزاوية
ح ط ه لكون مثلث ا ج د ومثلث ه ح ط متساويا الاضلاع وزاويتا ا ج د ه ح ط متساويتان
فلانهما قائمتان وضلعا ا ج ه ح متساويان فضلعا ا د ه ط متساويان فقطر الكرة
وذلك ما اردنا كا نريد ان نرسم دائرة عظيمة تمر بنقطتين معلومتين على سطح كرة
ولتكن النقطتان ا ب فان كانتا على طرفي قطر فظاهر ان من الممكن ان نرسم دوائر
عظام غير متناهية مارة بهما وان لم يكونا كذلك رسمنا على قطب ا وببعد ضلع المربع
الذي يقع في اعظم دوائر الكرة دائرة د ه ز وعلى قطب ب وببعد ضلع المربع دائرة
د ه ز فهما عظيمتان ونصل ا ح ب ح فهما متساويان لكونهما مثل ضلع المربع ونرسم
على قطب ح وببعد ح ب دائرة ا ب فهي تمر بنقطة ا وهي دائرة ا ب عظيمة لان
الخط الخارج من قطبها الى محيطها مساو لضلع المربع وذلك ما اردنا كب نريد ان نجد
قطب دائرة معلومة في كرة ولتكن الدائرة ا ب ج ونعلم على محيطها نقطة ا كيف اتفق
ونفصل منها قوسين متساويين ا ب ا ج ونصف قوس ب ج على د فان لم تكن
دائرة ا ب ج عظيمة ادرنا على نقطتي ا د دائرة ا ه د من العظام فهي تنصف دائرة ا ب ج



الى نصفين بعظيمة لان ا ز ز ح مساويان لـ ا ح و كذلك تقطعها على قوائم وتمر بقطبيها وتنصف ا ز
على ح فح قطب دائرة ا ب ج وان كانت دائرة ا ب ج من العظام فنصف ا ز
على ح ونرسم على قطب ح وببعد ح ا دائرة ا ر ط فهي تمر بالنقطة ز لان
ح ا ح ز ربع دائرة عظيمة ولاجل ذلك تكون عظيمة ويكون ح قطبها ولان دائرة
ا ب ج العظيمة تمر بقطبي دائرة ا ر ط فهي تنصفها وتقطعها على قوائم فدائرة ا ر ط ايضا عظيمة
تقطع دائرة ا ب ج على قوائم وكذلك تنصفها وتمر بقطبيها وتنصف ا ج على ح فح قطب
دائرة ا ب ج وذلك ما اردنا تمت المقالة الاولى المقالة الثالثة منه عشرون شكلا وفي بعض
النسخ بنقصان شكل في العدد ا الدائرتان المتماستان على الكرة يلقى محيطاهما
الفصل المشترك لسطحيهما على نقطة واحدة الدوائر المتماسة في الكرة هي التي تماس فصلها
المشترك كل واحد من تلك الدوائر ا اقطاب الدوائر المتوازية التي في الكرة واحدة
باعيانها فلتكن في كرة دائرتا ا ب ج د ه ز متوازيتين ولتكن قطبا دائرة ا ب ج ح ط
ونصل ح ط فهو عمود على دائرة ا ب ج ويمر بمركزها وبمركز الكرة ولان دائرة د ه ز موازية
لدائرة ا ب ج فح ط ايضا عمود على دائرة د ه ز ولان ح ط يخرج من مركز الكرة عمودا
على دائرة د ه ز فهو يمر بقطبيها فح ط ايضا قطبا دائرة د ه ز فاذن قطبا الدائرتين نقطتان



٧٨

بعينهما وذلك ما اردناه ب الدوائر التي تكون اقطابها مشتركة في كرة فهي متوازية
ولتكن دائرتا ا ب ج د ه ز قطباهما ح ط ونصل ح ط فلان ح ط عمود على قطري كل
واحدة من دائرتي ا ب ج د ه ز يكون عمودا على سطحيهما فالسطحان متوازيان وذلك
ما اردناه والشكل كما تقدم اولا وقد بان من هذين الشكلين ان الدوائر الموازية
لدائرة موازية ج كل دائرتين تقطعان في كرة محيط دائرة عظيمة على نقطة بعينها وتكون
اقطابهما على هذه العظيمة فهما متماستان فلتقطع في كرة دائرتا ا ب ج د ه ز دائرة
ا ه ج على نقطة ح ولتكن اقطابهما على دائرة ا ه ج فاقول فهما متماستان فليكن الفصل المشترك
لدائرتي ا ه ج ا ب ج خط ا ج ولدائرتي ا ه ج د ه ز خط د ه ولدائرتي ا ب ج د ه ز
خط ر ح فلان دائرة ا ه ج العظيمة تمر بقطبي دائرة ا ب ج وبقطبي دائرة د ه ز
فهي تنصفها على قوائم فخطا ا ج د ه قطرا دائرتي ا ب ج د ه ز ولان دائرتي ا ب ج
د ه ز قائمتان على دائرة ا ه ج على قوائم يكون فصلهما المشترك وهو ر ح عمودا على سطح دائرة
ا ه ج على ح الذي في ذلك السطح ولان ر ح عمود على قطري دائرتي ا ب ج د ه ز
فهو مماس لهما فاذن الدائرتان متماستان وذلك ما اردناه د الدوائر العظيمة المارة
باقطاب الدوائر المتماسة في كرة فهي تمر بموضع تماسها فلتتماس في كرة دائرتا ا ب ج





وزه على ح ولكن نح قطبها فان امكن ان تمر دائرة عظيمة بزح ولا تمر بنقطة ح

فلتكن كدائرة زسح ونرسم على قطب ح وببعد ح ت دائرة سك فدائرة

ح زه موازية لدائرة سك لاشتراكهما في القطبين ولان دائرتي اب ح

تقطعان فلتماس زسح من عظيمة على نقطة ت واقطبها عليها تكون دائرتا اب ح

سك متماستين وقد تقاطعتا هذا خلف فاذن الدائرة العظيمة المارة بنقطتي زح

تمر بنقطة ح وذلك ما اردنا ه الدائرة العظيمة المارة بقطبي احدى الدائرتين المتماستين

على كرة وبنقطة التماس فهي تمر بقطب الاخرى فليتماس على كرة دائرتا اب ح

وزه على نقطة ح ولكن قطباهما زح فان امكن ان تمر دائرة عظيمة بنقطتي زح ولا تمر

بقطب ح ولكن كدائرة زل ط ونخرج دائرة عظيمة تمر بقطبي زح فهي تمر بنقطة ح

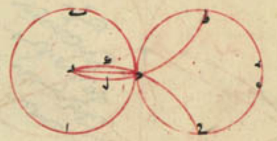
وهي دائرة زح ح ولان دائرتا زح ح زل ط عظيمتان فهما تتناصفان

وكل واحدة من قوسي زح ح زل ط نصف دائرة عظيمة فزح قطر الكرة او قطر دائرتين

عظيمتين لكنه قد خرج من قطب دائرة الى محيطها هذا خلف فاذن الدائرة

العظيمة المارة بقطب ز وبنقطة ح تمر بقطب ح وذلك ما اردنا و الدائرة العظيمة

اذا ماست دائرة في كرة فانها تماس ايضا دائرة اخرى مساوية وموازية لتلك الدائرة



فلنكن ...



٧٩

فلتماس في كرة دائرة اب العظيمة دائرة ح ح على نقطة ح ولكن قطب دائرة

ح زه ونرسم دائرة عظيمة تمر بنقطتي ح ه وهي دائرة ح ح ونفصل منها قوس

ب ز مساوية لح ه ونرسم على قطب ز وببعد ز ت دائرة سح فلان دائرتي

اب ح ح متماستان وقد مرت دائرة ح ه على قطب دائرة ح ح وبنقطة

التماس فهي تمر ايضا بقطب دائرة اب فلان دائرتي اب سح قطعتا محيط

دائرة ح ح العظيمة على نقطة ت وهي مرت بقطبيهما فهما اعني دائرتي اب

سح متماستان ولان ح ه مساوية لب ز وه ت مشترك يكون ح ت مساويا لب ز

و ح ت نصف دائرة عظيمة فب ز نصف دائرة عظيمة وه قطب دائرة ح ح و

قطبها الآخر ولكن ز قطب دائرة سح و ز ه نصف دائرة عظيمة فه ايضا

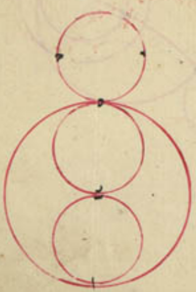
قطبها الآخر ولان دائرتي ح ح سح على قطبين مشتركين بعينهما فهما متوازيتان

وكانتا متساويتين فاذن دائرة اب قد ماست دائرة اخرى مساوية وموازية لدائرة

ح ح وذلك ما اردنا د كل دائرتين متساويتين متوازيتين في كرة تماس احديهما

دائرة عظيمة فهي تماس الاخرى ايضا فلتكن الدائرتان اب ح ح والعظيمة المماسة

لدائرة اب منهما هي دائرة اه فلتماسها على نقطة ا فان امكن ان لا تماس دائرة اه



دائرة ح ح فلتكن المارة بالموازية لها التي تماسها اه دائرة زه ح ... يكون في كرة

واحدة ثلث دوائر متساوية متوازية اب ح ح زه وهذا محال لان ذلك يقتضي ان

ان يكون لدائرة واحدة اقطاب ثلثة او ان تساوي الكل جزؤه فاذن دائرة اه

العظيمة تماس ايضا دائرة ح ح وذلك ما اردنا ح كل دائرة عظيمة تكون مائلة

على دائرة اخرى في كرة فهي انها لا تكون مارة بقطبيها فهي تماس دائرتين متساويتين

متوازيتين تكون الدائرة الاخرى فلتكن في كرة اب العظيمة مائلة على دائرة ب ح ولكن

قطب دائرة ب ح الذي لا يجوز ان يكون على دائرة اب هو نقطة ه ونرسم عظيمة

عظيمة تمر بنقطة ه وبقطبي دائرة اب وهي دائرة اح ح ونرسم على قطب ه وببعد ا دائرة از ح

فدائرة از موازية لدائرة ب ح لاشتراكهما في القطب ولان دائرتي اب از

يقطعان محيط دائرة اح ح على نقطة ا وهي تمر بقطبيهما فهما متماستان ولان دائرة

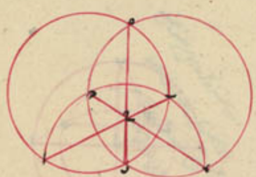
اب العظيمة تماس دائرة از فهي تماس دائرة اخرى مساوية وموازية لها ولتكن

هي دائرة ح ح فدائرة ح ح الموازية لدائرة از موازية ايضا لدائرة ب ح فاذن

دائرة اب العظيمة المائلة على دائرة ب ح تماس دائرتين متساويتين از ح ح

وموازيتين لدائرة ب ح وذلك ما اردنا ط كل دائرة عظيمة تمر في كرة باقطاب





٨٠

دائرتين متقاطعتين فانها تنصف كل قطعة منهما فلتكن المتقاطعتان اب ح ح ولتتقاطعا

على ه ز والعظيمة المارة باقطابهما اوب ح ولكن الفصل المشترك لدائرتي اب

اوب ح خط ا ب ولدائرتي ح ح اوب ح خط ح ح ولان خطي اب ح ح في سطح واحد

فهما يتقاطعان وليتقاطعا على ح ونفصل ب ح ح ه ولان نقط ب ح ه في سطح كل واحد

من دائرتي اب ح ح فهي على فصلها المشترك وهو خط ب ح ه المستقيم ولان دائرة

اوب ح العظيمة تقطع كل واحدة من دائرتي اب ح ح وتمر بقطبيها فهي تنصفها

ومنها على قوائم وكل واحد من خطي اب ح ح قطر الدائرة وسطح دائرتي اب ح ح قائمان

على سطح دائرة اوب ح على قوائم ففصلهما المشترك اعني خط ب ح ه عمود على سطح دائرة اوب ح

بل على خطي اب ح ح اللذين في ذلك السطح والقطر ينصف كل وتر يكون عمودا عليه فح

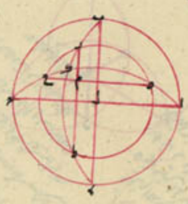
ينصف ب ح ولان ب ح ه مشترك يكون قوسا ب ا ه متساويتين

وبمثله نبين ان قوسي ب ت ه و قوسي ب ح ه ه متساويتين فاذن دائرة

اوب ح العظيمة تنصف كل واحدة من قطع ب ا ه ب ت ه ب ح ه ب ح ه الاربع وذلك

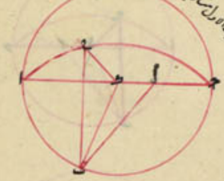
ما اردنا ي اذا مرت دوائر عظام في كرة بقطبي دوائر متوازية كانت القسي

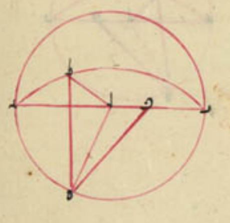
الواقعة ما بين المتوازية من العظام متشابهة وما بين العظام من المتوازية متساوية فلتكن



فى كرة دائرتا اب ود ه ونح ط متوازيتين قطباهما ه و ولنمر به من العظام دائرتا اه ح
ستهو والواقعة من المتوازية بينهما التى هى متشابهة قوس ستو نح وقوس ح و
طح وقوس ام ا طه وقوسا ات هز والواقعة من العظام بين المتوازية التى
هى متساوية هى قسى ه ار ت ح ح ط الاربع ولكن الفصل المشترك لموازنة
اب ود مع العظيمتين خطى اه ب ستو وللموازنة ونح ط معهما خطى وقح رط
ولان كل واحدة من العظيمتين قطعت كل واحدة من المتوازيتين ومرت
بقطبيهما فهى تنصفهما على قوائم وتكون خطوط اه ب ستو وح رط اقطار المتوازية
وتكون نقطة ل م مركزيهما ولتوازى سطحى المتوازيين تكون فصلا اه وقح
متوازيين وكذلك فصلا ستو رط فخطا ل م م ح موازيان لخطى ستل له
وليسا فى سطح واحد فزاوية ل م ح مساوية لزاوية ستل ه وهما على المركزين
فاذن قوس نح ستو متشابهتان وكذلك فى البواقى وايضا لان ه قطب
دائرة ونح ط تكون قسى ه ح ه ز ه ح ه ط متساوية ولانه ايضا قطب دائرة
اب ود تكون قسى ه ا ه ه ه ت ه و متساوية وتبقى قسى ه ار ت ح ح ط الاربع
متساوية وذلك ما اردناه ما اذا اعلم على اقطار دوائر متساوية قطع دوائر

٨١





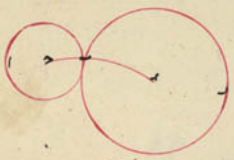
متساوية قائمة عليها على قوائم وفصلت من القطع قسى متساوية اقل من نصف القطع مما يلى
اطراف الاقطار ثم اخرج من نقطة الفصل خطوط متساوية الى محيط الدوائر
الاول فانها تفصل من الدوائر الاول مما يلى اطراف الاقطار المذكورة قسيا
متساوية ولكن دائرتان متساويتان عليهما ات و ره ز وقطراهما اه زورا القطعتان
المتساويتان القائمتان عليهما اح و زطر والقوسان المفصولتان منهما اح زط
وهما اقل من نصف القطعتين والخطان المتساويان المخرجان من نقطتى ح ط الى محيط
الدائرتين ح ت ط ه والقوسان المفصولتان اللتان نقول انهما متساويان
ات زه ولنخرج من نقطتى ح ط عمودين على سطحى الدائرتين فظاهر انهما يقعان
على فصلى اه زر المشتركين فليكونا ح ه ط له ولتكن المركزان م له ونصل ه ت
ل ه فلان قطعتى اح زطر متساويتان وكذلك خطا اه زر وقوسا اح زط
المفصولتين يكون عمودا ح ه ط ل متساويين وكذلك خطا اه زل وان ه ش
سه ه ل ضلعا ح ه ط ل متساويين وكذلك ضلعا ح ت ط ه وترا القائمتين
يكون ضلعا ه ت ل ه متساويين وكان ام زه متساويين وكذلك اه زل فيبقى

٨٢





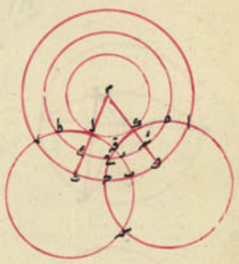
م ل له متساويين والتساوى اضلاع مثلثى ه م ه ل له النظائر يكون متساويا زاويتا
متساويتين فقوسات زه متساويتان وذلك ما اردناه ب وايضا بالعكس اذا
فصلتا من الدائرتين المذكورتين فى الشكل اب مما يلى اطراف الاقطار المذكورة
قوسين متساويتين ووصلنا بين نقطتى الفصل من الدائرتين والقطعتين بخطوط
كانت تلك الخطوط ايضا متساوية مثلا فى الشكل المتقدم وفصلت ات زه متساويين
ونصل ح ت ط ه نقول انهما متساويان ولنتمم الشكل كامر ونقول لان قوسى ات
زه متساويتان يكون زاويتا ا م ت ز له ه متساويتين وكان لما مر ه ت ه ل
متساويين وم ت له ه متساويين فيكون ه ت ل ه متساويين وكان ح ه ط ل
متساويين وزاويتا ح ه ت ط ل ه قائمتين فيكون ح ت ط ه متساويين وذلك
ما اردناه وفى بعض النسخ لا يوجد هذا الشكل مفردا بل يعد من جملة الشكل المتقدم
نريد ان نرسم فى كرة دائرة عظيمة مماسة لدائرة اخرى غير عظيمة على نقطة
مفروضة فلتكن الدائرة الغير العظيمة ات والنقطة المفروضة منها ت وقطبها ح
ونرسم دائرة عظيمة تمر بنقطتى ح ت وهى دائرة ح ت ه و ويكون ح ت منها اقل
من الربع لان دائرة ات ليست بعظيمة ونفصل ت ز ربعا ونرسم على قطب ز وبعد ز ت



٨٢

دائرة ت زهى عظيمة ولان دائرتى ات ت ز قطعتا محيط دائرة ح ت و العظيمة
على نقطة ت فهما متماستان على ت فاذن عملنا دائرة ت ز العظيمة مماسة لدائرة ات
على نقطة ت المفروضة وذلك ما اردناه مد اذا كانت فى كرة دوائر متوازية وقد
ماست دائرتان عظيمتان احدى تلك الدوائر وقطعتا باقيها كانت القسى الواقعة
من المتوازية من انصاف العظيمتين التى لا تلتقى فتتشابه والتى من العظيمتين بين المتوازية
فمتساوية واعلم ان الانصاف التى لا تلتقى من العظيمتين هى كل نصفين من عظيمتين يتقدم
مبدا احدهما فى احدى القاطعين ويتأخر مبدا الآخر عنه بعينه حتى منتهى الاول
قبل وصوله الى التقاطع الآخر ويتأخر الآخر فلا يكون بين النصفين ملاقات اصلا
لكن الحكم ههنا يتعلق بالانصاف منها التى مبدأ من نقطة التماس ومنتهى عند نظائرها
فلتكن فى كرة الدوائر المتوازية اب ر د ه ونح ط ح ك والعظيمتان اه ت و ار
وقد ماستا دائرة ه ك على نقطتى ه ك وقطعتا اب ر د ه ونح ط الباقيتين فقطعتا نصفين
على نقطتى ف ر فاذا اخذنا منهما نصفين يتقدم مبدا احدهما على تقاطع ف كنقطة ه
مثلا اذا كان النصف فى جهة ح و يتأخر مبدا الآخر فى الدائرة الاخرى عنها كنقطة ك
اذا كان النصف فى جهة ر وكانت نهاية الاول فيما بين ر ف ونهاية الآخر فيما بين

سهم ث لم يكن لهما التقاء وكذا اذا اخذنا مع النصف الذي عليه ه ح و ونهايته
فيما بين و ح النصف الذي عليه ز ب ح ونهايته فيما بين ح و من الدائرة الاخرى
وكذلك اذا اخذنا مع النصف الذي عليه ه ا ح ونهايته فيما بين ح و من الدائرة الاخرى
اما النصف الذي عليه ك ب ونهايته فيما بين ب ح او النصف الذي عليه د ا ح ونهايته
فيما بين ح و فهذه اربعة ازواج من الانصاف يصدق عليها جميعا انها لا تلتقي كل اثنين
منها في هذه الصور الزوجان اللذان مبدأ احدهما نقطة التماس اعني ه ك ونهايتهما
نقطة التماس للدائرة النظيرة لدائرة ح ك فان مبادي الزوجين الاخرين غير
بشكل [illegible] من هذه المقالة
متعينة وكذلك نهاياتهما واذا تقرر ذلك نقول فالقسي التي من الانصاف العظيمة التي
لا تلتقي هي قسي ح ك ه ا ح ط ح و هي التي قلنا انها متشابهة والتي من المتوازية
من العظيمتين هي قسي ه ح ك ل ط و هي التي قلنا انها متساوية
فلنكن قطب المتوازية م ونرسم دائرتين عظيمتين تمران بنقطة م وبكل واحدة من نقطتي
ه ك و دائرتا م ه م ك ث وتمران لا محالة بقطبي دائرتي ا ه ح ويقومان
عليهما على قوائم ولان دائرتي ا ه ح العظيمتين متساويتان وقد عملت قطريهما
المارين بنقطتي ه ك قطعتا ه م ك م الا تمام نصف الدور المتساويتين القائمتين

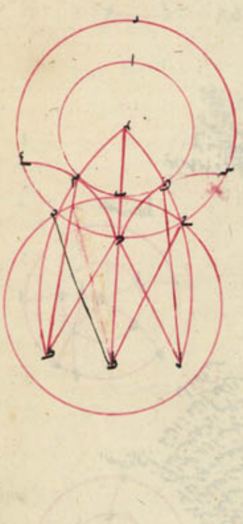


٨٣

على سطح الدائرتين وفصل منهما قوسا ه م ك م المتساويتين اصغر من نصف القطعتين وكان
الخطان الخارجان من م الى نقطتي ا ه الثابتين على محيط الدائرتين متساويين لكونهما
خارجين من قطب م الى محيطا احدى المتوازية فهي تفصل قسيا متساوية فقوس ا ه
مساوية لقوس ك ب ومثل ذلك وهو مساوية لط ك ولان دائرتي ا ه و ا ه
متقاطعتان وقد مرت عظيمة م ط بقطبيهما فهي تنصف كل قطعة منهما اعني قطعة ا ه
ع ه وقطعة ا ه ح ك وكذلك تنصف دائرة م ك ث قطعة ك ع ا ك وقطعة
ك ث ع ث ولكن ا ه و ك ع متساويتين لكون ضعفها ا ه و ك ب متساويتين
من دائرتين متساويتين فنراها متساويين و ه و ترا قوسي ا ه و ب من دائرة واحدة
فالانصاف متساويان ونصفا ه ا عني ا ه ث متساويان وقد اشترك مجموع الزب
مساوية لمجموع ث ث وشبيهة به لانهما من دائرة واحدة ولكن ث ث شبيه ه ك
ونهايتا عظيمتي ا ه م ث المارين بقطبي المتوازية فاذن قوس ه ك ا ث متشابهتان
ومثل ذلك تبين ان قوس و ز شبيه ايضا ه ك وان قوس و ح ز ايضا
شبيهتان بها فقسي ه ك ا ث ه ز و ح ز من المتوازية الواقعة بين الانصاف الغير
الملاقية من العظيمتين متشابهة وايضا قد تبين ان قسي ا ه ه و سك ك متساوية ولان

عظيمتي م ه م ث ينصفان قطع ه ح و ث ع ر ك ع ح و كانت ه ح ك ع متساويتين
يكون ايضا قسي ه ح ك ع متساوية وبقي قسي ا ه ب ر ح ح ه ط متساوية فاذن الواقعة
من العظيمتين بين المتوازية متساوية وذلك ما اردناه وقد ظهر من هذا البيان ان كل واحدة
من قسي ه ح ك ب و ح ه ك ه و قسي ه ه قد تبين متساويان وسبع الاولى
احتياج فيما سيأتي بعد اذا كانت على كرة دائرة غير عظيمة ونقطة من غير
فيما بينها وبين الدائرة التي ويها ويلاز بها فلنا ان نرسم دائرة عظيمة تمر
بتلك النقطة وتماس تلك الدائرة فلتكن الدائرة ا ب والنقطة ح وقطب الدائرة
ح ونرسم على قطب ح وببعد ح ح دائرة ح ه ز ونرسم دائرة عظيمة تمر بنقطتي ح ح
وهي دائرة ح ح ط ونفصل منها ح ط بقدر ما يوتر ضلع المربع الواقع في الدائرة العظيمة
ولكن ح ا ولا اعظم من ح ونرسم على قطب ط وببعد ط ح دائرة ه ح ح العظيمة
وهي تماس دائرة ا ب لانها تقطعان عظيمة ح ح ط على نقطة ب وهي تمر بقطبيهما
دائرة ه ح ح على نقطتي ه ح ونرسم عظيمتين تمران بنقطة ح ونقطتي ه ح
ح ح و ح ط ونفصل ه ح ح ا متساويين لح ط ولان دائرتي ه ح ح متقاطعتان
وقد مرت عظيمة ح ح ط بقطبيهما فهي تنصف قطعتيها فقوسا ح ب ح متساويتان

٨٤



قوسا ح ه و ح ه ولان قسي ح ه ر ه ح ح الخارجة من القطب الى المحيط متساوية وكذلك
قسي ح ه و ب ح فيبقى قسي ح ه و ب متساوية ويصير جميع ه ب متساوية
وكانت ب ما يوتر ضلع المربع فكل واحد من ه ح كذلك ولان كل واحدة
من دائرتي ح ط ح ه ح ح تقطع دائرة ح ه ر و تمر بقطبيها فهي تنصفها وتقوم عليها
على زوايا قائمة ونصل ا ه ح ط ولان قطعتي ح ط ح ه المتساويتين مع تمامهما اعني
متساويين القائمتين على زوايا معمولتين على قطرين من اقطار دائرة ح ه ز اللذين يخرجان
من نقطتي ح ح وكانتا اقل من نصف دائرة وفصلت قوسا ح ه ح متساويين يكون
خط ط ه ح متساويين وط ه ضلع المربع الواقع في الدائرة العظيمة لا يساوي وتر كل
قوس ضلع المربع وكذلك ح ح واذا رسمنا على قطب ح وببعد ح دائرة عظيمة
مرت بنقطة ح وكانت دائرة ح ه ح ولان دائرتي ا ب و ح ه ح قطعتا دائرة
ح ح العظيمة على نقطة ح وهي مرت بقطبيهما فهما متماستان على نقطة ح ودائرة
ح ه ح مرت بنقطة ح وماست دائرة ا ب ومثل ذلك نبين بعد ان نصل ح ه ح
ه ح وبين انهما متساوية ومساوية لضلع المربع ان الدائرة التي نرسم على قطب ح
وببعد ح ح وهي دائرة ح ه ح تمر بنقطة ح وتماس دائرة ا ب فان كان سطح

شكل ب ة اعنى كان ب ز وربما كان ه ز و ح ساويين له وكذلك ز ر و ز ه ح ح متساويين

و ر ت و ر ة ل متساوية ولكن ب ز و ح ح ة ح متساوية فاذا ارسمنا على قطب ح

وبعد ح ز دائرة مرت بنقطة ة واذا رسمنا على قطب ة وبعده ز دائرة

مرت بنقطة م و ثم البيان واما ان كان ب ح ط اصغر من ب ز او ربما يدل

اب نظيرتها المتوازية المساوية لها فيعود البيان الاول وذلك ما اردنا و الدوائر

العظيمة التى تفصل فى كرة من دوائر متوازية فيما بينها قسيا متشابهة فهى اما تمر بأقطاب

الدوائر المتوازية واما تماس احديها بعينها فلتكن ا ب ح د و ح ط متوازيتين

وتفصل منها عظيمتا ا ه ح و ب ط ح قسيا متشابهة هى قوسا ا ب ة ز وقوسا ح ح

وقوسا ح ح ط وقوسا ه ح ط ونقول العظيمتان اما ان تمرا معا بقطبى المتوازية

او تمر احديهما فقط بها او لا تمر واحد منها بل اما ان تماسا معا احدى المتوازية او تماس

احديهما فقط او لا تماسها واحد منها فهذه خمسة اقسام الاول والثانى منها

ممكنان والثلثة الباقية ممتنعة فلنفرض فى الصورة الاولى الكل اى عظيمتا ا ه ح و ب ط

مارة بقطبيها وليتقاطع العظيمتان على ح فليكن قطب المتوازية نقطة ح ا ه ح غيرها

ولكن ح وترسم دائرة عظيمة تمر بنقطتى ل ز وهى دائرة ل ز م فلتكن قوس







٨٥ الشبيهة بقوس ا ت شبيهة بقوس ا م وجزء منه تشابه قوسى ا ت ا م هذا خلف

ثم نفرض فى الصورة الثانية ان عظيمة ا ه ح فقط مماسة للمتوازية و ب ح ط غير مارة بقطبها

ونرسم دائرة لـ ز ل العظيمة مماسة لدائرة ه ب ح ط على نقطة ز فلتكن قوس ز ل الشبيهة

باب شبيهة با ك وجزء منه تشابه قوسى ا ت ا ك هذا خلف ثم نفرض فى الصورة الثالثة

ان عظيمتى ا ه ح و ب ط غير مارتين بقطبى المتوازية ولا مماستين لدائرة ه ح ط فلتكن

عظيمة ا ه ح لا محالة مائلة عليها ولتكن المتوازية التى تماسها دائرة لـ م و نرسم دائرة

عظيمة مماسة لها وتمر بنقطة ر التى هى فيما بين دائرة لـ م و ونظيرتها وليماسها على م

فلتكن قوس ر ن الشبيهة بقوس ا ت شبيهة بقوس ا ن وجزء منه تشابه قوسى ا ت ا ن

هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردنا س الدوائر المتوازية التى تفصل فى كرة

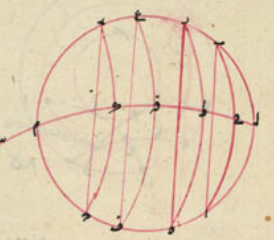
من دائرة عظيمة قسيا متساوية مما يلى الدائرة العظمى المتوازية لها فهى متساوية والتى تفصل

قسيا اعظم فهى اصغر فلتكن فى كرة ا ح ب و ح ط متوازيتين و ه ط دائرة عظيمة موازية

لهما وتفصل من دائرة ا ح ب العظمى مما يليها ا ه و ر قوسى ه ز ر المتساوية فنقول فهما

متساويتان ولتكن الفصول المشتركة لدائرة ا ح ب مع هذه الدوائر المتوازية خطوط

اب ه ر ح و ولتوازى سطوح الدوائر تكون هذه الخطوط متوازية ولتوازى ه ر ح و



فلتكن قوس ه ز ر متساويتين فاذا اوصلنا ه ر تكون ساويا ح ه ز ه ر د ل قوس

متساويتين ولذلك ايضا تكون قوسا ا ه ب ح متساويتين وكانت ب ر ه ز متساويتان

فالقسى الاربعة متساوية ويبقى قوس ا ب مساوية لقوس ح م ح فخطوط ساوى

ح و و دائرة ا ح ب ان مرت بقطبى المتوازية بنصفها وكان ا ت و ح ح قطرى

دائرتيهما فدائرتيهما متساويتان وان لم تمر بقطبيها فليكن قطب المتوازية ة و نرسم دائرة

عظيمة تمر به وبقطب دائرة ا ح ب ولتكن قوس ل ة م منها وتفصل م مثل

ل ة فليكن ل م مثل نصف الدائرة فيه القطب الآخر للمتوازية ولان

ل م تمر بقطبى دائرة ا ح ب و ه ط المتقاطعين فهى تنصف قطعها فقطعة ح ا م

منصفة على م وكذلك قطعة ا ل ب على ل وكانتا متساويتين فقوسا ح م ا ل متساوية

وقطعة ل م مع القطعة المقابلة لها معمولتان على قطر دائرة ا ح ب فالتمثان على سطحها وفصل

منها قوس ل ة م مثل ة ل متساويتين وهما اقل من نصفها وفصل من الدائرة الاولى قوسا ا ه م

المتساويتين يكون الخط الواصل بين نقطتى ا ه اعنى الخارج من قطب دائرة ا ح ب الى محيطها

مساويا للخط الواصل بين نقطتى ه ة اعنى الخط الخارج من قطب دائرة ح ط الى محيطها فاذن

دائرتا ا ح ب و ح ط متساويتان ثم لتكن قوس ر ة اعظم من قوس ر ت وتفصل ر ة



٨٦ ح ع مثل ر ت ونرسم موازية لدائرة ه ط تمر بنقطة ع ولتكن دائرة ع ق ف

فهى مساوية لدائرة ا ح ب كما مر ودائرة ف ق ع اعظم من دائرة ح ط و فدائرة

ا ح ب اعظم من دائرة ح ط و وذلك ما اردنا ح الدوائر المتوازية المتساوية فى كرة

تفصل من دائرة عظيمة تقطعها مما يلى الدائرة العظيمة الموازية لها قسيا متساوية والتى

هى اعظم تفصل قسيا اصغر فلتكن ا ب و ح ح متوازيتين متساويتين فى كرة وتفصلا

من دائرة ا ب ح و العظيمة قوسى ر ب ر ح مما يلى دائرة ه ر العظيمة الموازية لهما

فنقول انهما متساويتان والا لكانت دائرتا ا ب و ح ح مختلفتين وكانتا متساويتين

هذا خلف فاذن قوسا ر ب ر ح متساويتان وايضا لتكن دائرة ا ب اعظم من دائرة

ح ح فنقول فقوس ر ب اصغر من قوس ر ح والا لكانت مساوية لها او اعظم

منها وكانت دائرة ا ب مساوية لدائرة ح ح او اصغر منها هذا خلف فاذن الحكم

ثابت وذلك ما اردنا ط كل دائرة عظيمة تقطع فى كرة دوائر متوازية ولم تكن مارة بقطبيها

فانها تنصف اعظم المتوازية وتقسم سائر المختلفين وكل واحدة من القطع الواقعة فى جهة

نصف الكرة التى تكون بين اعظم المتوازية والقطب الظاهر فهى اعظم من نصف دائرة

والباقية اصغر والمتساوية من الدوائر المتساوية متساوية فلتكن العظيمة القاطعة دائرة



وتقطع من المتوازية دائرة ا ز ه د ب ج و ليست بقطبيها ولكن ق ز منها عظيمة

ولكن القطب الظاهر من قطبي المتوازية ح ونرسم دائرة عظيمة تمر بنقطتي ح ه وهي

ترلا ما لا بنقطة ز ولكن دائرة ط ه ح ز وتفصل ... الى نقطة ط ق عظيمة

ط ح ق لكونها مارة بقطبي المتوازية تنصفها على قوائم فقطع م ده ز ط ق انصاف دوائر

وام ن ل التي فيها قطب ح الظاهر فيما بينه وبين ق ز العظيمة اعظم من النصف و ه ز

العظيمة هي النصف وسه التي فيها القطب الخفي اصغر من النصف ولكن دائرتا ا ه

ب ه متوازيتين فكون قوس ا ه مساوية لقوس د ت وقوس ه ز لقوس ز ج

وكان دائرتا اب ه منصفتان ففق قوسا ا ه ب ه متساويتين ودوائرا ... متساويان

و ... قوسين من متوازيتي ا ه ب ه المتساويتين فقوسا ... فالقطعة العظمى

من دائرة ا ه مساوية للقطعة العظمى من دائرة ب ه والصغرى للصغرى فاذن القطع

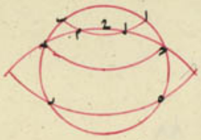
المتبادلة من كل متوازيتين متساوية وذلك ما اردنا كـ كل دائرة عظيمة تقطع في كرة

دوائر متوازية ولا تمر بقطبيها فان ما كان اقرب الى القطب الظاهر من القسي التي تفصل بها

في احد نصفي الكرة يكون اعظم من قوس من دائرة ... القوس التي تفصل بها ويكون ابعد

من ذلك القطب فلتكن العظيمة القاطعة ا ب ه ... والمتوازية دوائرات ... ولكن

القطب الظاهر



٨٧

القطب الظاهر ح ونرسم عظيمة تمر بنقطتي ح ه واخرى تمر بنقطتي ح ز فتفصلان

من ا ت قوسين شبيهتين لقوس ... اعظم من قوس ... دائرتها شبيه قوس

و ه ونبين مثل ذلك في قوسي ح ه ز ادا رسمنا عظيمتين تمران بنقطتي ح و بنقطتي

ه ز وان رسمنا الدائرة المارة بنقطتي ح و بنقطتي ه ز من المتوازية العظيمة كا

في الشكل المتقدم امكن ان نبين هذا الحكم من غير ان نرسم دائرة ح ... دائرتا

وذلك ما اردنا كا الدوائر العظيمة المائلة على غيرها من العظيمة في الاكر المتساوية فيما كان

قطبها على اكثر ميلا وما كانت ابعاد اقطابها من سطوح الدوائر التي هي مائلة عليها متساوية

فان ميولها متساوية فلتكن في اكر متساوية عظيمتا ... مائلتين على عظيمتي ا ب ه

ح ... وقطبا ... فقطبي ... فلتكن قطب ... اولا اعمى قطب ... ونرسم

عظيمتين تمران بنقطتي ... وقطبي دائرتي ا ب ه ... فتفصلان

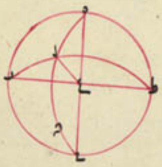
دائرتا ... على قوائم ولكن الفصل المشترك لدائرتي ... خط

ولدائرتي ... خط ... ولدائرتي ... خط ... وكذلك فصول

... المشتركة في الكرة الاخرى فلان دائرة ... تمر بقطبي دائرتي ...

... تنصفها على قوائم ويكون القيام على ... على سطح ... فصل ... المشترك





عمودا على سطح ... بل على فصليهما ... وكذلك ... يكون عمودا ... نقطة ح ولان

... نقطة ... يكون العمود الواقع ... على سطح ... الذي يقع على خط ... العمود

الواقع ... فيكون قوس ... اعظم من قوس ... وقوس ...

ربعان من دائرتين متساويتين ... اصغر ... ومساوية ... اصغر ... مساوية

فاذن دائرة ... اشد ميلا على دائرة ... من دائرة ... على دائرة ...

وايضا لكن بعد ... عن سطح دائرتي ... متساويين فيكون العمودان

متساويين وقوسا ... متساويتين ... متساويتين ويكون ... ا ... متساويتين

و ... متساويتين فيكون ميلا الدائرتين على دائرتي ... متساويان وذلك ما اردنا

كب اذا كانت في كرة دائرة عظيمة تماس دائرة غير عظيمة وتقطع دائرة متوازية التي

تماسها وهي فيما بين مركز الكرة وبين التي تماسها العظيمة وكان قطب العظيمة فيما بين ...

المتوازيتين ورسمت دوائر عظام تماس اعظم المتوازيتين فان هذه الدوائر

تكون ما كان ... العظيمة الاولى واكثرها ارتفاعا التي تكون مماستها في وسط القطعة العظمى

من قطعتي المتوازية الكبرى واكثرها انخفاضا التي تكون مماستها في وسط القطعة الصغرى

منهما وما كان بعده من موضع مماسة ... احد وسطي القطعتين ... كان بعدا ... فميلها ...

وما كان بعد من

٨٨

وما كان بعده من موضع مماسة من احد الوسطين اكثر فميله اكثر واقطاب الدوائر العظام

المذكورة في دائرة موازية للمتوازيتين المذكورتين وهي اصغر من التي تماسها العظيمة الاولى

فلتكن العظيمة الاولى ا ب ه وغير العظيمة التي تماسها ا ح و المتوازية لدائرة ا ح التي تقطعها

العظيمة ... وقطب دائرة ا ب ه فيما بين دائرتي ا ح ... المتوازيتين ونرسم

دوائر ... العظام المماسة لدائرة ... وتماسها

دائرة ... وهي موضع النصف من اعظم قطعتي دائرة ... التي قطعتها

... ودائرة ... وهي موضع النصف من اصغرهما التي قطعتها ... ولكن

بعد نقطتي ... اللتين تماس عليها دائرتا ... عن نقطة ... متساويا

ولكن ... كيف اتفق فنقول ان دوائر ... اكثرها ميلا

على دائرة ا ب ه واكثرها ارتفاعا دائرة ... واكثرها انخفاضا دائرة ... وميل

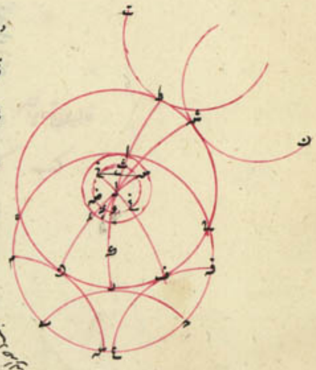
دائرتي ... ودائرة ... اميل على ا ب ه من دائرة ... و

اقطابها على دائرة موازية لدائرة ... وهي اصغر من دائرة ا ح ولكن

قطب المتوازيين ... ونرسم عظيمة تمر بنقطتي ... تمر بقطب ا ب ه ايضا

ولكن ... ولانها تمر بقطبي دائرتي ... والمتقاطعتين في تنصف قطعها

ثم نقطتي ز ط فاذا اخرج جانا تكون دائرة ط ا ك ز ولان ح قطب ا ب ج فا ح ز
ربع عظيمة وقوس ا ك ز اعظم منه ولان دائرة ه ز ح ط اصغر من الدائرة العظمى
فيما بين مركز الكرة ودائرة ا ك و وقطبها ح يكون ك ز اصغر من ربع عظيمة فاذا فصلنا
من ز ا ربع عظيمة وقع طرفها بين نقطتي ا ك فيكون ز ث ربع عظيمة ونرسم على
قطب ك وببعد ك ث دائرة ث خ ونكون موازية للدائرة ا ك ه ز ح ط ونرسم دوائر
دوائر عظيمة تمر بنقطة ك وكل واحدة من نقاط ز ث ذ وهي دوائر ك ز ك ث ك ذ ولان
قوس ك ز ك ذ متساويان وكذلك قوس ك ث ك خ يكون ز ث مساويا لذ خ وكذلك
تكون متساويان لما كل واحدة ربع عظيمة ولان كل واحدة من هذه الاربع تمر بقطب دائرة
ربع ح ه ونقطة التماس فهي تمر باقطاب العظام المماسة لها وتقوم عليها على قوائم ولان
اذ كل عظيمة وقطبها ربع عظيمة فيكون نقط ح ث خ اقطاب الدوائر العظام
فجميع الاقطاب على دائرة ث خ المرازية للدائرة ا ك ه ز ح ط التي هي اصغر من دائرة
ا ك و ايضا لان قوس ز ث ذ خ متساويان من دائرة واحدة فتماثل بهما ن وقوس ز ذ
شبيهة بقوس ث خ وقوس ك ز بقوس ك ث وقوس ك ذ ك خ متساويان وقوس ث خ
مساوية لقوس ث خ لانها بين عظيمتين تمر من دائرة واحدة تمر بقطبيها وذلك لانهما نصفي



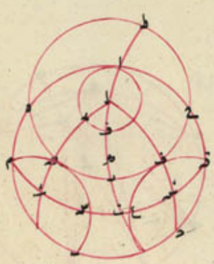
١٩

سطوحها وحدث المتساويين بعد استقامة وتر المشترك يبقيان متساويين وكذلك قوس ح ز
قوس ح ث فقوسا ح ز ث متساويان ولان قطعة ح ز ... يتصل بها معو له على قطر
ث ونصف دائرة ث ح ع قائمة على سطحها وفصل من القطعة قوس ح ... النصف
من الدائرة قوس ح ... المتساويين فالخطان الواصلان بين ح ز ومن نقطتي ح ز
متساويان واذا رسمنا دائرة على قطب ح وببعد ح ز مرت بنقطة ... دائرة
ح ... الموازية لدائرة ا ب ه ولكون ح ح قطبهما المشترك ولكونهما متوازيتين يكون
الاعمدة الخارجة من نقطة ح ... على سطح ا ب ه متساوية والعمود الخارج من نقطة
ث اقصر منها فقطب دائرة ح ... ذلك اعني نقطة ح ... قطب دائرة
ب ز و اعني نقطة ث ودائرة ... فقوس ... اكثر ميلا على دائرة ا ب ه من دائرة
ومن ... الميل ... فقطبهما دائرة ب ز و اكثر ارتفاعا منها ... وذلك
نبين ان دائرة ب ز و اكثر ارتفاعا من كل دائرة تماس دائرة ... ولان
العمود الذي يخرج من نقطة ... الى سطح ا ب ه اطول من الذي يخرج من نقطة ... قطب
دائرة ... قطب ... وغيرها من الدوائر المماسة لدائرة ... اكثر ميلا
على دائرة ا ب ه من دائرة ... وغيرها ولان عمود ... اطول ... كان قطب ...

اعلى من قطبي ... ودائرة ... اكثر ميلا منها فاذن اكثر الدوائر ارتفاعا على دائرة
ا ب ج واكثرها انخفاضا دائرة ... ودائرة ... متشابها الميل فهما
اكثر ارتفاعا دائرة ... واقطاب الجميع على دائرة موازية لدائرة ا ب ه واصغر
منها وذلك ما اردناه كج اذا كانت هذه الاشياء بحالها ... وكان القسي
الخارجة من نقطة التماس الى تقاطع الدوائر العظام المماسة والدائرة الاولى العظيمة
متساوية فان الدوائر العظام المماسة متشابهة الميل ... القوسان ... بين نقطتي
تقاطع ... دائرة ا ب ه ودائرة ... فقسي ... ومثل ...
نقول فهما متشابها الميل ونعيد دائرة ... ودائرة ... من العظام
ولكونهما ... قطب دائرة ... ونقطتي التماس ... بين نقطتي ...
ونقسمان ... ومع ما يتصل بها ... بين نقطتين ...
وفصل بينهما ... متساويان ... نصف القطعتين لانهما نصفا دائرتين
عظيمتين وفصل من الدوائر قوسان متساويان ... فالخطان الواصلان بين
نقطتي ... متساويان ونرسم على قطب ... وببعد ... دائرة ... الموازية
لدائرة ... ولان دائرة ... مرت بقطبي دائرة ا ب ه ...



٩٠

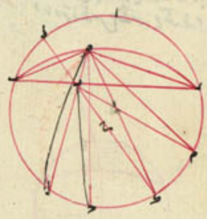


المتقاطعتين في منتصف قطعتهما تكون قطعتا ... منتصفتين ولان دائرة ... مرت
بقطبي دائرة ... فهي منصفة لقطعتيهما ... منصفان على نقطتي ...
وكذلك نبين ان قطعتي ... منصفان على نقطتي ... ولان قوسي ...
متساويان يكون ... متساويين ودائرتاهما متساويان فوتراهما متساويان
فقوسا ... متساويان فقوسا ... متساويان وكانت قوسا ...
متساويين فيبقى قوسا ... متساويين ... فهما متشابهان ... من دائرة
واحدة فهما متساويان ... مماسة ... نقطة نصف
قطعة ... قطعتي دائرة ... فهما متشابها الميل على دائرة
ا ب ج وذلك ما اردناه تمت المقالة الثانية

المقالة الثالثة

اربعة عشر شكلا ١ اذا رسم
... وتر غير القطر ... دائرة ... اعظم من نصفها ... على سطح ... الدائرة
... قسم قوس القطعة على نقطة ... في ... اصغر قسميها ... اقصر ...
... القطعة ... اعظم قوس الدائرة الاولى وان كان ... ذلك كان
... اصغر قسمي القطعة ... اقصر خط يخرج ... القسم ... محيط الدائرة الاولى و...
اعظمها ... الدائرة ا ب ج ... والوتر غير القطر ... وذلك ...

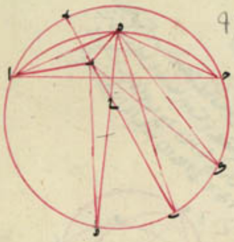
يخرج في سطح الدائرة والقطعة المرسومة عليه ... القائمة على سطح الدائرة ... بالوهم
اعظم من نصف دائرتها وقد قسمت بنقطة ... وصل ... اصغرها ... فنقول
انه اقصر خط يخرج من ... الى قوس ... ولنخرج من ... عمودا على سطح دائرة
... فيقع على فصل ... لقيام القطعة على الدائرة وليكن المركز ... ونصل ...
ونخرجه الى ... في الجهتين ومن ... الى قوس ... ونصل ... فلان ...
... فانا ... مشترك ... اقصر من ... يكون ... اقصر من ... ونخرج
... ونبين بمثل ذلك ان ... اقصر من ... ونصل ... وهو اطول الخطوط الخارجة
من ... الى قوس ... وايضا نخرج ... ونبين ان ... اطول الخطوط الخارجة
من ... الى قوس ... وان ... اقصر ... وكان ... اقصر من ... فاذن ... اقصر خط
يخرج من ... الى قوس ... ثم لتكن ... قطر دائرة ... وليكن المركز ...
... اطول خط يخرج من ... الى المحيط ... بالبيان المذكور تبين ان ... اطول خط
يخرج من ... الى محيط دائرة ... اقصر وذلك ما اردناه اقول واذا كانت
القطعة ... مع القطر فلا يحتاج الى ... شرط كون القطعة ليست باعظم من نصف دائرتها
وذلك ما اردناه ب اذا ... دائرة ... بفصل قطعة ليست باصغر من نصف



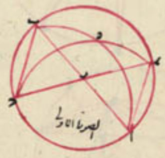
الدائرة

٩١

الدائرة قطعة دائرة ليست باعظم من نصفها ... القطعة التي ليست باعظم من نصف الدائرة
وقسمت قوس القطعة بمختلفين ... اصغر قسميها اقصر خط يخرج من نقطة القسمة الى
القطعة التي ليست باصغر من نصف الدائرة وليكن الدائرة ... والوتر ...
والقطعة التي تفصلها الوتر ... ليست باصغر من النصف ... وقطعة ...
ليست باعظم من النصف والقطعة المرسومة على ... قائمة على قطعة ... وهي
... ليست باعظم من نصف دائرتها وقد قسمت على ... اقصر القسمين فنقول
... اقصر خط يخرج من ... الى قوس ... ونخرج من ... عمودا على سطح دائرة
... فيقع ... بالزيادة ... وكذا القطعة ... وليكن المركز ...
... خطا ... قطعة ... وليكن اولا فيها ونصل ... ونخرجه
الى ... في الجهتين ونخرج ... ونصل ... ونبين بمثل
ما مر ان ... اقصر ... المشترك اقصر من ... لما
... المشترك ... غيره من الخطوط وان ... اطول خط يخرج من ... الى قوس
... وكذلك نبين ان ... اقصر خط يخرج من ... الى قوس ... وايضا ... المركز
... كان ... اطول الخطوط الخارجة من ... الى قوس ... اقصر



وذلك ما اردناه د كل دائرتين عظيمتين متقاطعتين في كرة فصل من كل واحدة
منهما قوسان متساويتان متصلتان عند التقاطع فان الخطوط المستقيمة الواصلة
بين اطرافهما التي في جهة واحدة متساوية فليتقاطع عظيمتا ... في كرة على
... وليفصل من دائرة ... متساويتين ومن دائرة ... متساويتين
ولنوصل ... فنقول فهما متساويان ولنرسم على قطب ... وببعده ... دائرة
فتمر بنقطة ... ولا يخلو اما ان تمر بنقطة ... كما في الصورة الاولى او لا تمر كما في الصورة
الثانية فان مرت بنقطة ... مرت بنقطة ... وليكن الفصل المشترك لدائرة ...
مع دائرة ... خط ... ومع دائرة ... خط ... ولان كل واحدة من العظيمتين
مرت بقطب دائرة ... فهي تنصفها على قوائم ... قطران ... المركز
... فيكون ... متساويتين
وان لم ... في الجهتين ... وصلنا ...
وبينا انهما قطران وان ... مركز ونخرج من ... عمود على سطح دائرة
... على سطح دائرة ... ونصل
... متساويان ... متساويان ...





الذي

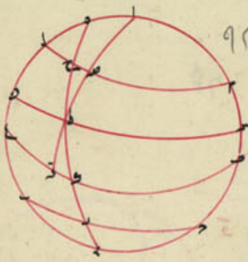
٩٢

الذي ... فانا ... خط ... متساويين ولان ... متساويتين
وكذلك ... يكون ... قطعتي ... متساويتين ... فيكون
متساويان ... في مثلثي ... متساويان ... فانا ... وضلعا ...
متساويان وكذلك ضلعا ... فخطا ... متساويان وذلك ما اردناه د
اذا تقاطعت دائرتان عظيمتان في كرة وفصلت من احديهما قوسان متساويتان
عن جانبي احد التقاطعين ومر ... بطرفيهما فصلتا من الدائرة الاخرى
... كل واحد منهما اصغر من احد المتساويتين ... احد ... الفصل
المشترك ... العظيمتين خارج الكرة ... التقاطع المذكور كانت القوس المفصولة
بالسطح الذي ... الفصل المشترك اعظم من القوس المفصولة بالسطح الذي ...
فلتكن العظيمتان ... والتقاطع ... ولنفصل ... قوسا ... متساويتين
... وليمر سطح ... فيحدث منه دائرة ... الفصل ...
... خارج الكرة ... وسطح ... فيحدث منه دائرة ...
... الفصل المشترك وكانت كل واحدة من ... اصغر من احدى
... فنقول ... اعظم من قوس ... ونرسم على قطب ... وببعده ... دائرة



اح ب د و نخرج قوس ح ط لا نقطتي ز ح منها فلان دائرتي اه ب ز ح ح مارتان
بقطب دائرة اح ب د تكونان قائمتين عليها فصل فصلاهما ب ح ح تكونان
قطرين و ل مركز دائرة اح ب د وليكن ا ط ب ... فصلين لدائرتي اه ط ب
مع دائرة اح ب د و ح م ط ... فصلين لهما مع دائرة ز ح ح وتتوازيان لكون كل اثنين
منها متوازيين ول ... فصل دائرتي ا ب ح ... سطح اح ب د لقيام السطحين
وليلتق السطح المار بالخطين خارج الكرة ولكن نقطة م ... على ... ر ح ح
فصل ... مع ... ولان ا ط ... متوازيان و ... وا ل
عليها ... متساويين وال ... فان ... ع ... وال
ويبقى ... متساويين ولان ... ح ... متوازيان ... الزاوية
... ح ... فصل ... وانه
... ح ... ولان ... بحر ...
ويبقى ... اعظم ... وذلك ما اردناه ه اذا كان قطب
دوائر متوازية في الكرة على دائرة عظيمة وقطعتها عظيمتان على زوايا قائمة احديهما
من المتوازية والاخرى ... المتوازية وفصلت من المائلة قسي متساوية متصلة بعضها

٩٣



ببعض على التوالي في جهة واحدة من العظيمة المتوازية ثم رسمت دوائر متوازية تمر بالنقط
الحادثة فانها تفصل من الدائرة العظيمة الاولى قسيا مختلفة فيما بينها اعظمها اقرب العظيمة المتوازية
فليكن قطب المتوازية ا والعظيمة المارة بها ا ب ح والعظيمتان القاطعتان اياها على زوايا
... الاولى ... المتوازية والاخرى ... المائلة على المتوازية ...
ولنفصل من المائلة ... متساوية ... كيف اتفق ونرسم المتوازية ...
... نقطة ... فنقول انها تفصل من دائرة ... قسيا مختلفة
اعظمها اقربها الى دائرة ... ونرسم عظيمة تمر بنقطتي ... دائرة ...
فلان ... قطب دائرتي ... تكون قوسا ... متساويين وكذلك قوسا ...
... ويبقى قوسا ... متساويين وبمثله نبين ان قوس ... من ... ولان ...
نقطع ... ونرسم ... وقدر ... على قطر ... الخارج ...
... مع ... النصف قائمة على سطح ... وفصل ...
اصغر من نصف القطعة ... يخرج من ... المحيط ...
... اعظم من ... ومثل ذلك نبين ان ...
... وذلك ... نرسم قطعة ... على قطر دائرة ... الخارج ...

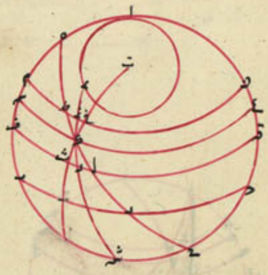
ولان سطحي دائرتي ... متوازيان وسطح ... العظيمة منهما يلقى فصل ...
العظيمتين على مركز الكرة فسطح ... يلقاه خارج الكرة وكان ... من جنبتي ...
متساويتين وكل واحد من ... المعمولين بالسطحين اصغر من احد المتساويين يكون ...
من ... اعظم من ... وذلك ما اردناه و اذا كان قطب دوائر متوازية في الكرة
على دائرة عظيمة وقطعها عظيمتان على زوايا قائمة احديهما من المتوازية والاخرى ... المتوازية
وفصل من المائلة قسي متساوية متصلة على التوالي في جهة واحدة من العظيمة المتوازية ثم رسمت
دوائر عظام تمر بالنقط الحادثة وبالقطب فهي تفصل من الدائرة العظيمة المتوازية فيما بينها قسيا
مختلفة والقوس الاقرب من الدائرة الاولى اعظم من الابعد فليكن القطب ا والدائرة العظيمة
المارة به ... وتقطعها عظيمتان ... على قوائم ... منهما اعظم المتوازية ...
في المتوازية ونفصل منها ... على التوالي في جهة واحدة من ... ونرسم دوائر
عظاما تمر بنقط ... فنقول ان قوس ...
اعظم من قوس ... ونرسم من المتوازية دوائر ... ودوائر ...
... ويكون ... اعظم من ... وليكن قوس ... مساوية لقوس ... وقوس ...
مساوية لقوس ... فقوس ... اعظم من قوس ... ونفصل قوس ... مساوية ...



٩٤

وقوس ... مساوية لقوس ... فالخط الذي يصل بين ... ونرسم موازية ...
فقطع ... فلان دائرة ... بقطب دائرة ... تنصفها
على قوائم ولان دائرتي ... المتوازيتين قطعتا بسطح ... يكون فصلاهما
متوازيين وفصل دائرتي ... هو قطر دائرة ... الخارج ... فصل
دائرتي ... موازية له فهذا ... دائرة ... وهو فصل دائرتي
... موازيا للقطر فقسم الدائرة بمختلفين وقد رسمت على قطعة دائرة
قائمة على سطح ... مع ما يتصل بها وقسمت قوس القطعة بمختلفين اصغرهما
قوس ... فالخط الذي يصل ... القوس ... اقصر خط
يصل بين ... الذي هو ... يصل بين ... اطول من ...
... ولان دائرة ... اقرب الى مركز الكرة من دائرة ... تكون دائرة ...
اعظم من دائرة ... وهو اطول من ... الذي هو ...
في دائرة كبرى فقوس ... اعظم من القوس الشبيهة بقوس ... من دائرتها ...
... شبيهة ... فقوس ... اعظم من القوس الشبيهة ...
وهما من دائرة واحدة فقوس ... اعظم من قوس ... وذلك ما اردناه د اذا ...

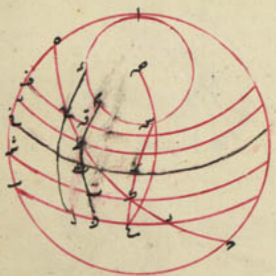
دائرة عظيمة في كرة احدى دوائر متوازية ونظيرتها وكانت عظيمة اخرى مائلة عن تلك
المتوازية مماسة لدائرتين منها اعظم من اللتين كانت العظيمة الاولى مماسة لهما وكانت
نقطة التماس ايضا على العظيمة الاولى ثم فصل من المائلة قسي متساوية متصلة على الولاء
في جهة واحدة من العظيمة المتوازية ورسمت دوائر من المتوازية ايضا تمر بالنقط الحادثة
فانها تفصل فيما بينها من العظيمة الاولى قسيا غير متساوية اعظمها ما يقرب من العظيمة المتوازية
فلتكن العظيمة الاولى [illegible] ولتماس على آ دائرة [illegible] من المتوازيات ولتكن المائلة
عليها [illegible] وهي تماس على نقطتي [illegible] من العظيمة الاولى دائرتين من المتوازية اعظم من [illegible]
ولتكن اعظم المتوازية [illegible] وتنفصل من المائلة قوس [illegible] على الولاء متساويتين ونمر
بدوائر من المتوازية تمر بنقط [illegible] وهي دوائر [illegible] فنقول ان قوس
[illegible] اعظم من قوس [illegible] ونرسم عظيمة تخرج من [illegible] وتماس [illegible] وهي دائرة [illegible]
نصف الدائرة التي [illegible] في جانب [illegible] النصف الذي [illegible]
[illegible] في جانب [illegible] ولتكن قطب المتوازيات [illegible] ونرسم عظيمة تمر بنقطتي [illegible]
وهي دائرة [illegible] فهي من اجل انها تقطع دائرة [illegible] وتمر بقطبيها تنصفها وتقوم
عليها على زوايا قائمة فدائرة [illegible] قائمة على [illegible] وقد رسم على قطر دائرة [illegible] التي



[illegible]

٩٥

يخرج من نقطة [illegible] مع ما يتصل بها قائمة على سطح الدائرة وقد قسمت بنصفين على [illegible]
و[illegible] منها القطعة الصغرى فوتر [illegible] اقصر خط يخرج من [illegible] الى محيط دائرة [illegible]
والقريب منه اقصر من البعيد فوتر [illegible] اطول من وتر [illegible] ومثله يتبين ان [illegible] اطول
من وتر [illegible] ودائرتا [illegible] عظيمتان تتقاطعان على [illegible] وفصل [illegible] متساويين
كل واحد منهما اعظم من [illegible] وسطح [illegible] المتوازي لسطح [illegible]
فصل دائرتا [illegible] عند المركز [illegible] قطر دائرة [illegible] خارج الكرة [illegible]
فانهما من العظام
[illegible] فلذلك يكون [illegible] اعظم من [illegible] وذلك [illegible] اعظم
من [illegible] وذلك ما اردنا
ح اذا ماست دائرة عظيمة في كرة احدى دوائر متوازية
ونظيرتها وكانت عظيمة اخرى مائلة على المتوازية مماسة للدائرتين منها اعظم من اللتين
تماسهما العظيمة الاولى وكانت نقطتا التماس ايضا على العظيمة الاولى وفصل من المائلة
قسي متساوية متصلة على الولاء في جهة واحدة من اعظم المتوازية ورسمت دوائر عظام
تخرج من النقط الحادثة وتماس الدائرة المتوازية التي تماسها العظيمة الاولى
فانها تفصل من اعظم المتوازية قسيا مختلفة يكون منها ما تقرب من العظيمة الاولى اعظم مما
يبعد عنها فلتكن في كرة عظيمة [illegible] مماسة لدائرة [illegible] من المتوازية على آ وعظيمة [illegible]

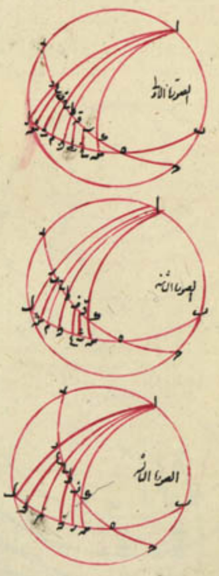


المتوازيات مماسة لدائرتين اعظم من [illegible] ونظيرتها على نقطتي [illegible] ولتكن دائرة [illegible]
اعظم المتوازية ويفصل من [illegible] المائلة قوسي [illegible] المتساويتين المتصلتين في جهة
واحدة من دائرة [illegible] ولتمر دوائر [illegible] عظام تمر بنقط [illegible] مماسة لدائرة
[illegible] على نقط [illegible] وتفصل من المتوازية قسيا مختلفة فنقول ان [illegible] اعظم من قوس [illegible]
ولترسم متوازية تمر بنقطة [illegible] وهي دائرة [illegible] فقوس [illegible] اعظم
من قوس [illegible] ولكن قوس [illegible] مساوية لقوس [illegible] وقوس [illegible] لقوس [illegible] فقوس [illegible]
اعظم من قوس [illegible] ولكن [illegible] مساوية لقوس [illegible] وكانت قوس [illegible] مساوية لقوس [illegible]
فالخط الواصل بين [illegible] مساو للخط الواصل بين [illegible] ونرسم متوازية تمر بنقطة [illegible] وهي
دائرة [illegible] ولتكن قطب المتوازية [illegible] ونرسم عظيمة تمر بنقطتي [illegible] ولانها تمر بقطبي دائرة
[illegible] فهي تنصفها على زوايا قائمة ويكون [illegible] قائمة على [illegible] الا [illegible]
[illegible] على [illegible] لا [illegible] ولان [illegible] متوازيان وقد وقع عليهما سطح
[illegible] ففصلاهما المشتركان متوازيان فقد [illegible] دائرة [illegible] وقد قسم الدائرة بنصفين
وهو فصل دائرة [illegible] وعمل [illegible] مع ما يتصل بها قائمة على [illegible] العظمى التي
[illegible] نصف دائرتها [illegible] بنصفين وقوس [illegible] اصغر من نصف العظمى

[illegible]

٩٦

فوتر [illegible] اقصر خط يخرج من [illegible] الى القوس التي [illegible] اصغر من نصف الدائرة الاولى فوتر [illegible]
اقصر من وتر [illegible] المساوي لوتر [illegible] فوتر [illegible] اطول من وتر [illegible] ولان دائرة [illegible]
اكبر من دائرة [illegible] لكونها اقرب الى مركز الكرة وكان الوتر الاطول في الدائرة الصغرى
والاقصر في الكبرى فقوس [illegible] اعظم من القوس الشبيهة بقوس [illegible] من دائرتها
ولكن قوس [illegible] شبيهة بقوس [illegible] وقوس [illegible] شبيهة بقوس [illegible] فقوس [illegible]
اعظم من القوس الشبيهة بقوس [illegible] وهما من دائرة واحدة فقوس [illegible] اعظم من قوس
ط [illegible] وذلك ما اردنا
ط اذا كان قطب دائر متوازية في كرة على دائرة عظيمة وقطعت
العظيمة عظيمتان على زوايا قائمة احديهما من المتوازية والاخرى مائلة على المتوازية وفصل من المائلة
قوسان متساويتان غير متصلتين على الولاء في جهة بعينها من اعظم المتوازية ثم رسمت دوائر
عظام تمر بقطب المتوازية وبالنقط الحادثة فانها تفصل من اعظم المتوازية فيما بينها قسيا
مختلفة اعظمها اقرب من العظيمة الاولى فلتكن العظيمة الاولى [illegible] وقطب المتوازية عليها
والعظيمتان القائمتان احديهما [illegible] وهي اعظم المتوازية والاخرى [illegible] وهي المائلة على
المتوازية ولتكن القوسان المفصولتان عليها [illegible] متساويتان غير متصلتين ولنمر
دوائر عظام تمر بنقطة [illegible] ونقط [illegible] وهي دوائر [illegible] فنقول ان قوس [illegible]



لـ ه م اعظم من قوس د ه ح و ذلك ان قوس ح ط اما ان لا يشارك قوس ب ح ط ه
في المقدار واما ان لا يشاركها ولكن في الصورة الاولى مشاركة لها ونعلم قوس ب ح ط ه
بالمقدار المشترك فيه على نقطة ع ف ق ذ ر و نرسم دوائر عظيمة تمر بهذه النقطة وبقطب آ
وهي دوائر ا ح ف ا ق ث ا ح ع فلان قوس ب ح ع ف ق ح ح ط طلقه ق ذ ر ط متصلة
متوالية متساوية تكون قسى لـ ه ح ... متصلة متوالية مختلفة د
لـ ه م وما يقرب منها اعظم مما يبعد في الترتيب فلان قوس لـ ه ت اعظم من قوس ب ح وكذلك
اعظم منها ... تكون كل لـ ه اعظم من كل ... ثم لكن ... غير مشاركة لكل واحدة
من قوس ب ح ط ه فان لم يكن لـ ه م اعظم من د ه ح فهي اما مساوية له واما اصغر منه ولكن
اولا اصغر منه كما في الصورة الثانية ولكن قوس لـ ه م مساوية لقوس ب ح ع ونرسم
دائرة عظيمة تمر بنقطتي ا ع وهي دائرة ا ع ف ونطلب قوسا اعظم من ط ف واصغر
من ط ق مشاركة لقوس ب ح ط ه وساوره وكيف يوجد ذلك تبين في الشكل العاشر ولكن
ط ق كذلك ولكن ب ح ب مساوية لـ ط ق ونمر بنقطة آ و بنقطتي ب ق عظيمة ... ق ذ ت
ولان ب ح ع مساوية لـ ط ق و قوس ب ح ط ه مشاركة لكل واحدة منها يكون ا ث م
اعظم من ... تبين في الصورة الاولى ولـ ه م اعظم من ... اعظم من ... فقوس لـ ه

٩٧

اعظم كثيرا من ب ح ع وكانت مساوية لها هذا خلف فاذن ليس لـ ه م باصغر من د ه ح ولكن ساوية
لها ان امكن كما في الصورة الثالثة وننصف ب ح ط ه على نقطة ق ف ونرسم عظيمتين
تمران بنقطة آ ولكن ا ح ق ف د فلان ب ح ع بنا ... يكون لـ ه م اعظم من
فيكون لـ ه م اعظم من ضعف ا ق ه وبمثله يتبين ان ... اصغر من ضعف ... ولان لـ ه م
مساوية لـ د ه ح وهي اعظم من ضعف ا ق ه واصغر من ضعف ... يكون ا ق ه اصغر
من ... وذلك محال لما تبين في الصورة الثانية فاذن ليس لـ ه م مساوية لـ د ه ح ولا
باصغر منها فاذن هي اعظم منها وذلك ما اردناه ب اذا كان قطب جا ... ير ازينة
في كرة على دائرة عظيمة وقطعت العظيمة عظيمتان احديهما على زوايا احدهما
الموازية والاخرى مائلة على الموازية وقطع من المائلة نقطتان كيف اتفق في جهة واحدة
من اعظم الموازية ورسمت دائرتان عظيمتان تمران بالقطب وبالنقطتين فان
نسبة القوس من اعظم الموازية التي تقع بين العظيمة الاولى وبين العظيمة المارة
بالنقطة التي تليها الى القوس الواقعة بينهما من المائلة كنسبة القوس من اعظم الموازية
التي تقع من العظيمتين المارتين بالنقطتين الى قوس اصغر من القوس التي بين
النقطتين من المائلة فلتكن العظيمة الاولى ا ب ح وقطب الموازية آ والعظيمتان المارتان



على دائرة ا ب ح والمائلة د ه من الموازية ونعلم على دائرة د ه نقطتين ... ح
في جهة واحدة من دائرة ... كيف كان ونرسم عظيمتين تمران بنقطة آ و بهما و
دائرتا ا ر ط ا ح ع ونقول ان نسبة قوس ... الى قوس ... كنسبة قوس ... الى
قوس اصغر من قوس ... وذلك ان قوس ... اما ان يشارك ... في المقدار او
لا يشاركه فليكن كما في الصورة الاولى ونقسم ... بذلك المقدار على نقطة ...
من العظم ... وبها ... دائرة ... فهي ... متتالية ...
متصلة على الولاء وتكون قسى ... ط ف ... كل واحدة اصغر من صاحبه
على الترتيب ... اعظمها ولان عدد ... كعدد ... و ...
ط ف ... كعدد ... تكون نسبة ... الى ... اعظم من نسبة ... الى ...
وذلك لانه لما كانت ... اعظم من ط ف و ... مساوية له كانت نسبة ...
الى ... اعظم من نسبة ... الى ... ونسبة جميع المقدمات الى جميع
التوالي اعظم من نسبة بعض المقدمات الى نظيره من التوالي فاذن نسبة ... الى ...
كنسبة ... الى ... اصغر من ... لكن ... غير مشارك له فان امكن نسبة
... الى ... كنسبة ... الى ... اصغر من ... كان نسبتها الى قوس هي اعظم

٩٨

من ... او مساوية لها ولكن اولا كنسبة ... الى قوس اعظم من ... وهي ... في الصورة
الثانية ونطلب قوسا اصغر من ... واعظم من ... مشاركا لـ ... وهي قوس ...
عظيمة تمر بنقطتي ا ... وهي ... ولان ... مشاركة لقوس ... تكون كما في الصورة
الاولى نسبة ... الى ... كنسبة ... الى قوس اصغر من ... وكانت نسبة ...
الى ... كنسبة ... الى ... فنسبة ... الى ... كنسبة ... الى ما هو اصغر من ...
و ... اصغر ... فرك اصغر كثيرا من ... وهو اكبر منه هذا خلف ثم لتكن نسبة ...
الى ... كنسبة ... الى ... ان امكن وننصف في الصورة الثالثة قوس ...
على ... ونمر بنقطة آ و بها عظيمتين ... ولان ... مساوية لـ ... يكون ...
اعظم من ... وبمثله يتبين ان ... اصغر من ... ولان
... اعظم من ... و ... اصغر من ... تكون نسبة ... الى ... اعظم
من نسبة ... الى ... وكانت نسبة ... الى ... كنسبة ... الى ...
النسبة التي ... اصغر من نسبة ... الى ... اعني نسبة ... الى
... وبالابدال نسبة ... الى ... اصغر من نسبة ... الى ... ونسبة ...
... اصغر من نسبة ... الى ... واذا جمعنا كانت نسبة ... الى ... اصغر من نسبة ...

لدارة فهي كنسبة جيب الى قوس اعظم من ه ج وقد تبين في الصدر الثانية استحالة

ذلك وما لم تكن نسبة ب الى ه كنسبة جيب ا الى ج ولا الى ما هو اعظم من ب ج

فاذن هي كنسبة جيب ا الى ما هو اصغر من ب ج وذلك ما اردناه **اقول** ليكن لبيان

مقدمة استعملها في هذا الشكل والشكل الذي قبله ان ب ه مقداران غير متساويين

و ه ح ثالث من جنسهما والمطلوب وجود مقدار اصغر من ا ب واعظم من ج ب يكون

مشاركا له فنصف ا ج مرة بعد اخرى الى ان يصير اصغر
من ا ج ومنصف ه مرة بعد اخرى الذي هو فضل ا ب على ج ب

من ه و ج وليكن ه ح جزءه الذي هو اصغر من ه ا و بقدر ب ه ح بان ينقص منه
مرة بعد اخرى

بعد اخرى الى ان يفنى او يبقى منه ما هو اصغر من ه ح وهو ط ه فيكون ب ط بقدر

ه ح واذا زدنا عليه ط ح صار اعظم من ب ه وهو ب ح فب ح مقدار اصغر

من ا ب واعظم من ج ب وهو مشارك له لان ه ح يقدر هما جميعا وذلك **ما** اذا كان

قطب الدائرة المتوازية في كرة على دائرة عظيمة وقطعت العظيمة عظيمتان اخريان

على قوائم احديهما تماس المتوازية والاخرى تقطعها على المتوازية وقطعت الثالثة العظيمة

اخرى من قطب المتوازية فيما بين اعظم المتوازية والدائرة المماسة على ما يلي المتوازية

فان نسبة قطر الكرة الى قطر المماسة على ما يلي المتوازية اعظم من نسبة القوس من اعظم



99

المتوازية التي تقع بين العظيمة الاولى والاخرى التي تمر اليها بقطب المتوازية لا القوس التي

التي تقع منها اليه فلتكن العظيمة الاولى ا ب ج وقطب المتوازية ا والعظيمتان القائمتان
اي العظيمة الاولى اي العظيمة التي تمر الى قطب المتوازية

على دائرة ا ب ج دائرتا ب ه ج من المتوازية و ه د المماسة والعظيمة الاخرى المارة بقطب المتوازية

ا ح ه د وهي التي تقطع د ه المماسة على نقطة ح فيما بين دائرتي ب ه ج اعظم المتوازية و ه ل

المماسة لدائرة الماسة فنقول ان نسبة قطر الكرة الى قطر دائرة ه ل اعظم من نسبة ه ط

الى ح ه ولترسم من المتوازية دائرة تمر بنقطة ح وهي دائرة ح ط ه ولتكن الفصول المشتركة

[illegible]
لهذه السطوح خطوط ا ه ب ز ح ك ه م ح ن ق ح ف ح ع فقطر ا ه والمارة ... بالاكثر والبعض
بين القطر ... المارة

بقطب المتوازية تنصفها على زوايا قوائم فتكون خطوط ... انصاف اقطار المتوازية لدوائر

و منها

ولكن ا ب ح ه ح المتوازية ومحورها ا ه عمود على سطوح الدوائر مارا بمراكزها فنقطة ح

ما منها

ح مراكزها ولان سطح ا ح ه وقع على متوازيين ب ج ه ح ه يكون فصلي ح ط

متوازيين فخط ب ف ح مرايان لخط ح ج ه و ب ه في سطح فلو بانها ح ح

و من ذاق

متوازيان ولان دائرة ب ج ه قائمتان على دائرة ا ب ويكون فصلها وهو ح ق

ب ه ز ذاق

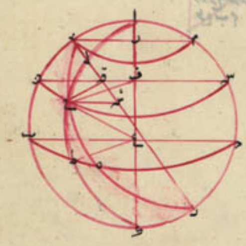
عمود عليها وعلى خط ف ق ح ق الذي في سطحها فزاويتا ح ق ف ح ق ع قائمتان ولان خط ا ح

ط منها ذاق

عمود على خط ... يكون مساوية ق ف ع قائمة فتكون مساوية ف ع ق حادة فخط ق ع اطول

ط منها ذاق

ل منها ذاق



من خط ق ف ومخرجه في ذلك منك ق ف ونصل ع ح فلان في مثلث ح ق ف ح وتر ضلع ع ح

و منها ذاق

مشترك وضلعي ق ف في وتر متساويان ومساويتي ع ق ف ع ح ق وتر قائمتان يكون ع ح ف

ا بالذ

ع ح متساويين ومساويتي ح ف ق متساوية لزاويتي ح ح ق ه وكانت مساويتي ح ف ه متساوية

ه منها

لزاوية ع ح ه ولان في مثلث ح ق ع زاوية ق ه قائمة واحسن في خط ع ح
ع ب م

نسبة ع ق الى وتر اعني ق ف اعظم من نسبة زاويتي ع ه ق الى زاويتي ح ع ق

لكن زاويتي ع ه ح مثل زاوية ع ح ب اعني قوس ... وزاويتي ح ع ق ه هي قوس

ح ع فاذن نسبة ع ق الى ق ف اعني نسبة ع ه الى ه ح بل نسبة ه ح قطر الكرة الى
ع ه

ثم قطر دائرة ه ل اعظم من نسبة ط ه الى ح ه وذلك ما اردناه **اقول** وقد يوجد

في بعض النسخ شكل لبيان المقدمة المستعملة ههنا اثباته وتقريره هكذا ليكن

في مثلث ا ب ج زاوية ب قائمة ونخرج فيه ا د كيف اتفق **اقول** فنسبة ا ب الى ا د

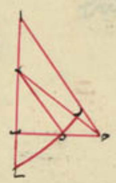
اعظم من نسبة زاوية ب ا د الى زاوية ب ا ج بيانه نرسم على مثلث ا ب ج دائرة

ا ب ج و نخرج من نقطة ج خط ج ه موازيا لـ ب د ونصل ا ه فلان زاوية ا ه ج

المساوية لزاوية ا ب ج القائمة قائمة يكون ا ج قطر الدائرة فهو اطول من و تر ه ج ولكن

زاوية ا ج ه الواقعة في نصف الدائرة قائمة وزاوية ه ا ج حادة يكون ... اطول





100

من ه ج فاذا رسمنا على مركز ج وببعد ج ه قطعة دائرة ح ه ز وأخرجنا ج ه الى ز

كان قطاع ح ه ز اصغر من مثلث ا ج ه وقطاع ز ج ه اكبر من مثلث ج ه د ونسبة

مثلث ا ج ه الى مثلث ج ه د اعني ا ه الى ه د بل نسبة ا ب الى ب د اعظم من نسبة قطاع

ط ه ز الى قطاع ز ج ه اعني نسبة قوس ط ه الى قوس ه ز بل نسبة زاوية ا ج ه

الى زاوية ه ج د التي هي مساوية لزاوية ه ا د الى زاوية ... واذا ركبنا كانت

نسبة ا ب الى ب د اعظم من نسبة مجموع زاويتي ... اعني زاوية ب ا د الى زاوية

ب ا ج وذلك ما اردناه وبوجه آخر نعيد مثلث ا ب ج وخط ا د والدعوى بحالها ونخرج

م ... مساوية

موازيا لـ ا ج ونرسم على مركز ج وببعد ج ه قطعة دائرة وهي ح ه ط فيكون مساوية ... ه

قائمة وزاوية ... حادة يكون ... اطول من ... وايضا يكون مساوية ...

بالفعل

منفرجة وزاوية ... حادة يكون ... اطول من ... فلذلك يقطع قوس القطعة

خط ... وتمر خارجة من ... فيخرج ... الى ان يقطعها على ح ويكون مثلث

... اعظم من قطاع ... ومثلث ... اصغر من قطاع ... ويكون نسبة مثلث

... الى مثلث ... اعني نسبة ... الى ... بل نسبة ... الى ... اعظم من نسبة

قطاع ... الى قطاع ... اعني نسبة زاوية ... الى زاوية ... الخارجة مساوية

ولكن زاوية ... مساوية لزاوية ... فنسبة زاويتي ...

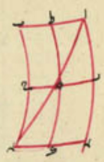
لزاوية ب آ و الداخلة فنسبة آ ه الى آ ت اعظم من نسبة مساوية آ ه ح الى زاوية ب آ و
وبالتركيب نسبة آ ت الى ت ه اعظم من نسبة مجموع زاويتى آ ه و و آ و ه الى زاوية ب آ و
لانساوية ب آ و وذلك ما اردناه يب اذا مات عظيمتان احدى دوائر متوازية
ونظيرتها وفصلتا فيما بينهما من المتوازية قسيا متشابهة ومات عظيمة مائلة مع المتوازية دائرتين
من المتوازية اعظم من اللتين ماستهما الاوليان وقطعت المائلة العظيمتين الاوليين فيما بين
اعظم المتوازية وبين الدائرة التى ماستها الاوليان فان نسبة ضعف قطر الكرة الى قطر
الدائرة التى ماستها المائلة اعظم من نسبة القوس التى تقع فيما بين العظيمتين الاوليين
من اعظم المتوازية الى القوس التى تقع ايضا فيما بينهما من المائلة فلتماس عظيمتات ا و
دائرة ا و من المتوازية مع نظيرتها ولتفصل فيما بينهما من المتوازية قسيا متشابهة ولتماس
عظيمة مائلة مع المتوازية دائرة وح وهى اعظم من ا و ولتكن اعظم المتوازيات
م ت م ر ولتقطع دائرة ه ز المائلة دائرتى ا ت و ت م فيما بين متوازية ا و
مع نقطتى ط ق فنقول ان نسبة ضعف قطر الكرة الى قطر دائرة وح اعظم من نسبة
ط ق الى ط ق فليكن قطب المتوازية ل ونرسم دائرة عظيمة تمر به وبنقطة ط ق وهى
لم ع لعلالك لا ه م ه ونرسم متوازية ع ه تمر به وعظيمة ع ط ق المارة بنقطة ق



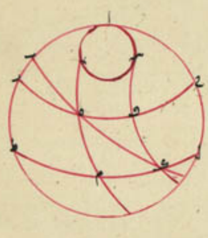
١٠١

مماسة لدائرة وح مع محاذية وعظيمة لعلالا مر بنقطتى ى ط فتكون قوس ع ق مثلها كما تبين فى بعد
لقوس ه ق فقوس زه ق اصغر من ه ق وقوس ز ع ه اصغر من ضعف ه ق ولكن ز ه
شبيهة لقوس س ت و ه ق شبيهة لقوس ه ق فقوس س ت اصغر من ضعف ه ق
ولان نسبة قطر الكرة الى قطر دائرة وح اعظم من نسبة ه ق الى ط ق التى اعظم
من نسبة ت ه الى ط ق فنسبة قطر الكرة الى قطر دائرة وح اعظم من نسبة ه ق الى
ط ق واذا ضعف المقدم كانت نسبة ضعف قطر الكرة الى قطر دائرة وح اعظم
من نسبة ضعف ه ق الى ط ق التى اعظم من نسبة س ت الى ط ق لكون ضعف ه ق
اعظم من س ت فاذن نسبة قطر الكرة الى قطر دائرة وح اعظم كثيرا من نسبة قوس
س ت الى قوس ط ق وذلك ما اردناه اقول فى بيان ان دائرة ل ط ق تنصف
قوس ع ق فرتبين مما مر فى اخر الشكل الرابع عشر من المقالة الثانية ان زاوية ط ق
ط ع ودائرة ل ط ق المارة بقطب دائرة ع ح تنصفها مع ق ام فكون قطعة ط ق
وما يتصل بها المعرفة مع قطر دائرة ع ق المارة بنقطة ق قائمة مع سطح دائرة ع ح
ويكون وتراوى ط ق ط ع الخارجين من نقطة ط الى محيط ع ح متساويين فتكون قوسا
ه ق ق ع متساويتين بمثل ما مر فى الشكل الحادى عشر من المقالة الثانية والفرق ان الساقين

يج هناك كان فى دائرتين متساويتين وهنا فى دائرة واحدة يج اذا فصلت دوائر متوازية
فى كرة من دائرة عظيمة قسيا متساوية عن جنبتى اعظم المتوازية ومرت بالنقط الحادثة
دوائر عظام المارة بقطبى المتوازية واما مماسة لاحدهما بعينهما فانها تفصل من اعظم
المتوازية فيما بينها قسيا متساوية فليكن فى كرة دائرتان ا ت و ت ه المتوازيتان وقد فصلتا
من الدائرة العظمى وح قوسى ا ه ت ه من جنبتى دائرة ز ح التى اعظم المتوازية متساويتين
ولتمر بنقط ا ه ت الحادثة دوائر ا ت و ط ه ت ح العظام المارة بقطب المتوازية
او المماسة لاحدهما بعينها فنقول ان قوسى ز ه و ح متساويتان وذلك ان متوازيتى
ا ت و ت ه من اجل انهما يفصلان عن جنبتى ز ح اعظم المتوازية قوسين متساويتين تكون
متساويتين وليتساويا فلتكون قوسا ط ه و قوسا الدائرة العظيمة المفصولتان بينهما الدائرتين
ومثلث الراحل من آ ط ه ما والمحيط الراحل من ت ه كلهما وتراوى ط آ ه ت متساويتين
متساويين فطا ا ه ه ت متشابهان وط آ شبيه ه ت و ه ز شبيه وح فز ه ح متساويان
يد وبهى دائرة واحدة فهما متساويتان وذلك ما اردناه يد اذا مات فى كرة دائرة
عظيمة احدى دوائر متوازية ومات عظيمة اخرى مائلة للمتوازية دائرة من المتوازية
اعظم من الاولى فان العظيمتين تفصلان من سائر الدوائر المتوازية فيما بينهما قسيا



١٠٢



مختلفة فكان اقرب منها من احد القطبين اعظم من قوس من دائرتها شبيهة بالتى
عنها فليكن فى كرة عظيمتا ا ت و مماسة لدائرة ا ه من المتوازية مع آ وعظيمة ت ح
مائلة للمتوازية مماسة لدائرة اعظم من دائرة ا ه ولنعلم مماسة ح المائلة النقطى
ق كيف اتفق ونرسم متوازيتين تمران بها وبنقطة ح على ط ك فنقول ان قوس ح ع
اعظم من قوس من دائرتها شبيهة بقوس ه ك وان قوس ط ك اعظم من قوس من دائرتها
شبيهة بقوس ر ه ونرسم عظيمتين مماستين لدائرة ا ه تمران بنقطتى ح ط
ونصف دائرة ر ح لا يلقى نصف ا ر ط ونصف دائرة ط ه لا يلقى نصف ا ط
فتكون قوس ع ح شبيهة بقوس ه ك فقوس ح ع اعظم من قوس من دائرتها شبيهة
بقوس ه ك وايضا قوس ط ك شبيهة بقوس
ط ك اعظم من قوس من دائرتها شبيهة
قوس ه ر وذلك ما اردناه
تم المقالة الثالثة
بعون الله

[illegible]



كشف القناع

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله مبدع الحقايق الخارجة عن الحصر افاضة للخير ومروج الدقايق الجليلة القدر
النزراجمة على كشف السر وتبديل العسر باليسر والصلوة على خير البشير الرفيع الذكر وعلى
آله اهل التقى والبر وبعد فقد كنت علقت فيما مضى من الزمان كتابا جامعا لضبط ودعاوى
الشكل المعروف بالقطاع وبراهينه مذيلا بما يرتبط به ويتعلق به وكان ذلك الكتاب
بلسان الفارسي فالتمس بعض الاصدقاء من طلبة العلم ان انقله الى اللسان العربية فاجبته
الى ذلك محذوف عنه بعض الزوايد واستعنت الله تعالى انه خير موفق ومعين وانول
هذا الكتاب مشتمل على خمس مقالات كل واحدة منها يتضمن عدة اشكال وفصول
المقالة الاولى في النسب المؤلفة واحكامها وفيها اربعة عشر شكلا قاعدة لما كان تقرير الكمية
المنفصلة يتم الا بعروض بعض لوازم الكمية المتصلة لها مثل فرض تجزيها الى غير النهاية
كذلك قد يتاتى تقدير الكمية المتصلة الا بعروض بعض لوازم الكمية المنفصلة لها وهو فرض
تركبها من آحاد مفروضة تقدر بها تلك المقادير اما كيفية عروض لوازم احد النوعين للآخر

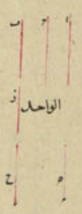
بلغ قراءة

١٠٣

فما يتعلق بغير هذا العلم تذكرة للتحرية التاليف والتجزية في النسبة ذكر في صدر المقالة
السادسة من كتاب الاصول لاقليدس ان النسبة يقال انها مؤلفة من نسب اذا كانت
اقدار النسب اذا ضرب بعضها في بعض حصلت نسبة ما ويقال ايضا انها تنقسم الى نسب
اذا كانت النسب تجزيت بعضها ببعض احدثت نسبة ما وبعد تقديم هذه القواعد
اقول كل ثلثة مقادير لبعضها الى بعض نسبة اعني ان تكون من جنس واحد فنسبة الاول
منها الى الآخر مؤلفة من نسبة ذلك الواحد الى ثالثها ومن نسبة ثالثها الى ذلك
الآخر المذكور فلتكن مقادير آ ب ج الثلثة من جنس واحد فاقول ان نسبة آ الى ب
مؤلفة من نسبة آ الى ج ومن نسبة ج الى ب وايضا نسبة آ الى ج مؤلفة من نسبة آ
الى ب ومن نسبة ب الى ج وكذلك نسبة ب الى ج مؤلفة من نسبة ب الى آ ومن نسبة
آ الى ج وهذا القياس ونبين كون نسبة آ الى ب مؤلفة من نسبة آ الى ج ومن نسبة ج
الى ب ليقاس عليه ما عداه برهانه نفرض واحدا يقدر به المقادير وليقدر ذلك الواحد
مقدار ه كتقدير آ اياه و مقدار ز كتقدير ج اياه و مقدار ح كتقدير آ ب فه هو
مقدار نسبة آ الى ج و ز مقدار نسبة ج الى ب و ح مقدار نسبة آ الى ب وذلك
لكون كل نسبة سمية للعدد الذي يقدر الواحد كتقدير الاول من حدي تلك النسبة للثاني

حصلت

الواحد



والعدد السمية للنسبة هو مقدارها وقد ذكرنا ان تاليف النسبة بنسبة هو تضعيف قدر احدهما
بقدر الاخرى وتضعيف العدد بعدد آخر هو ضرب احدهما في الآخر فاذن حاصل
الدعوى ان ح بعينه هو الحاصل من ضرب ه في ز وذلك كذلك لان نسبة الاول
كنسبة الواحد الى ه وبالخلاف نسبة ج الى آ كنسبة الى الواحد وكانت نسبة آ
الى ب كنسبة الواحد الى ح فبالمساواة المضطربة نسبة ج الى ب كنسبة ه الى ح لكن نسبة ج
الى ب كنسبة الواحد الى ز فنسبة الواحد الى ز كنسبة ه الى ح والحاصل من ضرب الواحد
في ح كالحاصل من ضرب ه في ز والحاصل من ضرب الواحد في كل مقدار هو ذلك
المقدار نفسه فاذن ح نفسه هو الحاصل من ضرب ه في ز فاذن نسبة آ الى ب هي الحاصل
من تاليف نسبة آ الى ج بنسبة ج الى ب فنسبة آ الى ب مؤلفة من نسبتي آ الى ج و ج الى ب
وذلك ما اردناه ويتبين في غير هذا الصور وان تفاوتت النسبتان الواقعتان
في التاليف قيل ان النسبة المؤلفة هي كل واحدة منهما مشفوعة بالتكرير وايضا بعكس الدعوى
ونقول كل ثلثة مقادير متناسبة الف نسبة الاول منها الى الثالث مثنى نسبة الثاني الى الثالث
كان الحاصل من نسبة الاول الى الثالث ولتكن آ ب ج هي المقادير الثلثة ولتكن
نسبة آ الى ب كنسبة الواحد الى ه ونسبة ب الى ج كنسبة الواحد الى ز فبضعف

الواحد



١٠٤

ه في ز اقول في ح هو مقدار نسبة آ الى ج برهانه ه هو مقدار فاذا ضرب في الواحد حصل
منه ه نفسه واذا ضرب في ز حصل منه ح فنسبة الواحد الى ز كنسبة ه الى ح مثلها الى ز
و ز ولكن نسبة الواحد الى ز كنسبة ب الى ج فنسبة ه الى ح كنسبة ب الى ج
وكانت نسبة الواحد الى ه كنسبة آ الى ب فبالمساواة المضطربة نسبة الواحد الى
نسبة آ الى ج اي الحاصل من ه في ز هو مقدار نسبة آ الى ج وذلك ما اردناه
وبعبارة اخرى ه هو مقدار نسبة آ الى ب و ز هو مقدار نسبة ب الى ج
و ح هو الحاصل من ضرب ز في ه والواحد يعد المضروب فيه مثل ما يعد المضروب
اي الحاصل من الضرب فالواحد يعده كما يعد ز ح وكان الواحد يعده كما يعد آ ب
فنسبة ز الى ح كنسبة آ الى ب وكانت نسبة الواحد الى ز كنسبة ب الى ج
فبالمساواة المضطربة نسبة الواحد الى ح كنسبة آ الى ج فمقدار نسبة آ الى ج
نفسه الذي هو الحاصل من ضرب ه في ز اعني من ضرب نسبة آ الى ب في نسبة ب
الى ج فالحاصل من ضرب نسبة آ الى ب في نسبة ب الى ج هو نسبة آ الى ج وذلك ما اردناه
وهذا الحكم فيما يزيد على المقادير الثلثة ثابت فلتكن آ ب ج د اربعة مقادير من جنس
واحد اقول فنسبة آ الى د مؤلفة من نسبة آ الى ب ومن نسبة ب الى ج ومن نسبة

وفيه ح ه



ولا د برانه نسبة آ الا د مؤلفة من نسبة آ الات ومن نسبة ت الا د لما مر وا د ز ه مقادير
من جنس واحد فنسبة آ الا د مؤلفة من نسبة آ الا د التي هي مؤلفة من النسبتين المذكورتين
ومن نسبة د الا د فاذن نسبة آ الا د مؤلفة من النسب الثلث المذكورة وكذا القول في كل
ما يكون ابدا اعداد النسب اقل من عدد المقادير التي هي حدود ها بواحد وذلك عند
كون حدود المقادير مشتركة وقد جرت العادة عند تساوي هذه النسب بان يقال نسبة
الاول الى الاخير كنسبة الاول الى الثاني مثناة او مربعة بالتكرير او غير ذلك كما يقتضيه
عدد تلك النسب ج اذا كانت نسبة مؤلفة من نسب فكل نسبة تساويها تكون ايضا
مؤلفة من نسب مساوية لتلك النسب بالعدد والمقدار فلتكن نسبة آ الات مؤلفة من نسبة آ
الا د ومن نسبة د الات ولتكن نسبة ه الا ز كنسبة آ الات اقول فنسبة ه الا ز ايضا
مؤلفة من نسبتين مساويتين للنسبتين المذكورتين برهانه لتكن نسبة آ الا د كنسبة ه الا ز
ونسبة د الات كنسبة ه الا ز فلما ان نسبة آ الا ت كنسبة ه الا ز ونسبة آ الا د كنسبة ه الا ح فبالمساواة المنتظمة نسبة ح
الا ز كنسبة د الات ونسبة ه الا ز مؤلفة من نسبة ه الا ح ومن نسبة ح الا ز المساويتين للمذكورتين وذلك ما اردناه
ومن هذا البيان يظهر ان الشكل تبين انه اذا كانت نسبة مساوية لنسبة مؤلفة من نسبتين وتوسطها



١٠٥

عددها مقدار تكون نسبة احد الحدين اليه كاحدى تينك النسبتين كانت نسبة ذلك المقدار
الى الحد الآخر كالنسبة الباقية من تينك النسبتين مثلا لتكن نسبة ه الا ز كنسبة آ الات
المؤلفة من نسبة آ الا د ومن نسبة د الات ثم توسط بين ه ز مقدار ح وكانت نسبة ه ح
الى كنسبة آ الا د كانت نسبة ح الا ز كنسبة د الات وهذا المعنى هو تجزية نسبة ه الا ز الى النسبتين
المذكورتين ويقال نقصان النسبة من الاخرى ايضا ولا يتصور الا بعد تجزية المنقوص منها بالمنقوص وبالباقي
مثلا اذا اردنا ان ننقص نسبة آ الا د من نسبة ه الا ز جزيناها الى نسبة ه ح المساوية
لنسبة آ الا د ونسبة ح الا ز الباقية المساوية لنسبة د الات حتى اذا نقصنا نسبة ه ح من نسبة ه ز
بقيت نسبة ح ز وهذا هو ايضا القول في نسب اخرى ه اذا كانت نسبة مؤلفة من نسب
فتلك النسبة ايضا تكون مؤلفة من تلك النسب بتقديم كل منها على الاخرى وان كانت تلك النسب اكثر من اثنين
فلتكن نسبة آ الات مؤلفة من نسبة آ الا د ومن نسبة د الات ولتكن نسبة ه الا ز كنسبة آ الا د
الا د ونسبة ز الا ح كنسبة د الات اقول فنسبة آ الات مؤلفة من نسبة ه الا ز ومن نسبة
ز الا ح برهانه ليكن سطح د ه في سطح ز ح كسطح ا ح في سطح ه ز ح وفي سطح ه ز في سطح د ح فقد تبين
في كتاب الاصول ان نسبة سطح الى سطح مؤلفة من نسبة ه الا ح ومن نسبة ز
الا ح ونسبة ط الا ك كنسبة آ الى نسبة آ الا د ونسبة ك الا ل كنسبة ز ح الى نسبة د ت



وبالمساواة المنتظمة نسبة ط الا ل كنسبة آ الات وكانت نسبة ط ك مؤلفة من نسبتي ه ز ح
فنسبة آ الات ايضا مؤلفة منهما وذلك ما اردناه و اذا الفت نسبة من نسب على ترتيب ما
فمن مساوية لتلك النسبة يتألف منها على غير ذلك الترتيب فلتكن نسبة آ الات مؤلفة من نسبتي
ه ز ح على هذا الترتيب ونسبة ط ك مؤلفة من نسبتي ز ح ه على هذا الترتيب اقول
فنسبتا آ الات ط ك متساويتان برهانه فلتكن نسبة آ الا د كنسبة ه ز فيكون نسبة د الات كنسبة
ز ح وايضا لتكن نسبة ط الا م كنسبة ز ح فيكون نسبة م الا ك كنسبة ه ز فنسبة آ الا د كنسبة
م الا ك ونسبة د الات كنسبة ط الا م فبالمساواة المضطربة نسبة آ الات كنسبة ط ك وذلك ما اردناه ز
تضعيف نسبة ه ز بنسبة ز ح يساوي تضعيف نسبة ز ح بنسبة ه ز لان سطح المضروب في المضروب فيه
يساوي سطح المضروب فيه في المضروب فاذن النسبتان المتساويتان ز اذا
تألفت نسبة من نسبتين فخلافها مؤلف من خلافيهما فلتكن نسبة آ الات مؤلفة من نسبتي ه ز ح ز
اقول فنسبة ت الا آ مؤلفة من نسبتي ز ه ح ز برهانه لتكن نسبة آ الا د كنسبة ه ز ونسبة د الات
كنسبة ز ح فيكون نسبة ت الا آ مؤلفة من نسبة ت الا د التي هي كنسبة ح ز ومن نسبة د الا آ التي هي كنسبة ز ه
وذلك ما اردناه ح كل نسبة مؤلفة من نسبتين فهي ايضا مؤلفة من نسبة مقدم النسبة الاولى الى
تالي النسبة الثانية ومن نسبة مقدم النسبة الثانية الى تالي النسبة الاولى فلتكن نسبة

اقول

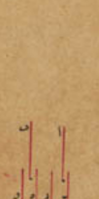




١٠٦

مؤلفة من نسبتي ه ز ح ط اقول فهي ايضا مؤلفة من نسبتي ه ط ح ز برهانه ليكن ح سطح ه ز في
ز ح مسطح ه ط ز ح وط مسطح ه ط ح ز ولنسبتي ح ط مؤلفة من
من نسبتي ه ز ح ط اعني نسبة ه ز ومن نسبة ح ط اعني نسبة ه ز ونسبة ح ز ح ه ز التي
كنسبة ه ز لان ه ز ح ط سطح ه ط ح ز فيحصل ح ز ومن نسبة ط الى التي هي نسبة ه ز لان
ط ز فيحصل ح ط ولكن نسبة ح ط كنسبة آ ات فلذلك كانت مؤلفة من نسبتي ه ز
ه ز فهي ايضا مؤلفة من نسبتي ه ز ح ط وذلك ما اردناه ولنسم هذه الحالة بتبادل حدود
النسبة ونقول كل نسبة مؤلفة من نسبتين فهي مؤلفة منهما بعد تبادل حدودها ط
المجسم الحاصل من ضرب مقدم النسبة المؤلفة في تالي البسيطين اللتين يتألف منهما
تلك المؤلفة مساو للمجسم الحاصل من ضرب تالي المؤلفة في مقدميهما ولتكن نسبة آ ات مؤلفة
من نسبتي ح ز ه ز اقول المجسم آ في ح في ز مساو للمجسم ت في ح في ه برهانه لتكن سطح
ح في ه مسطح ه ط وسطح ح في ز مسطح ط فتكون نسبة ط الى كنسبة آ ات ويكون آ ت ط الى ان بعد
مقادير متناسبة وسطح آ في ط مساو لسطح ت في ط ولكن ح انما حصل من ضرب ح في ه
فاذن ه هو الحاصل من ضرب آ في ح في ز وايضا ط انما حصل من ضرب ح في ه
فت في ط هو الحاصل من ضرب ت في ح في ه فاذن المجسمان متساويان وذلك ما اردناه





وقد جرت العادة بان يوضع المقادير الستة الواقعة في كل نسبة مؤلفة من نسبتين
في لوح على هذه الصورة ليبين اضلاع المجسم الاول اعني مقادير آ ز د بالحيز الاول
وما يقع على القطر واضلاع المجسم الثاني اعني مقادير ب ه ح بالحيز الثاني والذي يلي آ
مقدم النسبة المؤلفة و ب تاليها و ه مقدم النسبة الاولى و ز تاليها و ح مقدم
النسبة الثانية و د تاليها وكما يستخرج المجهول من المقادير الاربعة المتناسبة
بالضرب والقسمة او بالنسبة عن الثلثة الباقية اذا كانت معلومة كذلك يمكن ان يخرج
من الخمسة الباقية اذا كانت معلومة وله استخراجه طريقان احدهما على وجه التركيب
والثاني على وجه البسيط اما الاول فهو ان يعرف ان المجهول من اي حيز ويقسم مجسم
الحيز الآخر على مسطح الباقيين من حيز المجهول فما خرج فهو المجهول وبرهانه ظاهر من الكل
الذي مر واما الثاني فيستعمل على وجهين احدهما ان يعرف ان المجهول من اي حد من
احدى النسب الثلث ويقسم كل واحد من حدي النسبتين الاخريين على قرينه النظير على النظير
حتى يحصل مقدار النسبتين ثم ان كان المجهول من النسبة المؤلفة يضرب مسطح المقدارين
فما كان فهو مقدار المؤلفة وان كان احدى البسيطتين يقسم مقدار المؤلفة على مقدار
البسيطة المعلوم فما خرج فهو مقدار النسبة المجهولة واذا تحصل مقدار كل نسبة

لكل النسبة



كنسبة الواحد الى ذلك المقدار كنسبة نظير الواحد من احدى حدي النسبة التي فيها
المجهول الى الحد الآخر فيحصل المجهول مثاله ان كان المجهول آ نقسم ب على ه فيحصل ب
وهو مقدار النسبة الاولى و د على ح فيحصل ح وهو مقدار النسبة الثانية ونأخذ
مسطحيهما وهو ط فيكون مقدار نسبة آ ب وهو نظير ت والواحد نظير آ فيكون نسبة آ الى ت
كنسبة الواحد الى ط ونقسم ت على ط فيخرج مقدار آ المجهول ومن البين ان الرابع في هذا
العمل اما قسمتان وضربان واما ثلث قسمات وضرب واحد ويمكن ان يرجع الجميع الى نوع
المجهول من المقادير الاربعة المتناسبة فان في الضرب نسبة الواحد الى المضروب كنسبة
المضروب فيه الى الحاصل وفي القسمة نسبة الواحد الى الحاصل كنسبة المقسوم عليه الى المقسوم
وان قسمنا ه على ح و ح على د فيصير الواحد في المؤلفة نظير ت والكون هكذا
والثاني منهما على هيئة الاول ان يطلب واسطة بين حدي المؤلفة تكون نسبة احد الحدين
اليه كاحدى النسبتين البسيطتين ونسبته الى الحد الآخر كالنسبة الاخرى وطريقه هو
استخراج المجهول من الاربعة المتناسبة فان نسبة الواسطة الى الحد المعلوم من المؤلفة تكون
كنسبة احد حدي النسبة المعلوم من البسيطتين الى الآخر مثاله نعيد لوح المقادير الستة
فان كان المجهول آ كانت نسبة ي الواسطة بين آ و ت الى ت كنسبة ه الى ح فيعرف

آ ت	ب ا
الواحد ط	ط الواحد
النسبة الاولى	النسبة الاولى
ح ط	ط ح
الواحد د	د الواحد
النسبة الثانية	النسبة الثانية
ه و	و ه
الواحد ح	ح الواحد

من مقادير ز ه مقدار ز وان كان المجهول مثلا كانت نسبة آ الى ز كنسبة ح الى د ثم
فيعرف من مقادير آ ه ز مقدار ز وكذا في الباقية ويقع في كل عمل ضربان وقسمتان
وقد يوضع بالتفصيل في جدول هكذا وان لم يكن الضربان والقسمتان على هذا الترتيب
صارت الصور بحسب اختلاف الترتيب كثيرة والثالث ان يطلب للنسبة الاولى ثالث
متناسب على حدية تكون نسبة تاليها اليه كنسبة مقدم النسبة الثانية الى تاليها ويكون الكل
في كلامه والثالثة ان يطلب للنسبة الثانية مقدار متقدم على حدية تكون نسبة ذلك
المتقدم الى مقدم النسبة الثانية كنسبة مقدم الاولى الى تاليها ويكون الكل كما مر واهل
الصناعة يوردون هاهنا جدولين هكذا وفيما ذكرنا كفاية لمن له فطانة ي اذا تألفت
نسبة من نسبتين كانت نسبة كل واحد من مقادير احد الحيزين الى كل واحد من مقادير الحيز
الآخر مؤلفة من نسبتين يقعان بين المقادير الاربعة الباقية من الستة بشرط ان يجعل
مقدماهما من الحيز الذي منه تالي المؤلفة الثانية وتالياهما من الحيز الذي منه مقدمها فتكون نسبة آ
الى ت مؤلفة من نسبتي ح ه ز د اولا تكون نسبة كل واحد من مقادير آ ه ز الى كل واحد
من مقادير ب ح د مؤلفة من نسبتين يقعان بين المقادير الاربعة الباقية بالشرط المذكور
مثلا تكون نسبة آ الى ح مؤلفة من نسبتين يقعان بين مقادير ب ز ه د الاربعة بشرط ان يكون

المقدمان

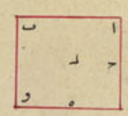
جای جدول

جای جدولین ي



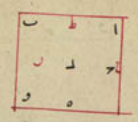
المقدمان من الحيز الذي فيه ه ز د ومقدار التاليان من الحيز الذي فيه آ ح ب
فيصير الدعوى هكذا نسبة آ الى ح مؤلفة اما من نسبتي ز الى ب و ه الى د واما من نسبتي ه الى ب و ز الى د
برهانه انا اذا جعلنا ارتفاع مجسم آ ه ز مقدار آ وارتفاع مجسم ب ح د مقدار ح
كانت نسبة آ الى ح كنسبة قاعدة مجسم ب ح د التي هي مسطح ب في د الى قاعدة مجسم آ ه ز
اعني مسطح ه في ز بالتكافؤ لما تبين في الشكل الرابع والثلثين من المقالة الحادية عشر
من كتاب الاصول وهو ان في المجسمات المتساوية نسبة الارتفاعات الى الارتفاعات
كنسبة القواعد الى القواعد بالتكافؤ وكانت نسبة مسطح ب في د الى مسطح ه في ز مؤلفة
من نسبتي ضلعيهما اعني من نسبة ب الى ه ومن نسبة د الى ز او من نسبة ب الى ز ومن نسبة د الى ه
فاذن نسبة ارتفاع آ الى ارتفاع ح مؤلفة من احد الصنفين المذكورين وهكذا
تبين باقي الصور وذلك لان كل حيز ثلثة فكانت نسبة المقادير التي في حيز
الى المقادير التي في الحيز الآخر تسعة ويكون لكل نسبة مؤلفة من نسب المقادير الباقية
على وجهين من التأليف تصير النسب المؤلفة الواقعة بين مقدمات احد الحيزين وتوالي الآخر
على ثمانية عشر وجها واذا اخذنا المقدمات من كل واحد من الحيزين تضاعف العدة التي هي ثمانية عشر
فصارت ستة وثلثين ويكون كل واحد من النصف الآخر خلاف احدى النسب من النصف الاول

وبهذا الاعتبار يكون كل نسبة مؤلفة متلازمة لخمسة وثمانين نسبة مؤلفة وقد اوردنا
تفصيلها في جدول هو هذا ثم انا ان اعتبرنا ترتيب النسبتين البسيطتين تضاعف العدد
لامكان اختلافهما بالتقديم والتاخير وصارت النسب المتلازمة اثنين وسبعين يا
اذ التلاوي مقداسلان من جزين في التي نسبة مؤلفة من نسبتين فرض كانت الاربعة الباقية
متناسبة بشرط ان يكون في التي من كل جزء مقدم وتال اعني يكون التناسب بالتكافؤ
مثلا ان كانت نسبة آ الى ت مؤلفة من نسبتي ح الى ه و د الى ز وكان آ من الجزء الاول مساويا لح
من الجزء الثاني اولا فيكون مقادير ت ه د ز الاربعة الباقية متناسبة على التكافؤ
ان كان احد المقدمين احد مقادير ت ه الذين هما من الجزء الثاني و تاليه من الجزء الاول
كان المقدم الآخر احد مقادير د ز الذين هما من الجزء الاول و تاليه من الجزء الثاني
فتكون نسبة ت الى ه كنسبة د الى ز او نسبة ت الى ز كنسبة د الى ه وعلى هذا القياس
برهانه قد تبين في الشكل الثالث والثلثين من مقالة يا من كتاب الاصول ان نسبة
المجسمات المتوازية الارتفاعات بعضها الى بعض كنسبة قواعد بعضها الى بعض
ولما كان بهذا مجسم الجزين متساويين وكان مقداسلان من الجزين متساويين فاذا
فرضنا انهما ارتفاعا المجسمين صار المجسمان متساويي الارتفاع وتكون نسبة الارتفاع الى الارتفاع

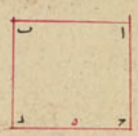


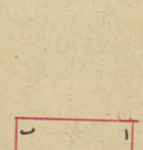
١٠٩

كنسبة القاعدة الى القاعدة فتكون القاعدتان ايضا متساويتين واضلاع السطوح
المتوازية المتساوية الزوايا متناسبة بالتكافؤ فاذن المقادير الاربعة الباقية
التي هي اضلاع السطحين متناسبة بالتكافؤ وذلك ما اردناه وتبين من هذا ان
المؤلفة يستلزم نسبا بسيطة متشابهة من اربعة مقادير اذا وقع صور بحيث لا يكون من الاوضاع
مقادير احد الجزين بالآخر وقد وضعناها في جدول هو هذا اما ان كان المقداران
المتساويان من جزء واحد فلا يستلزم نسبا بسيطة يب وتبين هذا المطلوب ايضا من وجه
آخر فنعد المثال المذكور ونجعل نسبة ت الى ز كنسبة ه الى د فيكون بالمساواة في النسبة المضطربة
نسبة ت الى ز كنسبة آ الى ت وكان ح مساويا لآ في الفرض المذكور فيكون ت
مساويا لز ونسبة ز الى د كنسبة ت الى د وكانت نسبة ز الى د كنسبة ه الى ت
فاذن نسبة ت الى د كنسبة ه الى ز وذلك ما اردناه وايضا ان فرضنا ت مساويا
لد ونجعل نسبة ه الى د كنسبة ح الى ح ونسبة ز الى د كنسبة آ الى ط فيكون نسبة آ
الى ط كنسبة ز الى د ونسبة ط الى ت كنسبة ح الى د المساوية لنسبة ه الى د فبالمساواة
المضطربة يكون نسبة ح الى د كنسبة آ الى ت وكان ت مساويا لد فيكون آ ايضا
مساويا لح وكل نسبة ح الى د كنسبة ه الى د فيكون نسبة آ الى ح كنسبة ه الى د وذلك



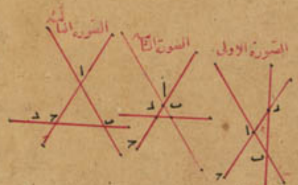
ما اردناه وتبين مع قياسه في غير هذه الصورة يج كل نسبة بسيطة فهي مؤلفة من نسبتين
احداهما مثل النسبة والاخرى نسبة المثل فلتكن نسبة آ الى ت نسبة بسيطة اقول
فهي مؤلفة من النسبتين المذكورتين برهانه فلتكن نسبة ح الى د كنسبة آ الى ت ولتكن ه
مساوية لد فنسبة ح الى د مؤلفة من نسبة ح الى ه المساوية لنسبة ح الى د ومن نسبة ه الى د
المتساويتين وهي نسبة المثل فاذن نسبة آ الى ت ايضا مؤلفة منهما وذلك ما اردناه
وبالعكس كل نسبة مؤلفة من نسبة مفروضة ومن نسبة المثل فهي في قوة نسبة بسيطة مساوية
لتلك المفروضة وبيانه ظاهر مما مر وقد تبين ايضا من هذا ان نسبة المثل مؤلفة من نسبتين
متساويتين لها او فصاعدا يد نسبة المثل مؤلفة من اي نسبة اتفقت ومن خلافها فلتكن
نسبة آ الى ت نسبة المثل ونسبة ح الى د نسبة ما ونسبة ح الى آ مثل نسبة ح الى آ
اقول فنسبة آ الى ت مؤلفة من نسبتي ح الى ه و ه الى ح برهانه فليكن ه مساويا لد فلتكن نسبة ح
الى ه كنسبة ح الى د اعني الى ه مساوية لنسبة ه الى ح فيكون نسبة ح
الى ه التي هي نسبة المثل مؤلفة من نسبتي ح الى ه و ه الى ح فاذن نسبة آ الى ت ايضا مؤلفة منهما وهو
انها نسبة مفروضة وخلافها ولكن هذا آخر كلامنا في النسب المؤلفة تمت المقالة الاولى
المقالة الثانية في الشكل القطاع السطحي وما يتعلق به من النسب احد عشر فصلا الفصل الاول



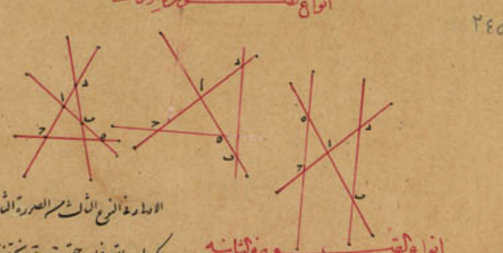


١١١

في ماهية الشكل القطاع السطحي وذكر صوره ونسبه مجملا كل اربعة خطوط مستقيمة
يتقاطع كل اثنين منها ولا يتقاطع اكثر من اثنين على نقطة واحدة فالشكل الكائن منها
هو القطاع السطحي والشاقية بالسطحي لانه لا يمكن ان يقع الا على سطح واحد مستو
وذكر اهل هذا العلم ان لهذا الشكل اثنى عشر صورة لا يمكن ان يزيد عليها او ينقص
منها وبيان ذلك بان قالوا اذا تقاطع خطان مستقيمان مثل خطي آت آج على نقطة آ
ثم قطعها خط ثالث مثلها يقطع او لا خط آت على نقطة غير آ وليكن هي نقطة ت ثم
يخرج الى ان يقطع خط آج على غير نقطة ج وليكن على نقطة ج فلا يخلو اما ان تقع نقطة
ج خارجة عما بين نقطتي آ ح الى ما يلي آ واما ان تقع بينهما واما ان تقع خارجة الى
ما يلي نقطة ح وتصير الصور ثلثا هكذا ثم نقطع الخطوط الثلثة خط رابع مثلها
وهو خط د ه و ونقطع خط آج على نقطة د ونقطع خط آت على نقطة ه ولا يخلو اما
ان تقع نقطة ه خارجة عما بين آ ت الى ما يلي آ او تقع فيما بينهما او تقع خارجة الى ما يلي ت
فتصير كل واحدة من الصور الثلث على ثلث صور وتصير الجميع تسعة على هذا المثال
وقد اعتبر التقاطع في هذه الصور بين خطي آت آج وبين خطي ت ه وبين خطي آ ج
ح ه وبقي اعتباره بين خطي ت ج و ح ه ولكن على ذلك هذا التقاطع في النوع الاول الصورة

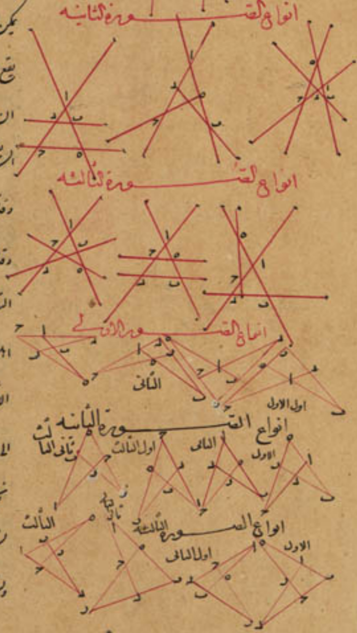


انواع القسورة الاولى



انواع القسورة الثانيه

انواع القسورة الثالثه

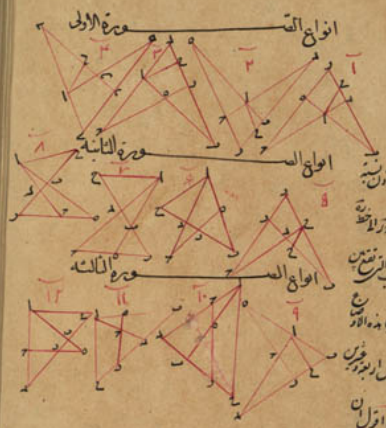


الاماده في النوع الثالث من الصورة الثانيه وفي النوع الثاني من الصورة الثالث
يمكن ان يقع في احدى جهتى ر د و يختلف بحسبه الشكل وفي باقي الصور لا يمكن
يقع الا على وجه واحد فانه في الصورتين الاولى والثانيه وفي الاول الثالث يجب
ان يقع هذا التقاطع فيما بين ت د وفي ثالث الاولى والثالثه واول الثانيه يجب
ان يقطع ح د خط ت د قبل قطعه لخطات ولذلك لا يختلف فيها وقوع هذا التقاطع
وقد تبين ان جميع الاشكال بعد اعتبار هذا التقاطع ينحصر في اثنى عشر وهذه صورها
وقد غفل حسام الدين على ابي فضل السالار مع تبرزه في هذا العلم عن اعتبار
التقاطع الاخير فقال لهذا الشكل تسع صور لا يزيد عليها ولا ينقص ثم قال وذكر
اهل هذا العلم ان له اثنى عشر صورة وانا ما ارى له وجها ثم انهم ربما ميزا النسبة في الصور
الاثنى عشر بعضها عن بعض ويرهان واحد ينطبق على كل واحد منها فقالوا نسبة خطات
الاخطات مؤلفة من نسبة خطات الى الاخطات ومن نسبة خطات الى الاخطات برهانه
نخرج من نقطة آ خطا موازيا لخط ح د الى ان يصل الاخطات وهو خطات ويكون
نسبة خطات الى الاخطات كنسبة خطات الى الاخطات من جهة تشابه مثلثى ماح و د ر
ونسبة خطات الى الاخطات التي هي مؤلفة من نسبة خطات الى الاخطات ومن نسبة خطات
لاخطات

انواع القسورة الاولى

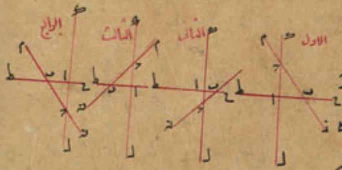
انواع القسورة الثانيه

انواع القسورة الثالثه

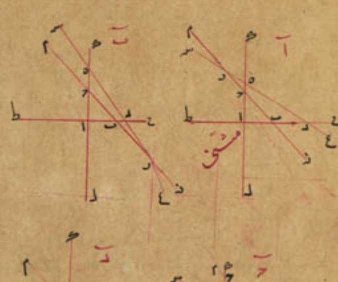


١١١

لاخطات كنسبة خطات الاخطات من جهة تشابه مثلثى اسح و ت ر فاذن نسبة
خطات الاخطات مؤلفة من نسبة خطات الى الاخطات ومن نسبة خطات الى الاخطات
وذلك ما اردناه وتصير الاشكال بزيادة الخط الموازي كما رسمناه اربعة وعشرين
خطوط هذا الشكل يمكن ان تبين على الوجه المشترك ايضا قالوا واذا غيرنا هذه الاوضاع
وحولناها عن جانب اليمين الى جانب اليسار وبالعكس صارت الاشكال اربعة وعشرين
والدعاوى والبراهين المشتركة تنطبق على الجميع فهذا ما قالوه ههنا وانا اقول ان
اعتبرت الجهات وجب ان تعتبر جميعها في سطح المستوى اربع
تنتهى الى اطراف خطين مستقيمين غير محدودين يتقاطعان على زوايا قائمة وانما تصير
ستة بحسب اعتبار السمك وتقرير اعتبارها ههنا وان كان فيه تطويل بغير
طائل تجرى مجرى الرياضة القرم بان نقول اذا وضعنا خطين مستقيمين غير محدودين
يتقاطعان على نقطة كخطي ح ط و ك ل على نقطة آ حدث جهات ح ط ك ل الاربعة
ثم وضعنا ثالث كخط م ن يقطعهما اعنى خطي ح ط فعلى نقطة ت واما خط ك ل فعلى
نقطة ح حدث مثلثات اربعة على الزوايا الاربع كما ترى وظاهر ان كل واحد
من هذه الخطوط الثلثة ينقسم بثلثة اقسام مثلا في الشكل الاول خط ح ط باقسام



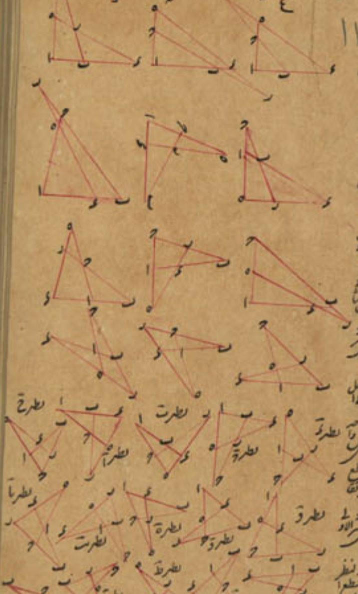
ح ت ت آ و خط ك ل باقسام ح ح و آ ل و خط م ن باقسام م ح و ت ت ن وكذلك في
في البواقي ثم اذا وضعنا خطا رابعا مرسوم فقطع خطي ح ط على نقطة ت ولا يمكن
تقع نقطة ت في احد الاقسام الثلثة فان وقعت في قسم ح ت ثم قطع خط ك ل
على نقطة ق امكن ايضا ان تقع نقطة ق في احد الاقسام الثلثة من خط ك ل فان
وقعت نقطة ق في قسم ح ح ثم قطع الخط الرابع خط م ن على نقطة ر امكن ان
تقع نقطة ر في قسم م ح وامكن ان تقع في قسم ت ن ونحن نسمي هذين الشكلين بالمثنى
لوقوع نقطة ق في كليهما في قسم ح ح اما ان وقعت نقطة ق في قسم ح آ من خط ك ل
قطع م ن في قسم ت ن لا محالة وان وقعت في قسم آ ل قطع م ن في قسم ت ن لا غير
ويحدث من وقوع ت في قسم ح ت اربعة اشكال هذه صورها واما ان وقعت نقطة ت
في قسم ت آ من خط ح ط فنقطة ق ان وقعت في قسم ح ح وحينئذ تقع ر لا محالة في قسم
وان وقعت في قسم ح آ وحينئذ تقع ر اما في قسم م ح واما في قسم ت ن ويكون
مثنى بحسب اصطلاحنا وان وقعت في قسم آ ل وقعت نقطة ر في قسم ت ن لا غير وحدث
اشكال اربع اخرى هذه صورها واما ان وقعت نقطة ت في قسم آ ط من خط
ح ط فان وقعت نقطة ق في قسم ح ح وقعت نقطة ر في قسم م ح لا محالة وان وقعت

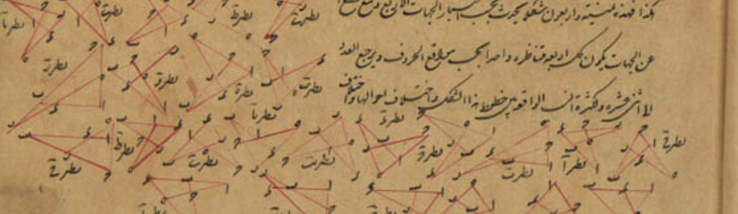




١١٢

في قسم ح آ وقعت نقطة ر في قسم ت ن لا محالة وان وقعت في قسم آ ل فنقطة ر يمكن
ان تقع في قسم م ح ويمكن ان تقع في قسم ت ن ويكون الشكلان مثنى ويحدث اربع
اشكال اخرى هذه صورها فهذه الاشكال الاثنى عشر انما حدثت من اعتبار اختلاف
وقوع التقاطع بين الخط الرابع مع الخطوط الثلثة التي رسمنا في الشكل الاول من الاشكال
الاربعة التي حدثت اولا باعتبار خطوط ثلثة فقط واذا حذفنا اطراف الخطوط وما يحوف
الزوايا عن هذه الاشكال صارت على هذه الصورة واذا اعتبرنا في الشكل الثاني
من الاربعة الاولى الخط الرابع مقاطعا للثلثة على حسب ما تقدم حدث اثنى عشر
شكلا اخرى كل واحد منها نظير لواحد من الاثنى عشر الاولى كما واذا اعتبرنا في الشكل
الثالث من الاربعة الاولى تقاطع الخط الرابع مع الثلثة حدثت اثنى عشر شكلا اخرى كل واحد
نظير لواحد من الاثنى عشر الاولى كما واذا اعتبرنا في الشكل الرابع من الاربعة الاولى تقاطع
الخط الرابع مع الثلثة حدثت اثنى عشر شكلا اخرى كل واحد نظير لواحد من الاثنى عشر الاولى
كما فهذه ثمنية واربعون شكلا يحدث بحسب اعتبار الجهات الاربع ومع قطع النظر
عن الجهات يكون كل اربعة متناظرة واحدا بحسب مواقع الحروف ويرجع العدد
الى اثنى عشر وكثرة الصور الواقعة في خطوط هذا الشكل واختلاف احوالها واختلاف





بيانا تهاجمت العلماء بالكلام فيه ودهرا كثيرا فعجز بعضهم عن ضبط اختلافه
واعرض بعضهم عنه واقبل محبا يتوجه نفسه وانا ما وجدت كلاما احسن من كلام
حاسم حاوي فضل السؤال الا ان المذكور فانه اورد ما هو كاف في ضبط الدعاوي
لكنه ما تعرض لحصر البراهين وانا اوردت في هذا الكتاب ما ذكره واضفت اليه
ما سنح لي فيه والله الموفق **الفصل الثاني** في الاشارة الى اجزاء هذا الشكل والى
دعاوي النسب الواقعة فيه هذا الشكل وان كان له باعتبار الدلالات المختلفة صور
كثيرة لكن الجميع يرجع الى صورة واحدة يحصل بسبب تباين البعدين
ووسطيهما او اجتماع الخطين المتباينين ووضع احدهما على وسط ما وسط السابقة
الاخرى وهذه صورته وقد رسمنا في تقاطعاتها بهذه الارقام جميع المواضع



ليسهل العبارة عنها ثم نقول هذا الشكل مؤلف من اربعة خطوط غير متوازية ولا متشبثة
هي خطوط اب اج ده دز ونحن نسميها باركان الشكل وهذه الاركان متقاطعة
على ست نقط هي نقط ا ب ج د ه ز ويقع في كل ركن ثلثة خطوط محدودة بثلث نقط
اما في ركن اب فخطوط اب اه به واما في ركن اج فخطوط اج اد دج واما
في ركن ده فخطوط ده دز زه واما في ه ت فخطوط ه ت ه ز زت والجميع اثنا عشر

خطا وايضا

113

خطا وايضا يقع في هذا الشكل اربع مثلثات هي مثلثات ابه اده ح ده سـ ...
حوزه واضلاعها الخطوط الاثنا عشر وايضا يقع من هذه الاركان ستة ازواج
هي من اب سته ومن اب اج ومن اب حه ومن سته اج ومن سته
حه ومن اج حه ويقع من كل زوجين منها خطان وجميعها الخطوط الاثنا عشر
وكل واحد من هذه الخطوط يشارك خمسة خطوط ويباين ستة والمشاركة هي التي يقع
في نسبة مؤلفة او بسيطة هي جزء مؤلفة بان يكون احد المشاركين مقدما لها والاخر
تاليا والمباينة ما لا يقع في نسبة اما المشاركة فيقع من كل خطين يشتركان في احد
امرين المباينة والاحاطة باحدى زوايا مثلث والوقوع من ركنين وظهر ان
كل خط يشارك خطين الوجه الاول وخطين بالوجه الثاني وخطا واحدا بالوجه الثالث
ولكن الخطوط هي الخمسة المشاركة له والا مع الستة الباقية فتباينه ونحن نسميها في الاكثر
بالمشاركة الاولى او الثانية او الثالثة مثاله خط اد يشارك خطوط اب بالمشاركة الاولى
ويشارك خطا اه به بالمشاركة الثانية ويشارك خطه بالمشاركة الثالثة ويباين الستة الباقية
وهي خطوط اه ه ح زه ه ت سـ ز والمشاركة الثالثة وان كانت مع خط واحد لكنها
بالقوة كمشاركتين لما يتبين من بعد وقد تبين في المقالة الاولى ان لكل نسبة مؤلفة نسبتين

ستة حدود واذا وقفت على النسبة في هذا الشكل كانت ستة من الخطوط الاثنا عشر
حدودا وبقيت الستة الباقية معطلة وتكون الثلثة منها ابدا مجتمعة وركنها يسمى الركن
المعطل وثلثة محيطة بمثلث يسمى المثلث المعطل اما الخطوط الستة التي تكون حدودا وتكون
الثلث فلا محالة يكون من كل اثنين منها يقعان في نسبة مشاركين المشاركات
الثلثة فان كانت المشاركات التي تكون من حدود النسب الثلثة جميعها من نوع واحد
من المشاركات فقد ان تكون النسبة مرتبة وان كانت من انواع مختلفة قلنا انها مشوشة
والخطوط الثلثة الواقعة في حيز واحد من النسب المذكورة يكون ابدا متباينة واذا
مهدنا هذه القواعد فنقول ان المشاركة الواقعة بين حدي النسبة المؤلفة ان كانت من المشاركة
الاولى سميت دعويها بالدعوى الاولى وان كانت من المشاركة الثانية سميت بالدعوى الثانية وان
كانت من المشاركة الثالثة سميت بالدعوى الثالثة ولكل دعوى من هذه الدعاوي ضروب
كثيرة بعضها مرتبة النسب وبعضها مشوشتها وجميعها ينقسم الى اصول وفروع والاصول هي
الدعوى الاولى مرتبة والباقية فروعها على ما بين الان **الفصل الثالث** في ضبط حدود ضروب
الدعوى الاولى قد ذكرنا ان المشاركة بين مقدم النسبة المؤلفة وتاليها في الدعوى الاولى
تكون من المشاركة الاولى اعني يكونان متباينين واذا كان كذلك كان بينهما مشتركة لا محالة

الى الحد

114

هي احدى النقط الثلث التي تقع على ذلك الركن الذي هو فيه فان كان ذلك الحد
طرفا الركن كان احدهما منطبقا على الاخر وتسمى النسبة المركبة وان لم يكن
كذلك لم يكن فيها تطابق بل يكونان متصلين على الاستقامة وتسمى النسبة
بالمفصلة والنقطتان الباقيتان في الركن يكون احدهما خاصة بالمقدم والاخرى بالتالي
اعني يكونان حدين لهما بغير اشتراك فيهما مثاله اوافق في الشكل الماضي نسبة ستة
الى ما تكون نقطة ت هي الحد المشترك ونقطة ت الحد الخاص بالمقدم ونقطة آ
الحد الخاص بالتالي وتكون النسبة مفصلة واذا اتفقت نسبة آ الى ات كان الحد
المشترك آ وحد المقدم ت وحد التالي ت وعلى هذا القياس ويسمى الركن
الذي ينطبق عليه حدا النسبة ركن النسبة المؤلفة والركن الذي تقاطعه عند الحد المشترك
الركن المعطل والركن الذي تقاطعه عند حد المقدم بركن النسبة الاولى والركن
الذي تقاطعه عند حد التالي بركن النسبة الثانية ويكون في الركن المعطل ثلث نقط
ويبقى في الشكل ثلث نقط غيرها تحيط بمثلث ويسمى ذلك المثلث بالمثلث المعطل
ويشتمل الركن والمثلث المعطلان على ستة من الخطوط جملتها معطلة في تلك الدعوى
ويبقى الستة الاخرى حدودا والنسب الثلث اثنان منها الذان على ركن النسبة المؤلفة

احدها مقدمها و ثانيها تاليها و الثالث هو ركن النسبة الاولى يكون المقدم فيها
هو المتصل بمقدم المؤلفة محاذيا لزاوية من زوايا المثلث المعطل و الثالث هو الباقى
المتصل مع مقدمه فى نقطة من مثاله و الثانى هو ركن النسبة الثانية يتصل
التالى منهما بتالى المؤلفة عند زاوية من زوايا المثلث المعطل و مقدمه يكون من
تالى النسبة الاولى و من تاليه و يحيط بهذه الخطوط الستة التى هى حدود النسبة
ب نقطتى نقطة الركن و المثلث المعطلين يكون كل واحد منهما من زاوية
من زوايا المثلث المعطل و من الركن المعطل اما الزاوية التى يبتدى منها
مقدما النسبة المؤلفة و النسبة الاولى فنسميه بزاوية المقدم و بالزاوية الاولى
و الزاوية التى ينتهى اليها تاليا المؤلفة و النسبة الثانية بزاوية التالى و بالزاوية
الثانية و الزاوية الباقية التى ينتهى اليها تالى النسبة الاولى و يبتدى منها مقدم النسبة
الثانية بالزاوية المشتركة و اما الركن المعطل فينتهى اليه المقدمات الثلثة و يبتدى منه
و يبتدى منه التوالى الثلثة و اذا وقعت النسبة على هذه السياقة كانت الدعوى
الاولى مرتبة ثم اذا ان قدمنا النسبة الثانية على الاولى سميناها بالمنعكسة و ان جعلنا
النسبة الاولى من مقدم النسبة الثانية و تالى النسبة الاولى الذى مشاركهما مشاركة

البعد

١١٥

الثانية يبقى النسبة الثانية من مقدم النسبة الاولى و تالى النسبة الثانية الذين
مشاركهما المشاركة الثالثة او بعكس ذلك اعنى بالعكس منهما كانت الدعوى
الاولى مشوشة و نعيد الشكل لبيان هذه الامثلة فنقول اما من ركن ا ب
فنسبة ب ز الى ز ا يكون مؤلفة من نسبة ب د الى د ه و من نسبة ه ح الى ح ا و ركن ا ب
ركن النسبة المؤلفة و نقطة ز عليه الحد المشترك و نقطة ب حد المقدم و نقطة ا
حد التالى و ب د ه ح المارة بنقطة ز الركن المعطل و عليها نقط د ز ه ح و النقطة الباقية
ب ا ب فمثلث ا ب ه المثلث المعطل و خطوط ا ب ب ه ا ه ب د ز ه ح
معطلة و الستة الباقية حدود النسب المذكورة و ركن ب ه المار بحد
المقدم ركن النسبة الاولى الذى منه حداها و ركن ا ه المار بحد التالى ركن
النسبة الثانية الذى منه حداها و ب ه و ب ا اعنى مقدمى المؤلفة و النسبة الاولى
يبتديان من نقطة ب و هى زاوية المقدم المثلث المعطل و ينتهيان الى نقطتى
ز ه من الركن المعطل و ا ه ز ا اعنى تالى المؤلفة و النسبة الثانية يبتديان
من نقطتى ز ه من الركن المعطل و ينتهيان الى نقطة ا و هى زاوية التالى و ه
تالى النسبة الاولى يبتدى من الركن المعطل الى الزاوية المشتركة من المثلث المعطل

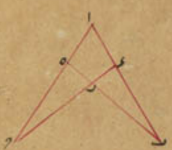


ه ح مقدم النسبة الثانية بعكس ذلك و اما عكس النسبتين فظاهر و يصير فيه
الامور المذكورة بخلاف ما ذكرناه و اما التشويش فبان نقول النسبة ب ز الى ز ا
مؤلفة من نسبة ه ح الى ح ا و من نسبة ب د الى د ه او بعكس النسبتين و من نسبة
التركيب بان نقول نسبة ا ب الى ا ه مثلا مؤلفة من نسبة ا ح الى ح ه و من نسبة
ه ز الى ز ب و كذلك نسبة ا ب الى ب ه مؤلفة من نسبة ا ح الى ح ه و من نسبة ه ز الى
و عليك ان تتامل فى كل واحد منهما ما قدمناه السيما بالفصل الرابع فى ضبط حدود
ضروب الدعوى الثانية قد مر ان المشاركة فى الدعوى الثانية يكون من جنس المشاركة
الثانية اعنى يكون المقدم و التالى فى النسبة المؤلفة محيطين بزاوية مثلث اما ركن
تلك الزاوية من المثلث الذى يكون منه مقدم المؤلفة و تاليه فيكون من الركن المعطل
و النقطة الثلث التى هى غير التى على ذلك الركن يحيط بالمثلث المعطل على قياس
ما مر و تلك النقطة يكون على ثلث زوايا او تارها جميعا من الركن المعطل و هى ثلث
مثلثات على المثلث الاول هو مثلث المؤلفة و الثانى هو مثلث النسبة الاولى و الثالث
هو مثلث النسبة الثانية و الزاوية الاولى التى اليها انتهاء مقدم المؤلفة و منها
ابتداء تاليها هى الزاوية المشتركة و الثانية اعنى التى اليها انتهاء مقدم النسبة الاولى

و منها

١١٦

و منها ابتداء تاليها هى الزاوية الاولى و زاوية المقدم و الثالثة اعنى التى اليها
انتهاء مقدم النسبة الثانية و منها ابتداء تاليها هى الزاوية الثانية و زاوية
التالى و من الركن المعطل يبتدى المقدمات الثلثة و اليه ينتهى التوالى جميعا و بهذا
يكون المشاركة بين مقدم النسبة الاولى و مقدم المؤلفة و بين تالى النسبة الثانية
و تاليها المشاركة الاولى هذا جميعا اذا كانت النسبة على الترتيب و اما اذا
صارت مشوشة و كانت النسبة الاولى بين مقدم النسبة التى كانت فى الاول اولى
و تاليها التى كانت ثانية كانت المشاركة بينهما المشاركة الثالثة و فى النسبة الاخرى
من المشاركة الاولى و نعيد الشكل و نقول لكن نسبة ا ب الى ا ه مؤلفة من نسبة
ا ح الى ح ه و من نسبة ه ز الى ز ب فيكون ا ه الركن المعطل و ب ز ا المثلث
المعطل و اعتبر سائر ما قدمناه فى خطوط الشكل و نحن لا نعيد لئلا يطول الكلام
الفصل الخامس فى ضبط حدود و ضروب الدعوى الثالثة المشاركة فى هذه الدعوى
من جنس المشاركة الثالثة اعنى يكون المقدم و التالى فى النسبة المؤلفة محصورين
بين ركنين من اركان الشكل و كل واحد من ذينك الركنين يصلح لان يجعل
ركنا معطلا و يكون المثلث المعطل بحسب ما يحيط به النقط الثلث الباقية



ويتبين ان الباقية من الخطوط حدود الضلعين المثلث والزوايا المثلث المثلث
المعطل يكون المشتركة منهما التي يكون منها مبدأ احدى النسبة الاوليين ومقدم
النسبة الثانية ونسبة المقدم التي يكون منها مبدأ مقدمي المؤلفة والنسبة الاولى
ونسبة تاليها التي يكون مبدأ تالي المؤلفة والنسبة الثانية ويكون انتهاء جميع
الخطوط الستة الى الركن المعطل فيكون المشاركة بين مقدم المؤلفة ومقدم الاولى
وبين تالي المؤلفة وتالي الثانية من جنس المشاركة الثانية وبين مقدم المؤلفة ومقدم
الثانية وبين تالي المؤلفة وتالي الاولى من جنس المشاركة الاولى هذا اذا كانت المؤلفة الاولى
مرتبة اما اذا انعكس النسبتان فصارت المشاركة بين مقدمي المؤلفة والاولى
من جنس المشاركة الاولى وبين مقدمي المؤلفة والثانية وتالي المؤلفة والاولى
من جنس المشاركة الثانية واذا صارت الدعوى مشوشة صارت المشاركة بين
حدي النسبة الاولى من المشاركة الاولى ومن حدي النسبة الثانية من المشاركة
الثانية فلنعد الشكل ولنكن النسبة بين ب آ ر ة المحصورين بين ركني آ ة
ب ة فان جعلنا ركن آ ة معطلا كان مثلث ب ة ر معطلا وكانت زاوية
نسبة المقدم ونسبة ر تساوية الثالث وزاوية ة المشتركة ويكون النسبة ب آ
لا رة

١١٧

لا ر ة مؤلفة من نسبة ب ة لا ر ة المحصورين بين ب آ آ ة ومن نسبة ة آ ر ة
المحصورين بين ركني ة آ ة ر وان جعلنا ركن ب ة معطلا صار المثلث
المعطل مثلث آ ر ة وكانت زاوية آ زاوية المقدم ونسبة ة زاوية
التالي وزاوية ة المشتركة وتكون نسبة ب آ لا ة ر المحصورين بين الركنين
المذكورين مؤلفة من نسبة آ ة لا ر ة المحصورين بين آ ب ة ومن نسبة
ب ة المحصورين بين ب ة ر ة وقس الانعكاس والتشويش عليه وقد ظهر
ان احد الحاصرين من الاركان الاربعة في الشكل هو الركن المعطل
وانه مع كل ركن من الباقية يحصر حدي نسبة منها وظهر ايضا ان كل نسبة
مؤلفة من هذه الدعوى يتألف من نسبتين في اربعة حدود وتارة من آخر
في اربعة اخرى وذلك لكون الركن المعطل احد ركنين لا بعينه ومن هذا
المعين يتبين ان في فقاء من كون المشاركة لكل خط المشاركة الثالثة خط واحد
في قوة خطين وههنا تمام الكلام في ضبط الدعاوى الفصل السادس في ابتداء الكلام
في براهين هذه الدعاوى يحتاج في اقامة البراهين في هذه الدعاوى من اخراج خط
من نقطة تقاطع معين في موازاة خط معلوم حتى تحدث اربعة مثلثات كل



اثنين منها متشابهان وليتقسم ذلك الخط بالخط الموازي واذا اخرج خط
من نقطة تقاطع خطين فذلك الخط لا يمكن ان يكون موازيا لاحدهما ولا
منتهيا الى احدهما ولكون الاركان اربعة يكون الباقية بعد المتقاطعين ركنين
آخرين ويكون الخط الموازي موازيا لاحدهما ومنتهيا الى الآخر اما النقطة
التي يخرج منه الخط الموازي فهو احدى زوايا المثلث المعطل ابدا فالخط الموازي
الخارج منها اما ان يكون موازيا للركن المعطل منتهيا الى الركن الثالث واما
ان يكون بالعكس واذا كان كذلك امكن ان يقع الخط الموازي في كل
دعوى على ستة اوجه بعدد ضعف زوايا المثلث المعطل وامكن ان يقام
بكل وجه منها برهان على ذلك الدعوى ولما كانت النقط ستة ولم يمكن
ان يخرج من كل نقطة خط مواز الا على احد الوجهين فيكون الاشكال لجميع
البراهين على اختلاف وجوه استعمالاتها منحصرة في اثنتي عشرة صورة
ستة ازواج كل زوج يشتمل على شكلين في كل شكل اربعة مثلثات كل
مثلثين متشابهين والصور هذه واعلم ان كل مثلث من المثلثات الاربعة
الواقعة في الشكل يختص بستة من هذه الاشكال الاثني عشر وان كل ستة
الى الصور

١١٨



ى المستقيمة في الدعاوى التي تكون مثلثها المعطل ذلك المثلث وهذا
تفصيل ذلك وظاهر ان كل زوج يتكرر في المثلثين ومن هذا الشكل تبين

المعطل	المعطل
المثلث ا د المعطل اذا كان مثلثات يكان النسبة المستعملة فيه الزوج الاول والثاني والخامس ونحن نسميها النسبة الاولى	المثلث المعطل اذا كان مثلث ا ر كانت النسبة المستعملة الزوج الاول والثالث والرابع ونحن نسميها النسبة الثانية
المثلث ب المعطل ح اذا كان مثلث ب و ر كانت النسبة المستعملة فيه الزوج الثاني والرابع والسادس ونحن نسميها النسبة الثالثة	المثلث المعطل ح اذا كان مثلث و ه د كانت النسبة المستعملة فيه الزوج الثالث والخامس والسادس ونحن نسميها النسبة الرابعة

ذلك التكرار واذا انتهى الخط الموازي بعدما خرج من زاوية المثلث
المعطل الى ركن حدث عنه تقاطع فلنسم ذلك التقاطع بالتقاطع الحادث



ثم ان كان ذلك الركن هو المعطل سميناه الخط الموازي بمتمم النسبة وان
لم يكن هو المعطل سميناه الخط الذي يقع بين التقاطع الحادث والركن
المعطل بمتمم النسبة ونضيف هذا المتمم في كل برهان الى احدى نسبتيه ليحصل منه
ومن ذينك الحدين نسبتان واضافته اليهما يقع على ثلثة اوجه اولها ان
نجعل المتمم مقدما عليهما ليحصل بينه وبين المقدم من تلك النسبة نسبة
وبينه وبين التالي نسبة اخرى فيصير نسبتان ونسمى

المتمم بهذا الاعتبار سابقا عليهما والثاني ان نجعل المتمم واسطة بين المقدم
والتالي ليحصل منه وبين المقدم نسبة ومنه وبين التالي اخرى فيحصل نسبتان
ونسميه بهذا الاعتبار متوسطا بينهما والثالث ان نجعل متأخرا عنهما
حتى يضاف الى كل النسبة النسبة التي تكون بين التالي وبينه ليحصل نسبتان
ونسميه بهذا الاعتبار لاحقا بهما وسيتضح الفائدة في جميع هذه الاعمال
الثالثة فهذا ما يجب ان يعرف قبل الخوض في البراهين **الفصل الرابع**
في اقامة البراهين على ضروب الدعوى الاولى اذا كانت الدعوى الاولى
مرتبة فان اخرج الخط الموازي من الزاوية الاولى اعني زاوية المقدم
جعل المتمم سابقا على احدى النسبة الثانية ليحصل بينه وبين مقدمها
نسبة مساوية للاولى ومنه وبين تاليها نسبة مساوية للمؤلفة وبذلك يتم البرهان
وان اخرج من الزاوية الثانية اعني زاوية التالي جعل المتمم لاحقا بحدي النسبة
الاولى حتى تكون النسبة بين تاليها ومنه مساوية للثانية ومن مقدميها ومنه
مساوية للمؤلفة وان اخرج من الزاوية المشتركة جعلناه متوسطا بين حدي المؤلفة
حتى تكون نسبة مقدمها اليه مساوية للنسبة الاولى ونسبته الى تاليها مساوية للثانية

مثاله لتكن الدعوى ان نسبة ﺳ ﺗ الى ﺗ ا مؤلفة من نسبة ﺳ ﺭ الى ﺭ ه
ومن نسبة ه ﻭ الى ﻭ ا وهذه الدعوى هي المسماة بتفصيل بطليوس فلتكن
مثلث ا ﺗ ه المثلث المعطل نورد الاشكال المرسومة الستة الاولى وتسمى
في هذه الصور زاوية ﺗ هي الزاوية الاولى وزاوية ا هي الثانية وزاوية
ه المشتركة وفي الزوج الاول خرج الخط الموازي من زاوية ﺗ وجعل متمم
النسبة وهو ﺗ ﺭ في الشكل الاول و ﺗ ح في الشكل الثاني من هذا الزوج لاحقا
بحدي النسبة الاولى فصير كذا المقدم التالي المتمم ويكون في الشكل الاول
ﺳ ﺭ ه ﺗ ح
نسبة ﺭ ه الى ﺭ ﺗ كنسبة ه ﻭ الى ﻭ ا وهي النسبة الثانية لتشابه مثلثي ﺭ ه ﺗ
ه ﻭ ا ونسبة ﺳ ﺗ الى ﺗ ﺭ المؤلفة من نسبتي ﺳ ﺭ الى ﺭ ه و ﺭ ه الى ﺭ ﺗ كنسبة
ﺳ ﺗ الى ﺗ ا المؤلفة لتشابه مثلثي ﺳ ﺭ ﺗ ﺳ ح ا وفي الشكل الثاني نسبة ﺭ ه الى ح
كنسبة ه ﻭ الى ﻭ ا النسبة الثانية ونسبة ﺳ ﺭ الى ح كنسبة ﺳ ﺗ الى ﺗ ا
المؤلفة فيكون المؤلفة في الحالين مؤلفة من النسبة الاولى ومن نسبة مساوية
للنسبة الثانية وذلك ما اردناه وايضا في الزوج الثاني نخرج الموازي
من الزاوية الاولى وهي زاوية ﺗ والمتمم في الشكل الاول ﺳ ح وفي الشكل الثاني



١٢٠

هو ح ﻭ واذا جعلناه سابقين على حدي النسبة الثانية صارت كذا ويكون نسبة | المتمم المقدم التالي ﺳ ﺭ ه ح ا
المتمم الى المقدم كنسبة ﺳ ﺭ الى ﺭ ه التي هي النسبة الاولى اما في الشكل الاول
فلتشابه مثلثي ﺳ ح ﺭ ﺭ ح ه واما في الشكل الثاني فلتشابه مثلثي ﺭ ﻭ ﺳ ح
ﻭ ﺭ ﺗ ويكون نسبة المتمم الى التالي كالنسبة المؤلفة واما في الشكل الاول
فلتشابه مثلثي ح ﺳ ﺭ ا ﺗ ﻭ واما في الشكل الثاني فلتشابه مثلثي ا ﺳ ح ا ﺗ ﻭ فان
المؤلفة مؤلفة من نسبة مساوية للاول ومن الثانية وذلك ما اردناه وايضا في الزوج
الخامس نخرج الموازي من زاوية ه المشتركة والمتمم خط ﺭ ح في الشكل الاول
وخط ﺭ ﻭ في الشكل الثاني واذا جعلناه متوسطين بين المؤلفة صارت كذا | المقدم المتمم التالي ﺳ ﺭ ح ا
ويكون نسبة المقدم الى المتمم كالنسبة الاولى اما في الشكل الاول فلتشابه مثلثي
ﺳ ﺭ ح ﺭ ح ه واما في الشكل الثاني فلتشابه مثلثي ﺳ ﺭ ﻭ ﺳ ح ه ونسبة المتمم
الى التالي كالنسبة الثانية واما في الشكل الاول فلتشابه مثلثي ح ه ﻭ ه ﺗ ا
واما في الشكل الثاني فلتشابه مثلثي ا ﺭ ﻭ ا ح ه فاذن النسبة المؤلفة مؤلفة من
نسبتين مساويتين للاولى والثانية وذلك ما اردناه وهذه ستة براهين كانت
على هذه الدعوى فان صارت الدعوى الاولى مبرهنة كانت النسبة ﺳ ﺗ الى ﺗ ا مؤلفة

ونسبة ب ز الى ا د ونسبة ه د الى ه ز وكان الخط الموازي خارجا من الزاوية
الاولى نجعل المتمم سابقا في حدي النسبة الاولى حتى تصير نسبته الى مقدمها كالنسبة
الثانية والى التالي كالمؤلفة وتكون المؤلفة مؤلفة من نسبة مساوية للثانية ومن نسبة الاولى
وان كان الخط الموازي خارجا من الزاوية الثانية جعلنا المتمم لاحقا بحدي النسبة الاولى
ايضا حتى تكون نسبة التالي اليه كالنسبة الثانية ونسبة المقدم اليه كالمؤلفة وان
كان خارجا من الزاوية المشتركة جعلنا حدي النسبة الاولى متوسطين بين حدي المؤلفة
في الولا حتى يحصل مثلث ا ب ج وجعلنا المتمم متوسطا بين حدي الثانية حتى يحصل مثلثان
ويكون الاول منهما مساويا للاخير من المثلث الذي بين حدي المؤلفة والاخير مساويا
للاول منهما ويبقى النسبة الاولى فيهما في المؤلفة بحالها وتم البرهان مثاله كان المتمم
في الشكل الثاني من الزوج الخامس ح ج فجعلناه متوسطا بين حدي الثانية فصارت
كذا وجعلنا حدي الاولى متوسطين بين حدي المؤلفة فصارت كذا مقدم المؤلفة المقدم المتمم التالي
ه ح ح ج ز ه
مقدم الاولى تالي الاولى تالي المؤلفة وكانت نسبة ب ز الى ا د كنسبة
ح ج الى ه د لتشابه مثلثي ب ز ر ح ج ه ونسبة ا د الى ا ه كنسبة ح ه الى ح ج
لتشابه مثلثي ا د ه ا ه ح فاذن تكون المؤلفة من مثلث ثلث ب اثنان منهما مساويان للثانية

121 ومساويا للثانية في الاولى ومساويا وذلك الرد وفي ذلك خمس عشرة ستة اشكال
وان انعكست النسبتان اعني الاولى والثانية صارت الاحكام بعكس ما قلنا
في المرتبة اعني ان كان الموازي خارجا من الزاوية الاولى جعلنا المتمم سابقا
في حدي الاولى وان كان خارجا من الزاوية الثانية جعلناه لاحقا بحدي الثانية
وان كان خارجا من الزاوية المشتركة جعلناه متوسطا بين حدي المؤلفة كما كان
في الاولى وان قررت مع الانعكاس ان كان الموازي خارجا من
الزاوية الاولى جعلنا المتمم سابقا في حدي الثانية وان كان خارجا من الزاوية
الثانية جعلناه لاحقا بحدي الاولى وان كان خارجا من الزاوية المشتركة جعلناه
متوسطا بين حدي الاولى وجعلنا حدي الثانية متوسطين بين حدي المؤلفة وبالجملة
يتعلق بالاولى ما كان متعلقا بالثانية وبالعكس وعليك ايراد الامثلة والله اعلم
الفصل الثالث في اقامة البراهين على ضروب الدعوى الثانية اذا كانت الدعوى
الثانية مرتبة فان كان الخط الموازي خارجا من الزاوية الاولى جعلنا المتمم
لاحقا بحدي النسبة الاولى وان كان خارجا من الزاوية الثانية جعلناه سابقا
في حدي الثانية وان كان خارجا من الزاوية المشتركة جعلناه متوسطا بين حدي المؤلفة



ليتم البرهان على قياس ما تقدم وان كانت الدعوى مشوشة وكان الموازي
خارجا من الزاوية الاولى جعلنا المتمم لاحقا بحدي النسبة الاولى وان كان خارجا
من الزاوية الثانية جعلناه سابقا في حدي الاولى ايضا وان كان خارجا من الزاوية
المشتركة جعلنا المتمم متوسطا بين حدي الثانية وجعلنا حدي الاولى متوسطين بين
حدي المؤلفة ويكون الاولى والثانية من هذه المثلث متساويتين للثانية والاولى
من تلك او نقول اعني في الاضطراب وحكم الانعكاس على الترتيب والتشويش
يكون مشابها لما تقدم ولا نطول الكلام بايراد الامثلة الفصل الرابع في اقامة البراهين
على ضروب الدعوى الثالثة اذا كانت الدعوى الثالثة مرتبة فان كان الموازي
خارجا من الزاوية الاولى جعلنا حدي النسبة الثانية متوسطين بين حدي المؤلفة
والمتمم متوسطا بين حدي النسبة الاولى ويكون الاولى والاخيرة من هذين متساويتين
للاخيرة والاولى من تلك الثلث على الاضطراب وان كان الموازي خارجا من الزاوية
الثانية كان بالعكس اعني نجعل حدي النسبة الاولى متوسطين بين حدي المؤلفة
والمتمم متوسطا بين حدي النسبة الثانية ويكون المساواة بين هاتين النسبتين وتلك
من تلك الثلث ايضا على الاضطراب وان كان الموازي خارجا من الزاوية المشتركة كما

[illegible]

122 كالوجهين ان اردنا جعلنا حدي النسبة الاولى بين حدي المؤلفة والمتمم بين
حدي النسبة الثانية وان اردنا جعلنا حدي النسبة الثانية بين حدي المؤلفة والمتمم
بين حدي الاولى ولكن يكون الاولى والاخيرة من المثلث الذي متساويتين للاولى
والاخيرة من النسبتين في كلا الوجهين على الانتظام ولنورد ههنا مثالا وليكن الدعوى
ان نسبة ب ه الى ه ز مؤلفة من نسبتي ا ه الى ه ز ونسبتي ب ز الى ا د ان جعلنا
الركن المعطل ا ب او نسبتي ا د الى ه د ونسبتي ا ب الى ز د ان جعلنا الركن المعطل ا ج
بيانه ان جعلنا الركن المعطل ا ب كان المثلث المعطل ه ز د والزاوية الاولى
سلوية د والزاوية الثانية سلوية ز د والزاوية المشتركة سلوية د ولنورد
الاشكال الستة الرابعة وهي هذه اما الزوج الخامس الذي خرج فيه الموازي
من سلوية د اعني الاولى فاذا جعلنا حدي الثانية متوسطين بين حدي المؤلفة صارت كذا
ه ه ز ا ه ح د واذا جعلنا المتمم بين حدي الاولى صارت كذا ا ه ح ح د
فكانت نسبة ه الى د كنسبة ح د الى د في الشكل الاول وكنسبة ح ج
الى د في الشكل الثاني ونسبة ا ه الى د كنسبة ا ه الى ح في الاول وكنسبة
الى ح في الاول وكنسبة ا ه الى ح في الثاني واما في الزوج الثالث الذي



خرج فيه الموازي بسلاوية قوا من الثانية فاذا جعل حد الاوسط متوسطين من
المؤلفة صارت كذا ستة آه وز رة واذا جعل المتمم متوسطا من حدي الثانية
صارت كذا ستة حج آه وكانت نسبة ستة لا ح في الشكل الاول
ونسبة ستة الا ح في الشكل الثاني كنسبة وز لا ة ونسبة ح الا
في الاول اونسبة ح لا ة في الثاني كنسبة ستة لا ة واما في الزوج الاوسط
الذي خرج فيه الموازي بسلاوية المشتركة فان جعل حدي الاوسط من المؤلفة
صارت كذا ستة آه وز ة وجعل المتمم من حدي الثانية صارت كذا ستة
اح اه وكانت نسبة ستة لا ح في الشكل الاول ولا ح في الشكل الثاني
كنسبة ستة لا ة ونسبة اح في الاول و ح في الثاني كليهما لا ة كنسبة وز
لا ة وان جعل حدي الثانية من المؤلفة صارت كذا ستة آه وز والمتمم
من حدي الاوسط صارت كذا آه اح وز وكانت نسبة ستة الا ح كنسبة زا ة
لا ح في الشكل الاول ولا ح في الشكل الثاني ونسبة آ ة الا ة كنسبة اح
في الشكل الاول و ح في الثاني كليهما لا ة فظهران التساوي من النسب في الا
الاوسط والثانية كانت مع الاضطراب وفي المشتركة بالوجهين مع الانتظام وتبين ذلك

ان كان الركن

١٣٣

ان كان الركن المعطل آه فان الشكل السبان وجب ان يجعل حدا الاوسط
متوسطين من المؤلفة والمتمم من حدي الثانية عند خروج الموازي الزاوية الاولى
وحد الثانية من المؤلفة والمتمم من حدي الاوسط عند خروجه من الزاوية الثانية
وا في كلا كان حالة الاستواء وان صارت الدعوى شرشة فان خرج الموازي
عن الاوسط او الثانية جعل المتمم من حدي المؤلفة حتى يحصل السبان مع بيان ان الاولى
والثانية في الزاوية الاوسط مع الاضطراب وفي الثانية مع الانتظام وان خرج
الموازي عن المشتركة كان الحال كما مر في المرتبة وان كان مع التشويش مشكلة
العكس الاضطراب والانتظام في الزاويتين المذكورتين ولا نطول الكلام بايراد
الامثلة وهاهنا قد تم الكلام في اقامة البراهين على جميع الدعاوي المذكورة
العقد الرابع في حصر دعاوي هذا الشكل ونسبها والبراهين عليها وفي علة اقتصار
بطليموس على بيان ضرب من الدعوى الاولى فقط وضع بعض اهل هذا العلم
لكل ضرب من دعوى بحوه بالبرهان جدولا ثبت فيه الف الثمنية عشر الملازمة
يكون ذلك الضرب احد بها وليس في ذلك الاطناب فائدة ولذلك ما اشتغل
بها في حصر الضروب فنقول لما كانت الخطوط اثني عشر وكان لكل واحد منها الا

بر مع خط واحد نسبة مؤلفة من نسبتين فكان واحد من كل المجموعة في قوة خطين ا احتمال
تأليفه على وجهين متباينين كانت الف المؤلفة وحدها بالفعل ستين وبالقوة
اثنين وسبعين والمؤلفة منها مائة واربعة واربعون والجميع مائتان واربعة
الا الاثنان والسبعون الى عدد المجموع اعني عدد كل مؤلفة مع بسيطتيها فتضاف
مرتين بالترتيب والتشويش وعكسيهما فيصير مائتين وثمانية وثمانين كل واحدة
منها تشتمل على ثلث نسب وعلى كل واحدة منها ست براهين ويكون عدد البراهين
الفا وسبعمائة وثمنية وعشرين اوردنا هذه الدعاوي والبراهين في الاشكال
الاثني عشر التي اعتبرها اهل هذا العلم صارت الدعاوي ٣٣٥٦ والبراهين ٢٥٧٣
وان اوردنا في الاشكال الثمنية والاربعين التي ذكرناها بحسب اعتبار الجهات
صار عدد الدعاوي ١٣٨٢٣ وعدد البراهين ٨٢٩٢٢ واذا جعل لكل نسبة
لوازم من خمس وثلثين كما بينا في الف المؤلفة صارت الدعاوي ٤٩٧٦٦٦
كل واحد منها تشتمل على ثلث نسب وهذه النسب وان كانت متكررة مرات لكن باعتبار
من حيث كونها لازمة لاخرى فانظر في هذا الشكل الصغير كيف استلزم جميع هذه النسب
وذلك تقدير العزيز العليم وقد اقتصر بطليموس من جميع هذه النسب على بيان ضربين من الدعوى

الاولى

١٣٤



الاولى احدهما يعرف بتركيب بطليموس والاخر بتفصيله والسبب فيه ان الواقف
عليهما مع وقوفه على لوازم الف المؤلفة يعرف ثبوت باقي الضروب ولنعد
نسبة في الشكل ونقول دعوى تركيبه هي ان نسبة آ الا ة مؤلفة من نسبتي ستة
لا ة وز رة الا ة وفي هذه الصورة يكون خطا آه الركن المعطل وثلث ب ز
هو المثلث المعطل وتبقى النسبة من الخطوط الستة الباقية وباعتبار لوازم المؤلفة
تصير ثمنية عشر ضربا يقع فيها النسب من هذه الخطوط معلومة واذا جعل الركن المعطل
خطا آه والمثلث المعطل مثلث وزة كانت الصورة مثل الاوسط بعينها الا
ان نقط اليمين واليسار تبادلت ويصير بعين البيان الاول على ثمنية عشر نسبة اخرى
معلومة وايضا دعوى تفصيله ان نسبة ستة لا ة مؤلفة من نسبتي ستة لا رة وح
لا ة آ وفي هذه الدعوى يكون خط ة ح الركن المعطل ومثلث آب المثلث المعطل
ويصير بالبيان الذي ذكر ثمنية عشر نسبة اخرى معلومة وان جعل خط ستة الركن المعطل
ومثلث اة ح المثلث المعطل كانت الصورة مثل الاولى الا ان النقط التي في الجانبين
تبادلت وتصير بعين البيان الاول ثمنية عشر نسبة معلومة ويكون الجميع من النسب المعلومة
اثنين وسبعين ويكون باعتبار العكس والخلاف اربعة اضعاف ولما كانت الاربع

اربعه وكذلك المثلثات وقد تبين ان النسب فيما تقدم يتعلق كل ركن من مثلث كان

اذكره مع العلم بحوال النسب المركبة كافيه في هذا الباب لاشتمال هذين النسبتين

على جميع النسب اقتصر بطلميوس على بيانهما للعدم احتياجه الى غيرهما من النسب فانه

استعمل في النوع الحادي عشر من المقالة الثانية من كتاب المجسطي كون نسبة زه الى هت

مؤلفة من نسبة زج الى جه ومن نسبة ده الى هت وفي النوع السادس من المقالة الثامنة كون

نسبات الى مؤلفة من نسبة اه الى هج ومن نسبة جز الى زو من غير تقديم بيانهما

فهذا ما قصدت في هذا الموضع الفصل الحادي عشر في النسب البسيطة الواقعة في هذا الشكل ان الشكل

البسيط يقع في هذا الشكل بشرطه من حدين من حدين في النسبة المؤلفة كما قد مر بيانه

في المقالة الاولى ونعيد القطاع لحصرها ونقول قد تبين مما مر ان كل واحد من الخطوط الاثني عشر

الواقعة في الشكلين يشارك خمسة من الخطوط في النسبة ويكون احد تلك الخطوط في القوة

كخطين فيكون المشاركة في ستة والاثنا عشر في ستة اثنان وسبعون والنسب البسيطة

يقع فيه تسوى المكررين منها لكن المكرر لا يمكن ان يبادل جزاءه والجزء لا يمكن ان يبادل كله والا كان

اربعة ولكل واحد جزء ان فسقط لها من المذكورين ستة عشر جزءا ولكل واحد من

ستة جزءان ويكون حكم المساواة في الاثنين واحدا اعني كون خط مساويا لآخر فيكون

ذلك



١٢٥ ولكن الآخر مساويا لهذا يكون احتمال المساواة بين ثلثة وعشرين ثلثة وعشرين كافيا

فاذن في ثلثة وعشرين صورة تناسب اربعة خطوط وقد وضعناها في جدول من هذا القسم

اذا اعتبر عكس هذه النسبة وتركيبها وتفصيلها وابدالها وقلبها وغير ذلك صار احوالها

ما رأيت النسب كثيرة ونختم الكلام في القطاع الطلعي هنا المقالة الثالثة في مقدمات

الشكل المغني عن القطاع الكري وفيما يتم فوايد الشكل الاثنا فصول الفصل الاول في مقدمات

الشكل المغني عن القطاع الكري اذا اتصلت قوسان مختلفتان من دائرة واحدة على نقطة

وكانت كل واحدة منهما اصغر من نصف الدائرة ومن القطر المار بنقطة الاتصال

يقسم وتر مجموع القوسين بالقسمين تكون نسبة احدهما الى الآخر كنسبة جيب القوس

التي يليها الى جيب القوس التي تلي الآخر فليكن قوسا اب اج المختلفتين من دائرة ابدهج

متصلتين على نقطة آ ووتر ب ج وتر مجموعهما وا ه القطر المار بنقطة آ وقسم وتر ب ج

على ه بقسمين ب ه ه ج اقول فنسبة ب ه الى ه ج كنسبة جيب قوس اب الى جيب قوس

اج برهانه نخرج عمودي ب ز ج ح على قطر اه ولا شك انهما جيبا القوسين فيكون مثلثا

ب ز ه ج ح ه الحادثان متشابهين لتساوي زاويتي ه المتقابلتين وكون زاويتي ز ح قائمتين

فاذن نسبة ب ز الى ج ح كنسبة ب ه الى ه ج وذلك ما اردناه واذا انطبق احدى



قوسين مختلفتين كل واحدة منهما اصغر من نصف الدائرة على الاخرى في دائرة

بحيث تشاركا في حد واحد وخرج فضل الاطول منهما على الاقصر ووتراهما في

القطر المار بالحد المشترك بعد اخراجهما كانت نسبة ما يقع بين طرف كل قوس وبين

القطر من الوترين احدهما الى الآخر كنسبة جيبي القوسين النظير الى النظير فلتكن قوسا اب اج

المختلفتين المشتركتين في حد آ المنطبق احدهما على الاخرى في دائرة اب ج والفضل بينهما

ب ج ولنخرج وتري ب ج وقطر اه لالتقيا على ه اقول فنسبة ب ه الى ه ج كنسبة

جيب قوس اب الى جيب قوس اج برهانه نخرج عمودي ب ز ج ح على قطر اه

فيكونان جيبي قوسي اب اج ويكون مثلثا ب ز ه ج ح ه متشابهين لاشتراك زاوية ه

وتساوي قائمتي ز ح فاذن نسبة ب ه الى ه ج كنسبة ب ز الى ج ح الجيبين وذلك ما اردناه

وكذا ان كانت الملاقاة بين الوتر والقطر في جهة آ على هذه الصورة اما اذا كان

وتر الفضل موازيا للقطر كان جيبا القوسين اعني عمودي ب ز ج ح متساويين لتوازيهما

ووقوعهما بين خطين متوازيين وكون الاضلاع المتقابلة من السطوح المتوازية الاضلاع

متساوية ولتساوي الجيبين يكون كل واحدة من القوسين مساوية لتمام الاخرى من نصف

الدور فيكونان في حكم المتساويين ونظير هذه الصورة من الشكل الاول ان يكون مجموع

القوسين







١٢٦ القوسين المتصلتين نصف الدور فان وتر المجموع حينئذ يكون ايضا قطرا ويتقاطع مع

القطر الاول عند المركز ويكون كل قوس تمام الاخرى من نصف الدور وانما شرطنا

في الدعوى اختلاف القوسين لانهما اذا تساوتا في الشكل الاول انطبق جيباهما

على الوتر وفي الشكل الثاني انطبق الجيب على الجيب ولم يكن الدعوى محصلا لاحتياجه

الى البيان ويمكن ان تعبر عن الشكلين بدعوى وبرهان واحد بان يقال قوسا اب

اج المختلفتان من دائرة اب ج اشتركتا في احديهما وهو آ واختلف حداهما الآخران

وهما ب ج ووتر ب ج يلاقي قطر اه على نقطة ه فاقول ان نسبة ب ه الى ه ج كنسبة

جيب قوس اب الى جيب قوس اج برهانه نخرج عمودي ب ز ج ح على قطر اه

فهما الجيبان ويحدث مثلثا ب ز ه ج ح ه متشابهين لتساوي زاويتي ه فيهما وكون

زاويتي ز ح قائمتين فاذن نسبة ب ه الى ه ج كنسبة ب ز الى ج ح وذلك ما اردناه

وظاهر ان التفاوت بينهما هو التفاوت الراجع الى التفصيل والتركيب واعلم ان

تقييد الدعوى بكون كل واحدة من القوسين اصغر من نصف دائرة ليس لان جيب

ان الدعوى مطلقة صحيحة اذا كان للقوسين جيب اما اذا لم يكن لهما او لاحدهما جيب

بان يكون نصف دور او دورا تاما فلا يمكن ان يكون هناك دعوى في هذا الوجه

فيه وما يشتبين احدهما عدم الاحتياج الى غير تلك الصورة فان القسي الواقعة
في القطاع يكون ابدا اصغر من نصف الدور والثاني في ان في بيان مايرا الصور يقع
اختلاف وذلك ان هذين القوسين اما ان يكونا اصغر من نصف الدور او يكونا
نصف الدور او يكونا اعظم من نصف الدور او يكون احدهما اصغر والاخرى نصف الدور
او يكون احدهما اصغر والاخرى اعظم او يكون احدهما نصف الدور والاخرى اعظم
وهذه ستة اقسام اما الاول فقد مر بيانه واما الثاني فلا يمكن وقوع هذه الدعوى فيه
واما الثالث فراجع الى القسم الاول لانا اذا فرضنا في الصور المذكورة القوس
قوس اد ه والقوس الاخيرة قوس ا ح ب كان الشكل والبيان ما تقدم ذكره
واما الرابع فحكمه حكم الثالث وكذلك الى قوس واما الخامس فيصير فيه شكلا التفصيل
والتركيب متبادلين فان في التفصيل اذا كان احد القوسين ا ب والاخرى ا د ه
وقع حدات د ه لا محالة في احد جانبي القطر ولا يمكن ان يقع في الربع القطر الاخر
الدائرة وصار الشكل شكل التركيب واما في التركيب اذا كان احدهما ا ب والاخرى
ا د ه وقع المداخل في جانبي القطر وفي الربع القطر في الداخل وصار الشكل شكل التفصيل
وهذا تمام الكلام فيه الفصل الثالث في معرفة اضلاع المثلث وزوايا بعضها من بعض
كل من

١٢٧

كل ضلع من مثلث مستقيم الاضلاع يحيط به دائرة يكون وتر القوس يقع
موازية من زوايا المثلث يحيط تلك القوس ولذلك يعبرون عن ذلك الضلع بانه
وتر تلك الزاوية والمراد وتر قوس تلك الزاوية ولكون الزوايا في الحساب
كالقسي التي يقع عليها تلك الزوايا اقاموا القسي في المقادير مقام الزوايا فيقولون
لكل قوس انها مقدرة انها مقدار الزاوية التي يقع عليها ومحيط الدائرة لما
كون مقدار ثلث زوايا من كل مثلث يحيط به تلك الدائرة والجمهور من المنجمين قسموا
كل محيط بثلثمائة وستين جزءا والقطر بمائة وعشرين جزءا خلا الريحان البيروني
البيروني في هذه الصناعة فانه قسم القطر بجزئين ٢ مائة وعشرين دقيقة مراعاة
بالعدد ولعله غيره وجعل تلك الاجزاء معيار التقدير ٢ وبين ابتكاره طرق معرفة القسي
والاوتار والجيوب بعضها من بعض بحسب الاصول الهندسية كما ذكره صدر المجسطي
وغيره من الكتب وبعد تقديم هذه المقدمات نقول كثيرا ما يقع في الاعمال النجومية وفي الاشكال
التي نقصد بيانها الاحتياج الى معرفة مقادير اضلاع المثلثات المستقيمة الخطوط
وزواياها بعضها من بعض وبالجملة في ذلك من كون البعض معلوما حتى يمكن تعرف البعض الاخر
منه ولذلك قوانين مبنية اما على اوتار القسي او على جيوبها ونسبها لكون بينا في او اخر

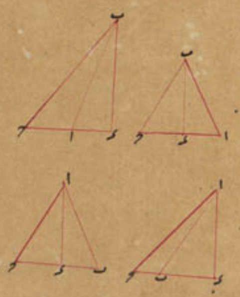
بالمثلث القائم الزاوية فنقول ان كان المعلوم منه ضلع واحد فقط لم يمكن ان يعرف منه
غيره فان يجب ان يكون المعلوم اما زاوية غير القائمة واما ضلعين واما ضلعا وزاوية
غير القائمة وهذه ثلث مسائل الاولى ان يكون المعلوم زاوية غير القائمة ومنها تصير
الباقية معلومة لانها تكون تمام المعلومة من نصف الدور واما القائمة فمقدارها نصف
ايضا ويصير من ذلك المثلث معلوم الصورة اي معلوم الزوايا ونسبة بعضها الى بعض
ولا تصير مقادير اضلاعه معلومة الثانية ان يكون المعلوم منه ضلعين وتعرف
منهما الضلع الثالث بان يؤخذ جذر مجموع مربعيهما ان كان الثالث وتر القائمة
او جذر فضل مربع احدهما على الاخر ان لم يكن واذا عرفت الاضلاع عرفت
الزوايا منها وليكن المثلث ا ب ح وليحيط به دائرة فنسبة ا ح وتر القائمة الى ا ب
بالمقدار المعلوم كنسبة مائة وعشرين جميع القطر الى ا ب بالمقدار الذي به القطر
مائة وعشرون واذا عرفنا ا ب بذلك المقدار عرفنا قوس ا ب وهي مقدار
زاوية ا ح ب ويكون الباقي بعد نقصانها من نصف الدور مقدار زاوية ا ح
الثالثة ان يكون المعلوم ضلعا وزاوية من الزاوية غير القائمة فتصير الزاوية الباقية معلومة وكون
اوتار الزوايا اعني اضلاع المثلث بالمقدار الذي يكون به وتر القائمة اعني القطر

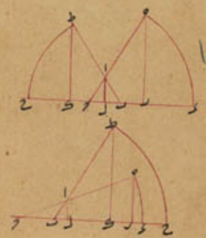


١٢٨

مائة وعشرين معلومة وكون نسبة الضلع المعلوم الى ضلع اخر كنسبة وتر الزاوية التي يوترها
الضلع المعلوم الى وتر الزاوية التي يوترها الضلع الاخر بالمقدار الذي يكون به وتر القائمة
مائة وعشرين فبذلك يصير الضلع الاخر معلوما وكذلك في الضلع الثالث واما في سائر
المثلثات فان كان المعلوم ضلعا واحدا او ضلعين او زاوية واحدة فقط لم يصير
شيء منها غير ذلك معلوما فاذن يجب ان يكون المعلوم اما زاويتين او زاويتين وضلعا
او زاوية وضلعين او ثلثة اضلاع وهذه اربع مسائل الاولى ان يكون المعلوم زاويتين
ويعرف منهما الزاوية الباقية لانها تكون تمام مجموعهما من نصف الدور ثم تصير الاوتار
من الزوايا معلومة بالمقدار الذي به القطر مائة وعشرين وحينئذ يصير المثلث معلوم الصورة
ولا يعرف منه مقادير الاضلاع الثانية ان يكون المعلوم زاويتين وضلعا وتصير الزاوية
الباقية معلومة وتصير الاوتار الثلثة معلومة وكون نسبة وتر الزاوية التي يوترها الضلع
المعلوم الى وتر زاوية اخرى بالمقدار الذي به القطر مائة وعشرون كنسبة الضلع المعلوم
الى الضلع الذي يوتر الزاوية الاخرى ويصير ذلك الضلع معلوما ومثله يصير الضلع الباقي
معلوما الثالثة ان يكون المعلوم زاوية وضلعين فان كانت الزاوية محوطة بهما كانت
نسبة الضلع الذي يوتر الزاوية المعلومة الى الضلع الاخر كنسبة وتر الزاوية المعلومة

لا وتر الزاوية او قوس بالمقدار الذي به القطر مائة وعشرون فيصير وتر الزاوية الاخرى
ثم قوسها ثم الزاوية الباقية معلومة ومنها يصير الضلع الباقي معلوما وان كانت الزاوية
منحصرة بين الضلعين كزاوية آ بين ضلعي اب اج اخرجنا من ب عمود ب د
فيحدث مثلث ا ب د قائم الزاوية وعرفنا منه زاوية آ وضلع اب ضلعي ب د
ا د وبقي د ج معلوما ويعرف مربع ب ج بجمع مربعي ب د د ج وزاوية ج كما مر الرابع
ان يكون المعلوم الاضلاع الثلاثة وليكن المثلث ا ب ج فنستخرج اولا عمود
ا د على ب ج الحادث فنأخذ الفضل بين مربعي اب اج مثلا وبين مربع ا ج ونقسم
على ضعف ب ج فما خرج فهو ما بين زاوية ب وموقع العمود الخارج من آ على ب ج
ونأخذ جذر فضل مربع اب على هذا العمود ويحدث من العمود وضلعي اب اج وما يكون
بين موقع العمود وبين زاويتي ب ج مثلثان قائما الزاوية فيعرف زواياهما ونعرف
منها زوايا مثلث اب ج فهذا الطريق القسي والاوتار واما بطريق القسي والجيوب
فنقدم لها مقدمة وهي ان نقول نسبة كل ضلع من مثلث الى ضلع اخر كنسبة جيب الزاوية
التي يوترها الضلع الاول الى جيب الزاوية التي يوترها الضلع الثاني فليكن المثلث
اب ج ونقول فنسبة ضلع اب الى ضلع اج كنسبة جيب زاوية اج ب الى جيب زاوية ا ب ج





١٢٩

برهانه نخرج ب ج الى ان يصير ج د ستين ونرسم على مركز ج وببعد ج د قوس د ه
ونخرج ج ا الى ان يلقاه على ه ونخرج من ه عمود ه ز على ج د فهو جيب زاوية
اج ب وايضا نخرج ج ب الى ان يصير ب ح ستين ونرسم على مركز ب وببعد
ب ح قوس ح ط ونخرج ب ا الى ان يلقاه على ط ونخرج من ط عمود ط ك
على ب ح فهو جيب زاوية اب ج ونخرج من آ على قاعدة ب ج عمود ا ل فلتشابه مثلثي
ا ل ج ه ز ج تكون نسبة ا ج الى ا ل كنسبة ه ج نصف القطر الى ه ز ولتشابه مثلثي ا ل ب
ط ك ب تكون نسبة ا ب الى ا ل كنسبة ط ب نصف القطر الى ط ك فبالمساواة
المضطربة نسبة اب الى ا ج كنسبة ه ز جيب زاوية ا ج ب الى ط ك جيب زاوية ا ب ج
وذلك ما اردناه برهان اخر نخرج عمود ا د على ضلع ب ج ونخرج اب اج الى
ان يصير احد نقطتي ه ز ستين ستين اعني بقدر نصف القطر ونرسم قوسي
ز ح ه ط ونخرج عمودي ه ك ز ح ونخرج عمود ... على خط ا ج ونقول لما
كانت في مثلث اب د زاوية د قائمة كانت زاوية ب تمام زاوية آ
من قائمة وعمود ه ك جيب زاوية آ فخط ... جيب زاوية ب وايضا في مثلث
ا د ج تكون زاوية ج تمام زاوية آ من قائمة وعمود ... جيب زاوية آ فخط



جيب زاوية ج ولتشابه مثلثي ا ب د ا ه ط تكون نسبة ا ب الى ا د كنسبة ا ه نصف القطر
الى ه ط وايضا لتشابه مثلثي ا د ج ا ز ك تكون نسبة ا د الى ا ج كنسبة ا ك الى ا ز نصف القطر
بل ا ه فبالمساواة المضطربة نسبة ضلع اب الى ضلع ا ج كنسبة ز ك الذي هو جيب زاوية ج
الى ه ط الذي هو جيب زاوية ب وذلك ما اردناه وبعد تقديم هذه المقدمة نقول لما كانت
الزوايا المحيطية نصف الزوايا المركزية اذا كانتا على قوس واحدة كان مقدار
نصف المحيطية مقدار المركزية المساوية لها ولذلك يكون مقدار القائمة الكائنة على المركز
ربع الدور ومقدار جميع زوايا المثلث نصف الدور والجيوب انصاف الاوتار
فاذا استعملنا الجيوب في مقادير الزوايا بدل الاوتار تكون الزوايا مركزيات فاذا
كان مثلث قائم الزاوية واردنا معرفة اضلاعه بطريق الجيوب كانت نسبة وتر القائمة
الى ضلع اخر كنسبة نصف القطر الى جيب الزاوية التي يوترها ذلك الضلع الاخر ومنه جيب
تصير الزاوية معلومة وان كان المعلوم من ضلع وزاوية عرفنا الزوايا وكانت نسبة جيب
الزاوية التي يوترها الضلع المعلوم الى جيب زاوية اخرى كنسبة الضلع المعلوم الى الضلع
الذي هو وتر الزاوية الاخرى فيصير الاضلاع معلومة والمنفرجة سائر المثلثات فان كان
المعلوم زاويتين وضلعا عرف الضلعان الباقيان بما ذكرنا في القائم الزاوية وان كان

١٣٠

ضلعين وزاوية فان لم تكن الزاوية منهما كانت نسبة الضلع الذي يوتر الزاوية المعلومة الى
الضلع الاخر كنسبة جيب الزاوية المعلومة الى جيب الزاوية التي يوترها الضلع الاخر واذا
عرفت الزوايا عرف الضلع الثالث وان كانت الزاوية منحصرة كان الحكم كما مر وان كان المعلوم
هو الاضلاع الثلاثة استخرج العمود كما مر ثم نعرف الزوايا بمثل ما نعرف به في القائم
الزاوية ولنختم الكلام هاهنا الفصل الثالث في بعض القوانين التي تتم فائدتها في الشكل القطاع وا
معرفتها اذا اتصلت قوسان مختلفتان من دائرة على نقطة مجموعهما اقل وكانتا مقدار
من نصف محيطها وكانت نسبة جيب احديهما الى جيب الاخرى معلومة كان كل واحدة
منهما معلومة فلتكن في دائرة ا ب ج قوسا اب اج المتصلتين على آ ولكن مجموع ب آ ج
معلوما وهو اقل من نصف الدائرة ولتكن نسبة جيب قوس اب الى جيب قوس اج
معلومة اقول فكل واحدة من قوسي اب اج معلومة برهانه نخرج وتر ب ج وقطر ا ه
فيتقاطعان على ز ومن المركز وهو نقطة ط عمود ط ح على ب ج وننصف ب ج فلكون قوس
ب آ ج معلومة يكون وتر ب ج معلوما ولكون نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ج
معلومة تكون نسبة ب ز الى ز ج معلومة فلتكن نسبة ... الى ... وبنسبة ...
لا ... كنسبة ... معلوم و ه ... معلوم وكان ... نصف ب ج



معلوما فوح معلوم ووح جيب تمام نصف قوس ب آ معلوم ففي مثلث وح ح
القائم الزاوية ضلعا وح ح ز المحيطان بالقائمة معلومان فزاوية وح ح معلومة
ونسبة ب ح الى ح ب بقدر نصف قوس ب آ معلومة فزاوية ب ا الباقية
معلومة وهي قدر قوس ب آ فقوس ب آ معلومة وبقي قوس ا ح معلومة
ايضا وذلك ما اردنا وايضا اذا انطبقت في دائرة قوسان اخريان
لها وكان مبدأهما نقطة واحدة وكانت كل واحدة منهما اصغر من نصف المحيط
وكان فضل احديهما على الاخرى معلوما ونسبة جيب احديهما الى جيب الاخرى معلومة
كان كل واحدة منهما معلومة فليكن في دائرة ا ب ح قوسا ا ب ا ح المبتدأتين من ا
ولكن قوس ب ح الفضل بينهما معلومة ونسبة جيب ا ب الى جيب ا ح
معلومة اقول فكل واحدة من قوسي ا ب ا ح معلوم برهانه نصل قطر ا ه
ونخرجه ونخرج وتر ب ح الى ان يتلاقيا على ط ونخرج من ه المركز عمود ه ح
على ب ح ونصل وتر ح ز فكل من ب ح وتر الفضل بينهما معلوما فنصفه ح ز معلوم
ولكون نسبة جيب ا ب الى جيب ا ح معلومة فنسبة ب ح الى ح ز معلومة ولكن
كنسبة ط ب الى ط ح ونسبة ب ح الى ح ز كنسبة ط ح الى ط ا في معلوم



ودائرة معلوم

١٤١

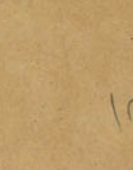
وح ز معلوم وكان ح ز معلوما فح ز معلوم وح ز جيب تمام نصف قوس ب ح
معلوم ففي مثلث ح ز ه القائم الزاوية ضلعا ح ز ح ه معلومان فزاوية
ح ز ه معلومة ونسبة ح ز ه الى ب بقدر نصف قوس ب ح معلومة فزاوية
ب ا معلومة وهي بقدر قوس ا ح فهي معلومة وقوس ا ب معلومة وذلك
ما اردناه وظاهر ان جيب ا ب ان كان اعظم من جيب ا ح كان التقاء في جهة آ
وان كان اصغر منه كان التقاء في جهة ح وان كان مساويا له كان الوتر موازيا للقطر
مؤامرة العمل الاول المستخرج من البرهان نضرب جيب نصف مجموع القوسين
في مقدم النسبة المعلومة او في تاليها ايهما كان اعظم ونقسم الحاصل على مجموع مقدميها
وتاليها ونضعف الخارج من القسمة وننقص منه جيب نصف مجموع القوسين فما
بقي نسميه المحفوظ ثم نأخذ جذر مجموع مربع المحفوظ ومربع جيب تمام نصف مجموع
القوسين من الجميع ونضرب المحفوظ في ستين ونقسمه على ذلك الجذر فما
خرج قوسه في جدول الجيب ونزيده على القوس على نصف مجموع القوسين
فما حصل فهو القوس الكبرى وننقصها منه فما حصل فهو القوس الصغرى وذلك
ما اردناه وانما يتم هذا العمل اذا كان مجموع القوسين اقل من نصف الدور وقد يقع

في الاعمال النجومية ما كذلك اما ان فرض مجموع القوسين اكثر من نصف الدور واقل
من الدور وكان كل واحد منهما اقل من نصف الدور ونقصنا كل واحدة منهما من نصف
الدور فما بقيت من القوس الصغرى كانت هي القوس الكبرى وما بقيت من الكبرى
كانت هي الصغرى وحصل المطلوب وان كان مجموع القوسين نصف الدور او الدور
لم يمكن معرفة القوس بهذا الوجه مؤامرة العمل الثاني المستخرج من البرهان نضرب جيب نصف
التفاضل بين القوسين في مقدم النسبة المعلومة او في تاليها ايهما كان اعظم ونقسم الحاصل
على الفضل بين المقدم والتالي ونضعف ما خرج من القسمة وننقص منه جيب نصف التفاضل
بين القوسين فما بقي نسميه المحفوظ ثم نأخذ جذر مجموع مربع المحفوظ ومربع جيب تمام
نصف التفاضل بين القوسين من ربع الدور ونضرب المحفوظ في ستين ونقسمه على
ذلك الجذر فما خرج قوسه في جدول الجيب ونزيد على ما خرج نصف التفاضل
بين القوسين فما جمع فهي القوس الكبرى وننقصه منها ايضا فما بقي فهي القوس الصغرى وحصل
المطلوب وهذا العمل انما يتم ههنا اذا كان جيب القوس الكبرى اعظم من جيب القوس
الصغرى اما اذا كان الجيب القوس الكبرى اصغر وجيب القوس الصغرى اكبر اخذنا تماما
من نصف الدور فيكون تمام الكبرى هي القوس الصغرى وتمام الصغرى هي القوس الكبرى

ونتم

١٤٤

ويتم العمل وان تساوى الجيبان اعني يكون مقدم النسبة وتاليها متساويين لم يحتج الى هذه
الاعمال بل اخذنا نصف تمام التفاضل من نصف الدور فيكون هي القوس الصغرى وتمامها
من نصف الدور هي القوس الكبرى وجه آخر لاستخراج ابي نصر بن عراق نرسم دائرة ونقدر
ان قوسي ا ح و ب ح منها ضعف القوسين المجهولتين المعين مجموعهما ونسبة جيب احديهما الى جيب
الاخرى معلومتان او ان قوسي ا ب و ب ح ضعف القوسين المبين فضل احديهما على
الاخرى وهو قوس ا ب ونسبة جيبيهما معلومتان ونصل اوتار ا ب ب ح ا ح فيكون
وتر ا ب الذي هو وتر ضعف مجموع القوسين او وتر ضعف فضل احديهما على الاخرى
معلوما ووترا ا ح و ب ح الذان هما وترا ضعف قوسين مجهولين ونخرج من نقطة
ب على وتر ا ح عمود ب ه ولا يكون وقوعه من حيث اوجه اما ان يقع خارج المثلث
من جهة آ او اما ان ينطبق على ب آ او اما ان يقع داخل المثلث واما ان ينطبق
على ب ح واما ان يقع خارجا من جهة ح وعلى التقدير ات يكون في مثلث ب ه ح
القائم الزاوية ضلعا ب ه ه ح بالمقدار الذي به يكون ب ح ستين معلومين
ولكون نسبة ب ح الى ا ح معلومة يكون ا ح بذلك المقدار ايضا معلوما فيكون ا ح
معلوما ومن ا ه و ب ه المحيطين بالزاوية يكون ا ب بالمقدار الذي يكون ب ح ستين







معلوما فيصير ستة اذا قسم بالذى بها ات و ر معلوم معلوما ويصير ح ر ستة آ ح جيب ستة
معلوما فيحصل منها المطلوب مرامرة بعمل الاول بهذا الوجه نضرب تلك النسبة المعلومة
فى ستين ونقسمه على المقدم فيحصل سهم ستة ما حاصل التالى فان كان مجموع القوسين
اصغر من الربع كما فى الوجه الاول نزيد حاصل التالى على جيب تمام مجموع القوسين
من الربع ونسمى المبلغ المحفوظ وان كان مجموع القوسين اكثر من الربع كما فى الوجه
الاول وان فى وان ثلث نأخذ الفضل من حاصل التالى وجيب تمام مجموع القوسين
من الربع فيحصل فى المحفوظ ثم نجمع مربع المحفوظ ومربع جيب مجموع القوسين ونأخذ
جذره ونقسم حاصل ضرب جيب مجموع القوسين فى ستين عليه فاخرج
قوسه فى جدول الجيب وننظر ان كان الفضل لحاصل التالى كما فى الوجه الثالث
كان تلك القوس هى المطلوبة وهى التى كانت نظيرة المقدم وان كان الفضل لجيب
تمام مجموع القوسين كما فى الوجه الاول كانت تلك القوس تمام القوس المطلوبة المذكورة
من نصف الدور وان تساويا كما فى الوجه الثانى كانت القوس المطلوبة التى نظيرة المقدم
ربع الدور وان كان مجموع القوسين ربع الدور كما فى الوجه الرابع نأخذ جذر مجموع مربعى
المقدم والتالى ونقسم الاصل من ضرب المقدم فى ستين على ذلك الجذر فاخرج قوسه

بعمل الرابع

١٣٣

فى جدول الجيب يكون القوس الخارجة هى المطلوبة التى نظيرة المقدم وذلك تمام البعد
مرامرة بعمل الثانى نضرب تلك النسبة المعلومة فى ستين ونقسمه على المقدم بشرط
ان يكون المقدم هو الذى يكون نظيره القوس الصغرى فيحصل فيه حاصل التالى
ثم ان كان تفاضل القوسين اكثر من الربع كما فى الوجه الخامس نجمع حاصل التالى
وجيب تمام التفاضل من الربع فيحصل فيه المحفوظ وان كان التفاضل اقل من الربع
كما فى الوجه الثلثة الاوسط اخذنا الفضل من حاصل التالى وجيب تمام التفاضل فيحصل فيه
المحفوظ ثم نأخذ جذر مجموع مربع المحفوظ ومربع جيب التفاضل ونقسم الاصل من ضرب جيب
التفاضل فى ستين على ذلك الجذر فيخرج فيه جيب نقوسه فاخرج فهو اما الكون
المطلوبة التى نظيرة المقدم وهى القوس الصغرى وذلك فى الوجه الثالث الذى كان
فيه الفضل لحاصل التالى واما تمام القوس الصغرى من نصف الدور وذلك فى الوجه
الاول الذى يكون فيه الفضل لجيب تمام التفاضل واما ان تساوى حاصل التالى وجيب تمام
التفاضل كما فى الوجه الثانى كانت القوس الصغرى النظيرة للمقدم ربع الدور وان
كان تفاضل القوسين ربع الدور كما فى الوجه الرابع نأخذ جذر مجموع مربعى المقدم والتالى
ونقسم على ذلك الجذر الاصل من ضرب المقدم فى ستين فيحصل فيه جيب القوس

الصغرى وبها يتم العمل وهذه الصورة اعنى التى يكون فيها مجموع القوسين او الفضل
بينهما ربع دور يقع فى الاعمال النجومية كثيرا ولها بيان آخر وهو ان نقول لما كانت
نسبة مقدم الى تاليه كنسبة جيب قوس الى جيب تمامها كانت نسبة مربع المقدم
الى مربع التالى كنسبة مربع جيب قوس الى مربع جيب تمامها وبالتركيب نسبة
مجموع مربعى مقدم وتالى الى مربع احدهما كنسبة مجموع مربعى جيب قوس وجيب تمامها
اعنى مربع نصف القطر الى احد المربعين ونسبة جذر مجموع مربعى مقدم وتاليه
الى المقدم او التالى كنسبة القطر الى جيب تلك القوس او الى جيب تمامها
ويكون العمل كما تقدم وفايدة هذه الاعمال تبين حيث يكون المطلوب معرفة قوسين
او قوسين مجهولين مجموعهما او الفضل بينهما معلوم ويصير من الشكل القطاع كل
تبين فيما بعد نسبة جيب احديهما الى جيب الاخرى معلومة فيكون الطريق الى استخراج
المطلوب بعينه هذه الطرق والى هذه الفصل اليه وبالله التوفيق المقالة الرابعة
فى الشكل القطاع الكرى والنسب الواقعة فيه وفيه فصول الفصل الاول فى ماهية الشكل
القطاع الكرى والاشارة الى دعاوى النسب الواقعة فيه اذا تقاطعت اربع دوائر
من العظام على سطح كرة بحيث لا يتقاطع على نقطة اكثر من اثنتين حدث بينها اثنتا

اثنتا

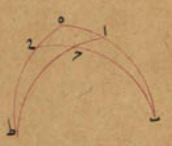


١٣٤

عشر نقطة عليها يتقاطع تلك الدوائر وينقسم كل واحدة منها بستة قسى تكون كل واحدة
منها ضلعا للشكل ويكون مجموعها اربعا وعشرين قوسا وينقسم سطح الكرة باربعة عشر قسما
ستة منها مربعات وثمانية مثلثات ويكون كل ضلع من الاضلاع المذكورة
مشتركا بين مثلث ومربع وكل زاويتين من شكل متقابلتين زاويتين من شكل آخر من نوع
الشكل الاول فيكون المربعات الستة متلاقية على زواياها وكذلك المثلثات على اضلاعها
وكذلك المثلثات وهذه صورتها فالدوائر الاربع هى دائرة ا ب ج د ودائرة ا ه ز ح
ودائرة ب ه ط ح ودائرة ج ز ط د ونقط التقاطعات الاثنتى عشرة نقط ا ب ج د
ه ز ح ط ... واما الاضلاع الاربعة والعشرون فالستة التى الدائرة
الاولى هى ... والستة التى الدائرة الثانية هى ...
... والستة التى الدائرة الثالثة ...
والستة التى الدائرة الرابعة هى ... واما المربعات الستة
فمربع ا ه ب ... ومربع ... ومربع ... ومربع ... ومربع ...
ومربع ... واما المثلثات الثمانية فمثلث ا ... ومثلث ... ومثلث ...
ومثلث ... ومثلث ... ومثلث ... ومثلث ... ومثلث ...

وظاهران الزوايا المتقابلة اذا وقعت في الاشكال المتماثلة مثل الزوايا المتقابلات
منه آنا او وقعا اما في مثلث اه ك وا وامثاله في مربع او ا م اوج ح و الاضلاع المشتركة
ووقعت من الاشكال المتماثلة مثلا ضلع ات اشترك فيه مثلث ا ه ك ومربع ا ب ح
واذا تقرر هذا فنقول كل مربع من هذه المربعات مع مثلثين يكونان في ضلعين متحاذيين
من اضلاع المربع يقع في بسيط القطاع المعلوم اشتماله على اربعة اركان متقاطعة
على نقطة يحدث منها اثنتا عشرة قوسا كل ثلث منها في ركن واربعة مثلثات
يحيط بكل واحد ثلث قسي وبالجملة فيتبين في ذلك الشكل ظاهر فالشكل الحادث
من المربع والمثلثين المذكورين هو القطاع الكرى مثاله اذا اعتبرنا مربع اوح ح مع
مثلث ا ب ه ح ط الواقعين في ضلعي اه ح ح المتجاورين منه كان كذا وهو شكل
القطاع الكرى بعينه الا ان شيء واحد وهو ان الشكل هناك تألف من خطوط مستقيمة
في سطح مستو وههنا من قسي دوائر عظام في سطح كرة ولما كان لكل مربع من الاضلاع
اربعة وفي كل ضلع مثلث لزم امكان وقوع كل مربع في اربع قطاعات مثل
مربع اوح ح يكون مع مثلث ا ب ه ح ط قطاعا ومع مثلث ا ه ك ا ده قطاعا ثانيا ومع
مثلث ا ده ح ح ر قطاعا ثالثا ومع مثلث ح ح ح ر ح ط قطاعا رابعا وكون المربعات ستة

يكون

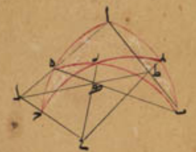


١٣٥ يكون جميع القطاعات الحادثة على بسيط الكرة من تقاطع الدوائر الاربعة اربعة
وعشرين قطاعا ثم يكون كل قطاع نظيرا مساويا لآخر مثلا قطاع م ح ط ر ا م
يكون نظيرا ومساويا لقطاع ح ح ط لان ركن م ح ط ر من القطاع الاول مساو
لركن ح ح ر من القطاع الثاني فان م ح ط ح نصف دائرة لوجوب
تناصف كل عظيمتين تتقاطعان على بسيط كرة كما بينه ثاوذوسيوس في المقالة
الاولى من الكتاب الذي عشر منها وايضا ح ح ب نصف دائرة واذا القينا
ح ح المشترك بقي ركن م ح ر مساويا لركن ح ح ب في القطاعين ومثله يبين
ان ركن ح ح ه مساو لركن ح ط ه وركن ا ه ر لركن ح ط ب وركن ا م ط
لركن ح ط ح ايضا مثل ذلك ويبين ان ضلعي كل مثلثين نظيرين من مثلثات القطاعين
وكل مربعين من مربعيهما متساويان وان كل زاويتين نظيرتين متساويتان وتبين
من ذلك ان اثني عشر قطاعا من الاربعة والعشرين المذكورة يكون نظائر لاثني عشر الاخر
ومساوية لها والنسب الواقعة بين خطوط القطاع الكرى التي يشتمل عليها الدعاوى الثلث
المذكورة يقع ههنا بين جيوب قسي هذا القطاع ولما كان هناك من غير اختلاف في شيء
ولا حاجة بنا لا الى اعادتها فيتكلم في البراهين عليها الفصل الثالث في الاشارة الى البراهين

على وجه كلي في اقامة البرهان على ضروب الدعوى الاولى المعروفة بتفصيل بطلميوس
نقيم البرهان اولا على ضروب الدعوى الاولى المرتبة حتى يمكن لنا ان نتكلم في بيان
ما اراد من النسب الواقعة في الدعاوى الثلث فنقول اذا اردنا ان نبين ان النسبة
الواقعة بين جيوب قسي في القطاع الكرى نسبتين يتعادلان من جيوب اربع قسي
يكون القسي الستة واقعة وقوعها في الدعوى الاولى على الترتيب وجب ان نعين
اولا الركن والمثلث المعطلين مثلا نبين ح ا مر ثم نصل بين زوايا المثلث المعطل
بخطوط مستقيمة هي اوتار القسي الثلثة المحيطة بالمثلث المعطل ونخرج من مركز الكرة
ثلث خطوط مستقيمة الى النقط الثلث الواقعة على الركن المعطل وهي انصاف
اقطار الكرة ويلاقي هذه الخطوط اوتار قسي المثلث المعطل فيلتقي كل نصف قطر
يصل الى نقطة وترا من قوس يقع مع تلك النقطة على ركن واحد لا محالة
ويحدث من انصاف الاقطار الثلثة والاوتار الثلثة ثلث نقط تقاطعها
يقع جميعا في سطح مثلث الاوتار الثلثة وفي سطح الدائرة التي يكون الركن
المعطل جزءا منها فتكون تلك النقط واقعة على الفصل المشترك بين السطحين وقد
تبين في كتاب الاصول لاقليدس ان فصل المشترك بين كل سطحين مستويين

النقط

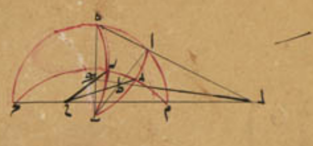
١٣٦ انما يكون خطا مستقيما فلذلك يكون الخط المار بالنقط الثلث المذكورة خطا
مستقيما ويحدث منه ومن الخطوط الثلثة التي هي اوتار القسي المثلث المعطل
قطاع سطحي تبين النسبة المؤلفة الواقعة في القطاع الكرى بالنسبة المؤلفة
الواقعة فيه باستعانة المقدمات المذكورة في المقالة الثالثة فان كان
احد الاوتار الثلثة موازيا لاحد انصاف الاقطار المعتبرة فيه وقعت فيه
نسبة مؤلفة من نسبة مساوية لها ومن نسبة المساواة او نسبة مساواة يتألف
من نسبة ومن خلافها كما تبين فيما يليه فليكن القطاع الكرى شكلا على نقط ا ب
ح د ه ر كما كانت في القطاع السطحي وتتكلم اولا في الضرب المعروف
بتفصيل بطلميوس من الدعوى الاولى على الترتيب وهو ان نقول ان نسبة جيب
قوس ب ه الى جيب قوس ه ا مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ر الى جيب
قوس ر ح ومن نسبة جيب قوس ح د الى جيب قوس د ا فليكن قوس
د ر ح الركن المعطل ومثلث ا د ب المثلث المعطل ونصل خطوط ا ب ا د ب د
المستقيمة وهي اوتار المثلث ا ب د وليكن ح مركز الكرة على الوجه الذي بينه
ثاوذوسيوس في الكتاب الاول من المقالة الاولى من الاكر ونخرج منه انصاف



اقطار لا نقطة ح ز ه التي الركن المعطل وهي خطوط ح ق ح ز
ح ه و كون ه محاله كل واحد منها في سطح دائرة من الدوائر التي منها القسي
التي هي اضلاع المثلث المعطل وكون وتر كل القوس التي هي الضلع
ايضا في ذلك السطح فلكون نصف قطر ح ز و وتر ب ا كليهما في سطح دائرة
ب ا ه يتلاقيان ويلتقيان على نقطة ط وايضا نصف قطر ح ز و وتر ب ه
الواقعان في سطح دائرة ب ز ه يتلاقيان على ك وكون نصف قطر ح ه
و وتر ا ه في سطح دائرة ا ه فاذا اخرجنا اما ان يتلاقيا او يتوازيا
فان تلاقيا فاما ان يتلاقيا في جهة ه ه او يتلاقيا في جهة ح ا وليتلاقيا اولا
في جهة ه ه كما في هذه الصورة فنقطة ط ك ل الواقعة في سطح مثلث ا ب ه
الحادث من اوتار المثلث المعطل لكونها جميعا على اضلاعه وفي سطح دائرة
ه ز ه التي منها الركن المعطل لكونها على انصاف الاقطار المارة بقطبيها
يكون جميعا على فصلها المشترك ولكونهما سطحين مستويين يكون الفصل المشترك
بينهما خطا مستقيما فخط ط ك ل خط مستقيم وحدث شكل من الاوتار الثلثة
قطاع ... العظمى ويكون فيه نسبة ... من نسبة

لا ه ب

١٤٧ لا ه ه ومن نسبة ه ل الى ل ا لكن نسبة ب ط الى ط ا كنسبة جيب قوس ب ه
الى جيب قوس ه ا ونسبة ب ك الى ك ه كنسبة جيب قوس ب ز الى جيب قوس ز ه
ونسبة ه ل الى ل ا كنسبة جيب قوس ه ه الى جيب قوس ه ا كما ذكر فيما تبين
في المقالة الثالثة فاذن نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ا مؤلفة
من نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ز ه ومن نسبة جيب قوس ه ه الى جيب
قوس ه ا وهو المطلوب وان كان الملاقاة بين وتر ا ه ونصف القطر الذي
عليه ح ه في جهة ا ح فنجعل القطاع احدى القطاعات الواقعة على سطح كرة
يكون البيان مخصوصا بذلك القطاع ويحصل المطلوب بمثل ذلك البيان
لا لهذا القطاع المفروض والوجه فيه ان نخرج كل واحد من قوسي ب ه ا و ز ه
الى ان يتلاقيا في الجهة الاخرى على نقطة م ويكون كل واحد من قوسي ب ه م و ز م نصف
دائرة وذلك لما تبين في الشكل الثاني عشر من المقالة الاولى من كتاب الاكر ان كل
الدوائر العظام يتقاطع بنصفين واذا اخرجنا نصف قطر ح ه من نقطة ح يلاقي
وتر ه ا م ويكون نقطة ط ك ل التي على خط ط ك ل المستقيم لكونها في سطح مثلث
ا ب ه اوتار قسي المثلث المعطل وفي سطح دائرة ه ز ه المعطل فيحدث قطاع



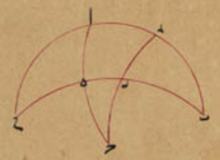
العظمى يكون نسبة ب ط الى ط ا مؤلفة من نسبة ب ك الى ك ه ومن نسبة ه ل الى ل ا
ونسبة ب ط الى ط ا كنسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ا ونسبة ب ك الى ك ه
كنسبة جيب قوس ب ز الى جيب قوس ز ه ونسبة ه ل الى ل ا كنسبة جيب
قوس ه م الى جيب قوس م ا في القطاع المخصوص بالبيان في قطاع
ه ب ه فنسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ا مؤلفة من نسبة جيب قوس
ب ز الى جيب قوس ز ه ومن نسبة جيب قوس ه م الى جيب قوس م ا لكن
القطاع المفروض اذا هو قطاع ب ا ز ه وجيب قوس ه م هو جيب قوس ه ه التي
هي تمامها الى نصف الدور وجيب قوس ا م هو جيب ا ه لمثل ذلك فاذن في القطاع
المفروض نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ا مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ز
الى جيب قوس ز ه ومن نسبة جيب قوس ه ه الى جيب قوس ه ا وهو المطلوب
واما ان كان وتر ا ه موازيا لنصف القطر الذي عليه ح ه ولتتم نصف دائرة ا ه م
ه ز ه ايضا كما مر ونصل قطر ا م ونقول ط ك ه و قطر ا م الكائنان في سطح دائرة
ا ه م موازيان لانهما ان لم يتوازيا فليلتقيا على نقطة ولكن على نقطة ن وحينئذ يكون
خط ه ا ن ا م متلاقيين على ن وهو خلف لانهما موازيين هذا خلف فاذن ط ك موازي

نقطة

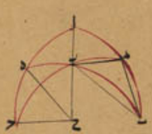


١٤٨ لقطر ا م وكان ا ه موازيا لقطر ح ه فلذلك ط ك ه موازي لا ه وان لم يكن ط ك موازيا لكل
واحد من وتر ا ه وقطر ا م فيخرج من نقطة ط في سطح مثلث ا ب ه خط ط ن موازيا لا ه وفي سطح
دائرة ا ه م خط ط ق موازيا لا م ويكون ط ق ا ه موازيين لا م يكونان متوازيين وايضا
ط ق ط ن المتوازيان له يكونان متوازيين ولكن ط ق مع ط ن ملتقيان هذا خلف فاذن ط ك
موازي لا ه وفي مثلث ب ا ه نسبة ب ط الى ط ا كنسبة ب ك الى ك ه لكن نسبة جيب
قوس ب ه الى جيب قوس ه ا كنسبة ب ط الى ط ا ونسبة جيب قوس ب ز الى جيب
ز ه كنسبة ب ك الى ك ه فنسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ا كنسبة جيب قوس ب ز
الى جيب قوس ز ه ثم نقول جيب قوس ا ه مساو لجيب قوس ه ه لان جيب قوس
ا ه هو عمود ا ه وجيب قوس ه ه هو عمود ه ح وهما متوازيان وهما بين ا ه و ح ه
المتوازيين فاذن هما متساويان ويكون نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ا
مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ز الى جيب قوس ز ه المساوية لها ومن نسبة جيب قوس ه ه
الى جيب قوس ه ا التي هي المساواة وهو المطلوب فاذن النسبة المدعاة من تلك
النسبتين المذكورتين في جميع التقديرات وذلك ما اردناه واما سائر صور
الدعوى الاولى في القطاع ... فلكونه ... الركن المعطل قوس ه ز ه ومثلث المعطل ا ب ه

كان الشكل كلياً والبرهان على سياقة شكل هذا السياقة ولما كان الركن المعطل قوس ب ا د
والمثلث المعطل حدا كان التفاوت بحسب هذا الوجه فقط والشكل والبرهان لما كان
واما وله ان لا نطول الكلام بتفاصيلها **الفصل الثالث** في اقامة البرهان على الدعوى المعروفة
بتركيب بطلميوس اقصر بطلميوس في اقامة البرهان على الضرب المعروف بالتركيب من الدعوى
الاوسط على ان انسح ركنين من القطاع المعروض للتركيب لا لنصف الدور حتى حدث
قطاع آخر وبين به دعوى التفصيل فيه دعوى التركيب في القطاع المعروض مثاله ليكن القطاع
المعروض قطاع ب ا ه د وعوى التركيب فيه ان يقال نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس
ا د مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ز ومن نسبة جيب قوس ز ح الى
جيب قوس ح د برهانه نخرج كل واحد من ركني ب ا ب ه الى ان يتلاقيا عند تمام نصف
الدور على ح فتكون بحكم ما بيناه المذكورة في الشكل المتقدم في قطاع ح ز ه د الادث
نسبة جيب قوس ح ا الى جيب قوس ا د مؤلفة من نسبة جيب قوس ح ه الى جيب قوس ه ز
ومن نسبة جيب قوس ز ح الى جيب قوس ح د ولكن جيب قوس ح ا هو جيب قوس ب ا
بعينه وجيب قوس ح ه هو جيب قوس ب ه بعينه فتكون نسبة جيب قوس ب ا الى جيب
قوس ا د مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ز ومن نسبة جيب قوس ز ح الى

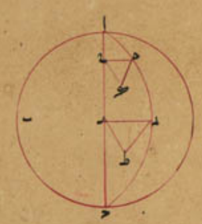


بجسامن



جيب قوس ح د وذلك ما اردناه فهذا القدر كاف في هذا الموضع الا انه لما كان
الغرض في هذه الرسالة استيعاب ضروب الدعاوي والبراهين المتعلقة بهذا
الشكل واستيفاء بيان اختلافاته وجب علينا ان نورد البراهين ههنا
ايضا بحسب القانون الكلي في اقامة البراهين على هذا الشكل حتى يكون الكلام فيها
متناسبا اذا فرغنا من الشكل ونقول لما كان دعوى التركيب هي ان نسبة
جيب قوس ب ا الى ما كان الركن المعطل ا ه د والمثلث المعطل ب ه ز فليفصل
اوتار المثلث وانصاف اقطار الركن اعني ح ا ح ه ح د كما هو العادة وكان
فانون البراهين ان نعتبر في وتر ب ه ونصف قطر ح ا او في وتر ب د ونصف قطر
ح ه وفي وتر ب د ونصف قطر ح د حدوث القطاع السطحي وحال كل وتر مع
نصف القطر الذي هو قرينه لا يخلو من ثلثة اوجه اما ان يتلاقيا في جهة المحيط المعادف
الاقطار او في جهة المركز واما ان يتوازيا ويكون الاوتار ثلثة يكون عدد احتمالات
الجميع ما يحصل من ضرب ثلثة في ثلثة في ثلثة وهو سبعة وعشرون لكن من جميع هذه
الوجوه ليس يمكن الوقوع وذلك لان ملاقاة وتر ب د وقطر ح ا انما يكون في جهة ا
اذا كان جيب ا ب اعظم من جيب ا د وفي جهة ب اذا كان اصغر منه وتوازيهما اذا

تساويا وكذلك في البواقي واحد الوجوه السبعة والعشرين ان يكون التلاقي بين ب د
وقرينه من الاقطار في جهة ا وبين ه ز وقرينه في جهة ز وبين ز ب وقرينه في جهة ب
وهذا محال لانه يقتضي ان يكون بعد ب من سطح دائرة ا ه د اعظم مما هو اعظم منه
ولنقدم لبيان ذلك مقدمة هي هذه ليكن دائرة ا ب من العظام في سطح كرة
ولتقطعها اثنتان ايضا من العظام على غير زوايا قائمة وليكن ا ح د ا ه ب قوسين مختلفتي الجيب
مثلا جيب ا ح اعظم من جيب ا ه اقول فبعد نقطة ح من سطح دائرة ا ب يكون اعظم
من بعد ه عنها برهانه نصل ا د وهو الفصل المشترك بين الدائرتين ونخرج من نقطتي ح ه
عمودي ح ز ه ط عليه فيكونان متوازيين وهما ايضا على سطح دائرة ا ب ح وعمودي ح ز ه ك
وهما ايضا متوازيان ويكون الشكلان ح ز ط ه ح ك ه ل متساويين لتوازي الاضلاع المحيطة
بها ونصل ط ح ك ح فيحدث مثلثا ح ز ط ه ك ل المتشابهان ويكون ح ز اعظم من ه ط
ويكون عمود ح ك اعظم من عمود ه ل فاذن بعد نقطة ح من سطح دائرة ا ب اعظم من بعد
نقطة ه عنها وذلك ما اردناه وبعد تقديم هذه المقدمة نعيد الشكل ونتم دائرة الركن
المعطل ونخرج قوس المثلث المعطل الى ان يلاقيها على نقطة ح فاذا كان التلاقي
بين وتر ب د وقرينه من الاقطار من جهة ا كان بعد نقطة ب عن سطح دائرة ا ه د





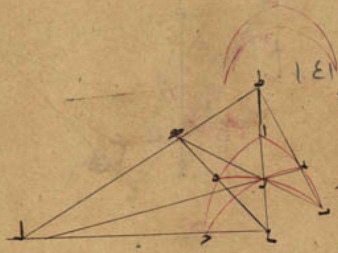
اعلم منه

اعظم من بعد نقطة د عنها ثم اذا كان التلاقي بين وتر ه ز وقرينه في جهة ز كان بعد نقطة ه
اعظم من بعد نقطة ز فبعد نقطة ب اعظم كثيرا من بعد نقطة ز ثم اذا كان التلاقي بين وتر
ز ب وقرينه في جهة ب كان بعد نقطة ز اعظم من بعد نقطة ب الذي كان اعظم منه
خلف واذا تبين هذا فنقول الوجوه الممكنة من السبعة والعشرين ثلثة عشر وجها فقط
والباقي محال الوقوع وذلك لان ابعاد نقطات ب ز د الثلث عن سطح دائرة ا ه د
اما ان تكون مختلفة واما ان يكون اثنان منها متساويين فقط واما ان تكون جميعا متساوية
وهذه ثلثة اقسام اما القسم الاول فينحصر في ستة انواع وذلك ان كل نقطة منها يمكن
ان يكون ابعد من الاخريين ومع تقرير كونها ابعد فكل واحد من الآخرين يمكن ان يكون
ابعد من الباقي فيصير الاقسام ستة ولما وجب ان يقع التلاقي بين الوتر ونصف القطر
اذا اخرجا في جهة **النقط** القطر التي يكون بعدها اصغر وجب اختلاف جهات التلاقي بحسب
وقوع القطاع في المثلثات والمربعات التي تشملها دائرة ا ه د وان كان الركن مشتركا
في المثلث المعطل اعني مثلث ب ز د ويشارك البعض البعض في غيره من المثلثات والمربعات
والمثلث المعطل ايضا يختلف زواياه فيكون تارة هذه اوسط وكذلك ثانيه والباقية مشتركة
وتارة بالعكس والضابط ان الابعد ابدا يكون هو الاوسط والاوسط هو الثاني والاقرب

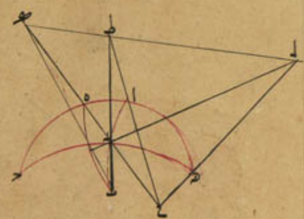
هو المشترك ونحن وضعنا اجميعا في جدول هي هذه واما القسم الثاني ففيه ايضا — محل جدول
ستة انواع وذلك ان الذي يعين نقطتين من النقط الثلث يكون محتمل لاوجه
فانه يقع اما بين نقطتي ب ج واما بين نقطتي ب ز واما بين نقطتي ج ز وفي كل وجه يكون
بعد الثالثة المخالفة لبعدها اما اعظم واما اصغر فيصير الاقسام ستة اما الثالثة فان
كان بعدها اعظم وجب ان يكون هي نقطة الزاوية الاولى وان كان اصغر وجب ان يكون
هي الزاوية المشتركة واما المتساوية البعد فمع التقدير الاول يكون احديهما ثانية والاخرى
مشتركة او مع البدل ومع التقدير الثاني يكون احديهما اولى والاخرى ثانية او مع البدل
ويختلف القطاع المخصوص بالبيان بحسب ذلك فيما يكون لكل وجه قطاعان مشتركان
بعد المثلث المعطى الذي يشترك فيه الجميع اما مع التقدير الاول ففي مربع ويختلفان بشكلين
واما مع التقدير الثاني ففي مثلث ويختلفان بربعين ونحن وضعنا اجميعا في جدول
هي هذه واما القسم الثالث ففيه نوع واحد وهو ان يكون ابعاد نقطات ب ج ز الثلث — محل جدول
عن سطح دائرة ا ج د المعطى متساوية وتشتمل بالبيان واحد واحد من هذه الاثنا
الثلثة عشر فنقول اما النوع الاول من الستة الاولى وهو ان يكون القطاع المخصوص بالبيان
هو المفروض وهو قطاع ا ب ج ز ولنعده وحده والدعوى فيه ان نسبة جيب قوس ا ب

بجدول ذي

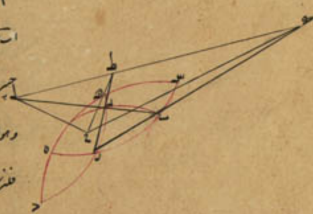
١٤١



الى جيب قوس ا ب هو مؤلف من جيب قوس ب ج الى جيب قوس ج ز ومن جيب قوس
الى جيب قوس ج ز بيانه ان نفرض ان بعد نقطة ب من دائرة ج ا ه المعطى اعظم
من بعد ج وبعد ج اعظم من بعد ز فنصل اوتار مثلث ب ج ز المعطى ونكمل المركز
ونصل بينه وبين نقطة ا ونمر المركز المعطى ونخرج انصاف اقطار ح ط
ح ج والاوتار الى ان يلاقي فيكون البعد مقاطعة وتر ب ج ونصف قطر ح ا على ج
ونكمل عنده نقطة ط ويلاقي وتر ب ز ونصف قطر ح ز في جهة ز ونكمل عنده ي
ويلاقي وتر ج ز ونصف قطر ح ه في جهة ه ونكمل عنده ك ويكون نقط ط ي ك
في سطح اوتار المثلث المعطى ودائرة المعطى لكونها جميعا في فصلهما المشترك
وهو خط ط ي ك المستقيم ولنرسم فيه قطاع ط ي ك من السطح ويكون فيه نسبة
سطر ط ا الى ا ي من نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ه مؤلفة من نسبة
ط ك الى ك ي من نسبة جيب قوس ب ج الى جيب قوس ج ز ومن نسبة ز ي الى ي
من نسبة جيب قوس ز ه الى جيب قوس ه ا وهو المطلوب واما النوع
الثاني منها وهو ان يكون ابعد النقطات واوسطها ج واقربها ز والقطاع المخصوص
بالبيان ب ج ه فلنرسم مع القطاع المفروض ونخرج الاوتار وانصاف الاقطار

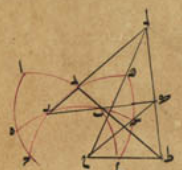


كما بينا فيحدث قطاع ط ي ك من السطح ويكون فيه نسبة ط ا الى ا ي من نسبة
جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ه مؤلفة من النسبة ط ك الى ك ي من نسبة
جيب قوس ب ج الى جيب قوس ج ز ومن نسبة ز ي الى ي ا من نسبة جيب
قوس ز ه الى جيب قوس ه ا ولكن ز ه تمام ز ج من نصف الدور وه ا
تمام ا ج وجيب كل واحدة منهما هو جيب تمامه فاذا انتقل البيان الى قطاع
ا ب ج ز المفروض كانت النسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ج مؤلفة من نسبة



جيب قوس ب ج الى جيب قوس ج ز ومن نسبة جيب قوس ز ج الى جيب قوس ج ا
وهو المطلوب واما النوع الثالث وهو ان يكون ز ابعد النقطات واقربها
فلنرسم قطاع ح ز ا المخصوص بالبيان مع القطاع المفروض ونخرج الاوتار
وانصاف الاقطار فيحدث قطاع ط ي ك من السطح ويكون فيه نسبة ط ا الى
ا ي من نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ه مؤلفة من النسبة ط ك الى ك ي من
نسبة جيب قوس ب ج الى جيب قوس ج ز ومن النسبة ز ي الى ي ا من نسبة
جيب قوس ز ه الى جيب قوس ه ا ولكن ب ج تمام ب ه وج ز تمام ز ه و
تمام ز ه وه ا تمام ه ا فاذا انتقل البيان الى القطاع المفروض كانت نسبة جيب

ذلك ربـ



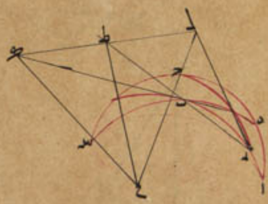


١٤٢

قوس ب ا الى جيب قوس ا ه مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ج الى
قوس ج ز ومن نسبة جيب قوس ز ه الى جيب قوس ه ا وهو المطلوب
واما النوع الرابع وهو ان يكون ز ابعد النقطات واقربها فلنرسم
قطاع ح ز ب المخصوص بالبيان مع القطاع المفروض ونخرج الاوتار
وانصاف الاقطار فيحدث قطاع ط ي ك من السطح فيكون فيه نسبة ط
ا الى ا ي من نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ه مؤلفة من نسبة
ط ك الى ك ي من نسبة جيب قوس ب ج الى جيب قوس ج ز ومن نسبة
ز ي الى ي ا من نسبة جيب قوس ز ه الى جيب قوس ه ا ولكن ب ج
تمام ب ا وج ز تمام ه ا وب ه تمام ب ا وه ز تمام ز ج وه ا تمام ز ا
وه ا تمام ز ا فاذا انتقل البيان الى قطاع ا ب ج ز المفروض كانت النسبة جيب
قوس ب ا الى جيب قوس ا ه مؤلفة من النسبة جيب قوس ب ج الى جيب
قوس ج ز ومن نسبة جيب قوس ز ه الى جيب قوس ه ا وهو المطلوب واما النوع
الخامس وهو ان يكون ب ابعد النقطات واقربها فلنرسم قطاع ح ه ب ز
المخصوص بالبيان مع القطاع المفروض ونخرج الاوتار وانصاف الاقطار



فيحدث قطاع ط ه د ر السطح ويكون فيه نسبة ب ط الى ط ا اعني نسبة جيب قوس
ب ح الى جيب قوس ح ا مؤلفة من نسبة ب د الى د ا اعني نسبة جيب قوس
ب ه الى جيب قوس ه د ومن نسبة ر د الى ر ا اعني نسبة جيب قوس ر ح
الى جيب قوس ح ا ولكون ب ح تمام ب ا و ح ا تمام ح د كانت في القطاع
المفروض نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا د مؤلفة من نسبة جيب قوس
ب ه الى جيب قوس ه د ومن نسبة جيب قوس ر ح الى جيب قوس ح ا
وهو المطلوب واما في النوع الاول وهو ان يكون ح تابعة النقطة ت
اقرب منها فنرسم قطاع د ه ح ب المخصوص بالبيان مع قطاع ا ب د ر المفروض
ونخرج الاوتار وانصاف الاقطار فيحدث قطاع ط د ك ب السطح ويكون فيه
نسبة ب ط الى ط ا اعني نسبة جيب قوس ب ح الى جيب قوس ح ا مؤلفة
من نسبة ب ك الى ك د اعني نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه د
ومن نسبة ر ك الى ك ا اعني نسبة جيب قوس ر ح الى جيب قوس ح ا ولكون ب ح
تمام ب ا و ح ا تمام د ا و ب ه تمام ه د و ه د تمام ر ح فاذا انتقل البيان
الى القطاع المفروض كانت نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا د مؤلفة من نسبة



ثم الى نسبه

١٤٣

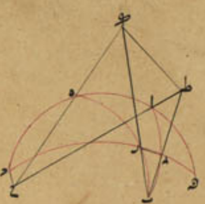
جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه د ومن نسبة جيب قوس ر ح الى جيب قوس
ح ا وهو المطلوب واما في النوع الاول من الانواع الستة الواقعة في القسم
الثاني وهو ان يكون نقطة ت ابعد من نقطتي د ر المساويتي البعد ويكون القطاع
المخصوص بالبيان اما قطاع ا ب ح د ر المفروض بعينه واما قطاع ه د ر
ونخرج فيها اوتار المثلث المعطى وانصاف اقطار الكرة المعطى فيلاقي في القطاع
الاول وتر ب ر ونصف قطر ح ا على ط ووتر ب ر ونصف قطر ح ه على ح
ونصل ط ح ولكن نعين ان ط ح في سطح دائرة ا ه ح اعني العمودين الواقعين منهما
عليه متساويين لمتنع ان يلاقيه وتر ب ح على ذلك السطح ولكن وتر ب ر ونصف
قطر ح ه معا في سطح واحد وهو سطح دائرة ب ر ح واستحال ملاقاتهما لكونهما
متوازيين ولوقوع نقطتي ط ح في سطح المثلث والدائرة المعطيين لكون الخط
الواصل بينهما فصلا مشتركا بينهما وموازيا لخط ب ر الكائن معه في سطح المثلث المعطى
اما اولا فلامتناع الملاقاة بين خط ب ر وسطح الدائرة المعطاة واما ثانيا
فلان ط ح مواز لـ ه ح الكائن معه في سطح دائرة ا ه ح والا فليلتقيا عند ل
وحينئذ يكون ب ر ل خطا مستقيما لكون نقط ب ر ل في سطح المثلث المعطى



ودائرة ب ر ح فيكون ب ر الموازي لـ ح ط ملاقيا له هذا خلف ولما ثبت ان ط ح
ح ط وكان ح ط مواز لـ ب ر فط ح مواز لـ ب ر واما ثانيا فلان ط ح لو لم يكن
موازيا لـ ب ر لكن موازيا لـ ح ط الموازي له ونخرج ط م في سطح مثلث ب ط ر
موازيا لـ ب ر و ط ح في سطح دائرة ا ه ح موازيا لـ ح ط فيكون ط م لكونه موازيا لـ ب ر
الموازي لـ ح ط موازيا لـ ح ط ولكونه موازيا لـ ح ط الموازي لـ ط ح موازيا لـ ط ح
لكنه ملاق له هذا خلف فاذن ط ح مواز لـ ب ر واذا ثبت هذا كانت نسبة
ب ط الى ط ا اعني نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا د كنسبة ب ح الى
ح ا اعني نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه د واذا اضفنا الى نسبة الثاني
نسبة جيب قوس ر ح الى جيب قوس ح ا المساويين في القطاع المفروض اعني في الشكل
الاول او نسبة جيب قوس ر ح الى جيب قوس ح ا المتساويين في القطاع
المخصوص في الشكل الثاني كانت نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا د
مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه د التي هي مثلها ومن نسبة
جيب قوس ر ح الى جيب قوس ح ا التي هي نسبة المثل وذلك في الشكل الاول
او من نسبة جيب قوس ر ح الى جيب قوس ح ا التي هي نسبة جيب قوس ر ح

الى جيب قوس

١٤٤



الى جيب قوس ح ا بعينها وذلك في الشكل الثاني وهو المطلوب واما
في النوع الثاني من الانواع الستة الثانية وهو ان يكون نقطة ح ابعد من نقطتي د ر
المساويتي البعد ويكون القطاع المخصوص بالبيان على تقدير كون نقطتي ه ا الزاوية
الثانية ونقطة ر على الزاوية المشتركة قطاع ح ه د ر وعلى تقدير عكسه قطاع
ح ه ب ر فنرسمهما مع قطاع ا ب ح د ر المفروض ونخرج وتري ب ت ب ر ونصفي
قطري ح ح ح ا الى ان يلتقيا على ط ك ونصل وتري ب ر ونصف قطر ح ه
ح ه وثبت انهما مع وتر ب ر وخط ط ك متوازية فيكون في مثلث ب ط ك



نسبة ب ط الى ط ا اعني نسبة جيب قوس ب ح الى جيب قوس ح ا
كنسبة ب ك الى ك د اعني نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه د وكانت
نسبة جيب قوس ه د الى جيب قوس ه ت نسبة المثل وكذلك نسبة جيب قوس ر ح
الى جيب قوس ه ت في قطاع ح ه د ر ح ه ب نسبة جيب قوس ب ح
الى جيب قوس ب ا مؤلفة من نسبة المثل التي هي جيب قوس ب ه الى
والى جيب قوس ه د ومن نسبة مثلها وهي نسبة جيب قوس ر ح
الى جيب قوس ح ا ولكون ب ح تمام ب ا و ح ه تمام ه د و ب ت تمام ب ه



وسهم تمام زه فاذا نقص البيان الا قطاع اب ور المفروض كان نسبة جيب

قوس ب آ الا اه مؤلفه من نسبة جيب قوس ب ه الا ه ز ومن نسبة جيب

قوس زه الا جيب قوس ح ز وهو المطلوب واما في النوع الثالث منها

وهو ان يكون نقطة ز ابعد من نقطتي ت المتساويتين البعد ويكون القطاع المخصوص

اما نوع ز ب و ذلك مع تقدير ان يكون مع الزاوية المشتركة واما ز ه ا و ذلك

مع تقدير ان يكون مع الزاوية المشتركة ثم نفرض سهمها مع القطاع المفروض ونخرج

وترى ز ب ز ه ونصف قطري ح ط ح د الا ان يلاقيا هما فتقطعا ط ك ونصل

ط ه ب ط فيكون ان متوازيين لما مر ونصل نصف قطر ح آ او ح ع ويكون

مرايا لهما ويكون في مثلث ح ط ك نسبة ب ك الا ط ز اعني نسبة جيب قوس

ب ز الا جيب قوس ه ز كنسبة ه ك الا ط ز اعني نسبة جيب قوس ه د

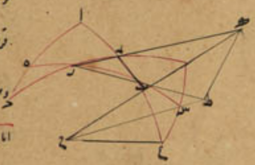
الا جيب قوس د ز في قطاع ر ب ز نسبة جيب قوس ب ح الا جيب

قوس ح ا اعني نسبة جيب قوس ب آ الا جيب قوس آ د اعني نسبة

المثلث في قطاع ه ز ا و كل النسبة بعينها مؤلفان من نسبة جيب قوس

ب ز الا جيب قوس ه ز ومن خلافها اعني نسبة جيب ز ه الا جيب قوس د ز

والله اعلم





١٤٥ وكون ب ح تمام ب ه وسهم ز تمام ز ه ورقه تمام ز ح و ح ط تمام ط ز فاذا نقص

البيان منهما الا القطاع المفروض كان نسبة جيب قوس ب آ الا جيب

قوس آ ه مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ه الا جيب قوس ه ز ومن نسبة

جيب قوس ز ح الا جيب قوس ح ط وهو المطلوب واما النوع الرابع

وهو ان يكون نقطة ا اقرب من نقطتي ت ز المتساويتين البعد ويكون القطاع

المخصوص مع تقدير كون ت مع الزاوية الاولى هو قطاع ه ز ب ح و مع تقدير

كون ز مع الزاوية الاولى هو قطاع نوع ز ب فنفرض سهمها مع القطاع المفروض

ونخرج وتري ه ت ز ت ونصف قطري ح ط ح ع الا ان يلتقيا على ط ه

ونصل ط ه ز ز ونصف قطري ح ع ح ه ونبين توازيهما بما مر فيكون

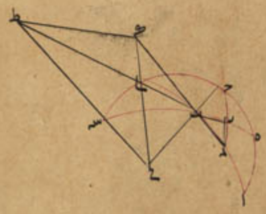
لتشابه مثلثي ط ز ت ب ط ه نسبة ه ت الا ط ه اعني نسبة جيب قوس ب ت

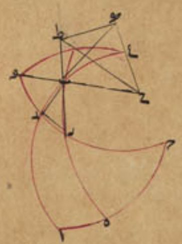
الا جيب قوس ب ه كنسبة ه ت الا ط ز اعني نسبة جيب قوس ه ت

الا جيب قوس ه ز في قطاع ه ز ه ب ح نوع ز ب نسبة جيب قوس ب ت

الا جيب قوس ب ه مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ح الا جيب قوس

ه ز التي مثلها ومن نسبة المثلث التي في القطاع الاول نسبة جيب ز ك





ز ح الا جيب قوس ح ط وفي القطاع الثاني نسبة جيب قوس ز ه الا جيب

قوس ه ز و يكون ب ح تمام ب ا و ح ط تمام ط ا و ب ه تمام ب ه

وسهم تمام ز ه في القطاعين و ز ه تمام ز ح و ح ط تمام ط ز في الاخر يكون

نسبة جيب قوس ب آ الا جيب قوس ا ه مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ه

الا جيب قوس ه ز ومن نسبة جيب قوس ز ح الا جيب قوس ح ط وهو المطلوب

واما في النوع الخامس وهو ان يكون نقطة ا اقرب من نقطتي ت ز المتساويتي البعد

ويكون القطاع المخصوص مع تقدير كون ت مع الزاوية الاولى هو قطاع

ه ز ا ه و مع تقدير كون ت عليها هو قطاع ه ز ب ح فنفرض سهمها مع القطاع

المفروض ونخرج وتري ب ه ب د ونصف قطري ح ط ح آ الا ط ك ونصل

ه ط ب ك ونصف قطري ح ح ه ونبين توازيهما فيكون لتشابه مثلثي ب ط ك ز ه ح

نسبة ب ك الا ط ك اعني نسبة جيب قوس ب آ الا جيب قوس ا ه كنسبة ز ح الخادم

اعني نسبة جيب قوس ز ح الا جيب قوس ح ط في القطاعين نسبة جيب

قوس ب آ الا جيب قوس ا ه مؤلفة من نسبة المثلث التي في الاول النسبة

جيب قوس ب ه الا جيب قوس ه ز و في الثاني نسبة جيب ب ه الا جيب قوس





وذلك المطلوب

١٤٦ ه ز ومن نسبة مثل المؤلفة ومن فيها نسبة جيب قوس ز ح الا جيب قوس ح ط

ويكون ب ح تمام ب ه وسهم تمام ز ه ورقه تمام ز ح و ح ط تمام ط ز يكون

في القطاعين نسبة جيب قوس ب آ الا جيب قوس ا ه مؤلفة من نسبة

جيب قوس ب ه الا جيب قوس ه ز ومن نسبة جيب قوس ز ح الا جيب

قوس ح ط وهو المطلوب واما في النوع السادس وهو ان يكون نقطة

ا اقرب من نقطتي ت ز المتساويتي البعد ويكون القطاع المخصوص مع تقدير كون

ت مع الزاوية الاولى هو قطاع ح ه ز ر و مع تقدير كون ت عليها هو قطاع

ا ب ه ر فنفرض سهم الاول مع القطاع المفروض والثاني مع بعينه المفروض ونخرج

وتري ب د ز ه ونصف قطري ح ط ح د الا ط ك ونصل ط ك و ت ح ح

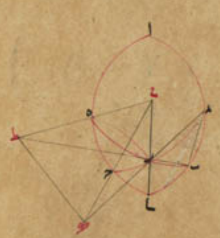
او ح آ ونبين توازيهما فيكون لتشابه مثلثي ب ط ز ر ط ك نسبة ب ك الا ط ز

اعني جيب قوس ب ه الا جيب قوس ه ز كنسبة ه ك الا ط ز اعني جيب

قوس ه ز الا جيب قوس ح ز ونسبة جيب قوس ب ح الا جيب قوس ح ط

في القطاع الاول النسبة المثلث وكذلك نسبة جيب قوس ب آ الا جيب قوس ا ه

فيه وفي الثاني جميعا فهي مؤلفة في كليهما من نسبة جيب قوس ب ه الا جيب قوس ه ز





ومن خلافها اعني نسبة جيب قوس رة الى جيب قوس حة وهو المطلوب
واما في النوع الرابع في القسم الثالث وهو الثالث عشر من الانواع الممكنة
وهو ان يكون ابعاد نقط ت ز ز الى محاذ زوايا المثلث المعطى من سطح
الدائرة المعطاة بحيث يقسم القطاع المفروض ونصل اوتار المثلث
المعطى وانصاف الاقطار الخارجة لانقطا الركن المعطى فيكون كل وتر
موازيا لنصف قطر الدائرة التي يكون ذلك الوتر في سطحه ب ك لح او ت ر
لح ة و ر لح ح فيكون فيه نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ه نسبة
المثل وكذلك نسبة جيب قوس ب ة الى جيب قوس ه ر ونسبة جيب قوس ح ح
الى جيب قوس ح ة ولكن كل نسبة مثل مؤلفة من نسبتين كل واحدة
منهما مثلها فيكون نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ه مؤلفة من النسبتين
المذكورتين وهو المطلوب وههنا تم البرهان على الدعوى المعروف بتركيب بطلميوس
وبمثل هذا البيان يمكن ان يقام البرهان على كل ضرب من ضروب الدعوى
الاولى فيكون المثلث المعطى فيه اما مثلث ب ز ر واما مثلث ه ر ح ويكون
على الترتيب وتفصيل ذلك يقتضي تطويل الكلام ولا حاجة لمن وقف على القواعد

لا ذلك



١٤٧ الا ذلك واذا تبين هذا الضرب اعني المعروف بتركيب بطلميوس فان اوردنا
بدا ما به وهو الضرب المعروف بتفصيل بنا عليه بالعكس اعني بطلميوس حتى
يكون على كل ضرب منها برهانان احدهما على سبيل الابتداء والثاني على
بيان الضرب الآخر ونبين التفصيل المبني على بيان التركيب فيه الشكل
الذي اوردناه في محله ونقول لما تبين مما ذكرنا ان في قطاع ه ح ح ه نسبة جيب
قوس ح ة الى جيب قوس ه ا مؤلفة من نسبة جيب قوس ح ر الى جيب قوس
ر ة ومن نسبة جيب قوس ه ة الى جيب قوس ح ا وكانت قوس ب ة تمام
قوس ه ح من نصف الدور وقوس ب ر تمام قوس ح ر كانت نسبة
جيب قوس ب ة الى جيب قوس ه ا مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ر الى جيب
قوس ر ة ومن نسبة جيب قوس ه ة الى جيب قوس ح ا وهو المعروف
بالتفصيل وذلك ما اردناه الفصل الرابع في بيان النسب الواقعة في باقي ضروب
الدعاوي الواقعة في القطاع الكري لما تبين في قطاع ا ب ح ر ضروب الدعوى
الاولى على الترتيب صارت ضروبها التي تكون بالعكس او التشويش وضروب
الدعويين الباقيتين بتمامها ثابتة وذلك من جهة اعتبار لوازم النسب المؤلفة



الواقعة فيها فلنكن المعلوم اولا الضرب المعروف بتفصيل بطلميوس وهو ان
نسبة جيب قوس ب ة الى جيب قوس ه ا مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ة
الى جيب قوس ر ة ومن نسبة جيب قوس ه ة الى جيب قوس ح ا
فيكون فيه جيب قوس ب ة و ر ة من الجزء الاول وجيب قوس ه ا و ح ة
من الجزء الثاني فان اعتبرنا تاليف نسبة جيب قوس ب ة الى جيب قوس ب ر
من نسبة جيب قوس ه ا الى جيب قوس ح ا ومن نسبة جيب قوس ح ة
الى جيب قوس ه ر كان من الدعوى الثانية على الترتيب وان اعتبرنا تاليف
نسبة جيب قوس ب ة الى جيب قوس ه ح من نسبة جيب قوس ه ا
الى جيب قوس ه ر ومن نسبة جيب قوس ب ر الى جيب قوس ح ا كان
من الدعوى الثالثة على الترتيب وبالجملة باعتبار اللوازم المتعاكسة الخمسة
والمثلثين المذكورتين في المقالة الاولى لكل نسبة مؤلفة يصير جميع ضروب
الدعاوي المذكورة في القطاع السطحي معلومة الا ان بيانها لم يكن هناك لبعض
بتوسط البعض وههنا يكون لما عدى الدعوى الاولى على الترتيب بتوسطها وهذا
هو الوجه فيما قلنا في آخر الفصل الثالث من المقالة الثانية من كون الدعوى الاولى

على ان

١٤٨ على الترتيب اصلا وما عداها فروعا له وما اشبه هذه الدعاوي باشكال
المنطق فان الشكل الاول كالاصل وما عداه كالفروع له والسلام الفصل الخامس
في الاشارة الى فائدة هذا الشكل واختتام الكلام فيه فائدة هذا الشكل
الوقوف على كيفية معرفة مقادير القسي الحادثة من تقاطع الدوائر العظام في سطح
الكرة بعضها بتوسط البعض الآخر وقد بينا في المقالة الاولى الوجه في تعرف
كل حد من الحدود الستة الواقعة في النسبة المؤلفة بتوسط الحدود الخمسة الباقية
فبهذا القوانين يتوصل الى المطالب المذكورة وربما تقع في القسي الستة
التي هي حدود النسبة قوسان مجهولتان يتصل احديهما بالاخرى على وجه التركيب
او التفصيل ويصير نسبة جيب احديهما الى جيب الاخرى معلومة بتوسط النسبتين
الاخريين فيكون القانون في معرفة كل واحدة منهما هو ما ذكرناه في المقالة
الثالثة فهذه هي فائدة هذا الشكل ولم يزل قدماء علماء الهندسة يستعملون
هذا الشكل في هذه المطالب وعليه يعتمدون ولذلك اورده مانالاوس
في كتابه في الاكرات وبطلميوس في صدر كتابه المرسوم بالمجسطي اما المتاخرون
فلما شيهم من التعب الذي يقع في ضبط اختلافاته ونسبه ومن الكلفة التي تكون

في العمل بنسبة المؤلفة استغنوا بالشكل الذي تقوم مقام القطاع في فوائده ولا يقع
فيها اختلاف كثير ولا نسبة مؤلفة واستعملوا بدله وانا لما اشبعت الكلام
في هذا الشكل رايت ان اؤديه بطريق المتأخرين ليكون هذا الكتاب وافيا
بجميع ما يتعلق بهذا المطلب العلم ان شاء الله تعالى **المقالة الخامسة** في بيان اصول
تقوم في معرفة قسي الدوائر العظام التي على الكرة مقام الشكل القطاع سبعة فصول
الفصل الاول في صفة الزوايا الحادثة من تقاطع الدوائر العظام على سطح الكرة اذا
تقاطعت دائرتان عظيمتان في سطح الكرة على نقطتين متقابلتين وحدث حول
كل نقطة منهما اربع زوايا واردنا ان نعرف مقاديرها جعلنا تلك النقطة قطبا
ورسمنا عليها في سطح الكرة دائرة عظيمة ببعد ضلع مربع يقع في احدى تلك الدوائر
فيمر تلك الدائرة بمنتصف النقطتين المتقابلتين وتكون منطقة لهما على ما تبينه
ثاوذوسيوس في الشكل الثاني عشر من المقالة الاولى من كتابه في الاكر والدائرتان
الاوليان تقسمان هذه المنطقة باربعة اقسام تكون كل قسم منها وتر الزاويتين
متقابلتين من الزوايا التي الحادثة حول تلك النقطتين ومقدار من الاجزاء الثلثمائة
والستين التي تكون اجزاء جميع المنطقة هو مقدار كل واحدة من الزاويتين المتقابلتين

والزاويتين

149 وعند ذلك ان تكون غاية المشابهة بين ضلعي كل زاويتين المذكورتين فظاهر
من ذلك ان تلك الزاويتين تكونان متساويتين ثم ان كانت كل واحدة من [الدائرتين]
الاوليين قائمة على الاخرى كان كل قسم من الاقسام الاربعة التي المنطقة ربع الدور
اعني تسعين درجة وهو مقدار الزاوية القائمة وان كان تقاطعهما على غير قوائم كان وتر
الحادة اقل من الربع ووتر المنفرجة اكثر منه ومجموع كل حادة ومنفرجة متجاورتين مساو
لنصف الدور ويكون كل واحدة من الباقيتين مساوية لما يقابلها الحادة للحادة
والمنفرجة للمنفرجة ولتكن الدائرتان دائرتي اب ج د و ا ه ج ز وقد تقاطعتا على نقطتي
ا ج فحدث حول ا زوايا ب ا ه و ه ا د و د ا ز و ز ا ب الاربع وحول ج زوايا
ب ج ه و ه ج د و د ج ز و ز ج ب الاربع ولنرسم على قطبي ا ج ببعد ضلع المربع منهما
دائرة ب ه د ز فهي كالمنطقة لهما وقد انقسمت بها باقسام ب ه و ه د و د ز و ز ب
الاربعة وهي اوتار لتلك الاربع زوايا التي حدثت حول القطبين فقوس
ب ه وتر لزاويتي ب ا ه و ب ج ه وهو مقدارهما وقد تبين ان غاية التشابه بين
ذي ب ا ه و ايضا ه د مقدار زاويتي ه ا د و ه ج د و د ز مقدار زاويتي د ا ز
د ج ز و ز ب مقدار زاويتي ز ا ب و ز ج ب وقد ظهر ان زاويتي ب ا ه و ب ج ه متساويتان



ا ج ومقدارهما وكذا في البواقي فان كانت تقاطع دائرة اب ج د لدائرة ا ه ج ز
على قوائم كانت الاقسام الاربعة متساوية وان لم يكن كذلك وكانت زاوية ب ا ه
حادة مثلا كانت زاوية ه ا د منفرجة وهي تمامها الى نصف الدور وكانت زاوية
ب ا ه مساوية لزاوية د ا ز وذلك لان كل واحدة من زاويتي ب ا ه و د ا ز نصف
الدور فهما متساويان ونقص منهما المشترك فبقيت ب ا ه مساوية لد ا ز ومثله تبين ان
زاوية ه ا د مساوية لزاوية ز ا ب وقد تبين ان من الزوايا الثمانية الحادثة من تقاطع
كل دائرتين لم يقم احديهما على الاخرى اربعة حادات متساويات واربعة منفرجات
متساويات وان كل حادة ومنفرجة معا متساويان للقائمتين والسلام **الفصل الثاني**
في صفة المثلثات الحادثة في سطح الكرة من تقاطع الدوائر العظام وذكر ازواجها
كل مثلث يحدث من العظام في بسيط الكرة فمن الواجب ان يحدث معه
سبع مثلثات وذلك لان كل مثلث انما يحدث من ثلث قسي من اجزاء ثلث
دوائر عظام متقاطعة وكل ان الدائرتان المتقاطعتين تقسمان سطح الكرة باربعة
اقسام فالثالثة المقاطعة لهما تقسم كل قسم الى قسمين ويصير الجميع ثمانية مثلثات
فاذن كل مثلث يحدث معه سبع مثلثات فليكن المثلث اب ج واذا تممنا

دوائرها

150 دوائر اضلاعه وهي دائرة اب ه ز ودائرة ا ج د ه ودائرة ب ج د ز حدث
سبع مثلثات اخرى هي مثلثات ا ب ز ب ج ه ب ج ه ا ج ه د ز وجميع سطح الكرة ا ه ز ا ج د ب ه ج ه ز د
قد انقسم بهذه المثلثات الثمانية وقد وقع عليها تقاطعات واثنا عشر قوسا
وثمانية مثلثات واربع وعشرون زاوية ولما ذكرنا في قسمة سطح الكرة بالقطعات
تكون هنا ايضا المثلثات الاربعة الواقعة في نصف من السطح شبيهة ومساوية
للاربعة التي تقع في النصف الاخر كل واحد لنظيره مثلا مثلث ا ب ج شبيه +
ومساو لمثلث د ه ز وذلك لان ضلع ا ب يساوي ضلع د ه وضلع ا ج يساوي
ضلع د ز وضلع ب ج يساوي ضلع ه ز وزاوية ب ا ج المقابلة له مساوية
لها وهي مساوية لزاوية ه د ز وزاوية ا ب ج مساوية لزاوية د ه ز وهي مساوية لمقابلتها
اعني زاوية ... وزاوية ا ج ب مقابلة لزاوية ... المساوية لزاوية ... وكذلك
في سائر المثلثات والاربعة الواقعة في نصف السطح من المثلثات يتزاوج كل اثنين
منها في زاوية وضلع ويكون كل واحد من الضلعين والزاويتين الباقيتين تماما
لنظيره مثلا مثلث ا ب ج وقع مع مثلث ... في نصف الذي عليه ا ه ب
وقد تزاوجا في زاوية ج فان زاوية ا ج ب مساوية لزاوية ز ج ه وفي ضلع ...



ه ز فانهما متساويان وايضا ضلع ب ه تمام ضلع ه ز وضلع ا ه تمام ضلع ه ه
ومساوية لزاوية ا ه المساوية لزاوية ب ا ه تمام متساوية ه ز ومتساوية ا ب ه المساوية لزاوية
ا ز ه تمام متساوية ه ز ه وقس على ذلك في سائر المثلثات فاذا اذا عرفنا حال
مثلث واحد عرفنا حال المثلثات الخمسة باسرها واعلم ان حصر انواع المثلثات
يمكن اما باعتبار الاضلاع واما باعتبار الزوايا اما باعتبار الاضلاع في كونها
متساوية لربع او اقل او اكثر فيكون عشرة انواع هذه ا الاضلاع ارباع تام
ب ضلعان ربعان والثالث اصغر من ربع ج ضلعان ربعان والثالث اعظم د
ضلع ربع والباقيان اصغر ه ضلع ربع والباقيان اعظم و ضلع ربع والآخر اصغر
والثالث اعظم ز كل واحد منها اصغر من الربع ح اثنان اعظم منه والثالث
اصغر ط اثنان اصغر منه والثالث اعظم ي كل واحد منها اعظم من الربع وهذه
الانواع تحصل من عشرة انواع من التقاطع فان المثلث اذا كان من نوع الرابع فيكون
كل واحد من اضلاعه اصغر من الربع كانت المثلثات الثلثة الباقية معه في نصف
سطح الكرة جميعا من النوع الثامن اعني يكون ضلعان منه اعظم من الربع والثالث اصغر
وذلك لان المثلث الاول يوافق كل واحد من الثلثة الباقية في ضلع فيكون في كل واحد

منها ضلع

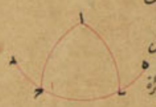
منها ضلع اصغر من الربع ويكون الضلعان الباقيان تماما الباقيين من كل واحد من الثلثة
الباقية فيكون في كل واحد منها ضلعان كل واحد منها اعظم من الربع وبهذا البيان
تبين انه ان كان المثلث المفروض من النوع الثاني كان اثنان من الثلثة الباقية
ايضا من ذلك النوع وواحد من النوع الرابع فاذن هذان النوعان اعني الرابع
والثاني متلازمان ويحدثان من نوع واحد من التقاطع وايضا النوع الرابع والنوع
الخامس والنوع السادس متلازمة ويكون من المثلثات الاربعة واحد من الرابع
وواحد من الخامس واثنان من السادس وايضا النوع التاسع والنوع العاشر
متلازمان ويكون من المثلثات ثلثة من النوع التاسع وواحد من العاشر وايضا
النوع الثامن والنوع الثالث متلازمان ويكون من المثلثات اثنين من كل نوع
منهما والنوع الاول لا يلازم غيره بل ينعكس في نفسه فتشابه المثلثات الاربع ويتساوى
فيه فاذن انواع التقاطع خمسة ا الذي يحدث منه مثلثات من النوع الاول ب
الذي يحدث مثلثات من النوع الثامن والثالث ج الذي يحدث منه مثلثات
من النوع الرابع والنوع الخامس والنوع السادس د الذي يحدث منه مثلثات
من النوعين الرابع والثامن ه الذي يحدث منه مثلثات من النوعين التاسع والعاشر

واما حصر المثلثات باعتبار الزوايا في كونها قوائم او غير قوائم فعشرة ايضا هي
ا الزوايا الثلث قوائم ب اثنان قائمتان والثالثة حادة ج اثنان قائمتان والثالثة
منفرجة د احديها قائمة والباقيتان حادتان ه احديها قائمة والباقيتان
منفرجتان و احديها قائمة والاخرى حادة والثالثة منفرجة ز كلها حادة ح احديها
حادة والباقيتان منفرجتان ط كلها منفرجة ي احديها منفرجة والباقيتان
حادتان وانواع التقاطع المقتضية لحدوث هذه المثلثات ايضا خمسة ا الذي
يحدث منه النوع الاول وحده ب الذي يحدث منه النوع الثاني والنوع الثالث
ج الذي يحدث منه الرابع والخامس والسادس د الذي يحدث منه السابع
والثامن ه الذي يحدث منه التاسع والعاشر وكيفية تلازم هذه المثلثات
وحدودها من هذه الانواع الخمسة تبين مما قدمنا في الفصل الثالث في احكام انواع المثلثات
واعتبارها بالخصوص والعموم فلنبدأ بتفصيل انواع العشرة الاولى ا
كل مثلث يكون اضلاعه ارباعا يكون زواياه قوائم بالضرورة وقطب كل ضلع
نقطة الزاوية التي يوترها ذلك الضلع ويكون المثلث ا ب ج ويكون البعد بين نقطة ا
وكل واحدة من نقطتي ب ج اعني وتري ضلعي ا ب ا ج بقدر ضلع المربع الواقع في دائرة

عظيمة



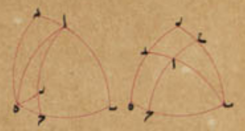
عظيمة تقع في سطح الكرة فان نحن رسمنا على قطب ا وببعد البعد دائرة عظيمة كان
قوس ب ج منها وقد تبين ذلك في الشكل الرابع عشر والثاني عشر من المقالة الاولى
من كتاب الاكر وكذلك القول في سائر الزوايا والاضلاع ولذلك كل ضلع ربعا
كانت الزوايا المتقابلة لها قوائم ب كل مثلث يكون ضلعاه ربعين والثالث اصغر
من الربع يكون المتساويتان فيه قائمتين والواحدة حادة وهي تكون قطبا لزاوية
قطب الضلعين الذين يوتران القائمتين مجاورا للاولى خارجين من المثلث فيكون



المثلث ا ب ج ويكون ا ب ا ج ربعين و ب ج اصغر منه فيكون نقطة ا قطبا لدائرة
ب ج فلذلك يكون متساويتا ب ج قائمتين لما تبين في الشكل السادس عشر من المقالة
الاولى من الاكر ويكون ب ج اقل من الربع فتكون المتساوية ا حادة واذا اخرجنا
قوس ب ج في جهتيها وجعلنا ب د مساوية لـ ا ب كان د قطب دائرة ا ج وايضا
اذا جعلنا ج ه مساوية له كان ه قطب دائرة ا ب ج كل مثلث يكون ضلعاه ربعين
والثالث اعظم كانت المتساويتان فيه قائمتين والواحدة التي يوترها الضلع الذي
هو اعظم من الربع منفرجة ونقطة الزاوية المنفرجة قطب لـ ا ب ج وقطبا الضلعين الآخرين
مجاورا المنفرجة داخل المثلث فيكن المثلث ا ب ج ويكون ا ب ا ج ربعين و ب ج



اعظم منه فيكون ا قطب ح ولام وسلوديات ح قائمتين ولكون ح ه اعظم من الربع
يكون سلودية ا منفرجة ونفصل ح ر بقدر الربع فيكون ر قطب الضلع اب وايضا
نفصل ه ه بقدر الربع فيكون ه قطب الضلع ا ح د كل مثلث يكون احد اضلاعه ربعا
والباقيان اصغر منه كانت الزاوية الموترة بالربع منفرجة والاخريان حادتان
واقطاب الاضلاع خارجة عن المثلث ونقدم لبيانه مقدمة هي ان نقول كل
سلودية قائمة او حادة كان ضلعاها اصغر من الربع فوترها اصغر من الربع ايضا فلتكن
زاويتا ب قائمة وكل واحد من اب ب ح اقل من الربع ونرسم وتر ا ح فنقول
هو ايضا اقل منه برهانه نخرج ب ا ب ح الى ان يصير ا ربعين عند نقطتي د ه ونرسم
د ه ونخرج د ه ا من العظام على نقطتي ... في الشكل الاول والعشرين من المقالة
الاولى من كتاب ... وكون ه قطب ب ح ... في الشكل الاربع عشر
من المقالة المذكورة وان كان ربعا كان ا قطب ... قطب ... فهو ايضا
نظ وان كان ا ه اعظم من الربع نفصل منه ا م بقدر الربع ونرسم ... قطب
وقس ... من العظام فيكون سلودية ا ... قائمة وكانت سلودية ... قائمة فهذا خلف
فاذن ا ح اصغر من الربع واما ان كانت سلوديتا ... حادة او منفرجة ...



١٥٣ الا ان يصير ... ربعين ورسمنا على قطب ... ربع ... ومثلث
... من الارباع ثم نخرج ... الا ان يخرج من المثلث على ح فان وقعت نقطة ح
على احد ضلعي ... كان ... اصغر من الربع و ... اصغر كثيرا منه لما مر وان وقعت
على سلودية ... كان ... ربعا و ... اصغر منه وذلك ما اردناه وبعد تقديم هذه المقدمة
نقول فليكن المثلث الموصوف ا ب ح وليكن ا ب ربعا وكل واحد من ا ح ب ح
اصغر منه فان كان سلودية ح قائمة او حادة كان ا ب اقل من الربع وقد فرضنا
ربعا فاذن سلودية ح منفرجة ونخرج ... الا ان يصير ... ربعا ونرسم على قطب ...
بعد ضلع المربع ا ه فتكون سلودية ... قائمة وتكون سلودية ... حادة ومثله
نبين ان سلودية ... ايضا حادة ولكون سلودية ... قائمة يجب ان يمر ا ه بقطب
دائرة ا ... فيكون خارجا عن المثلث وايضا ان مرت قوس من العظام بقطب
دائرة ... فقطب دائرة ... يكون خارجا عن المثلث وايضا ان مرت قوس من العظام
بقطب دائرة ... ونفصلت ووقعت خارج المثلث لكون سلوديتي ... حادة فلذلك
يكون قطب دائرة ... ايضا خارجا وقس عليه حال قطب ا ... ه كل مثلث يكون
احد اضلاعه ... ربعا والباقيان اعظم منه كانت الزوايا كلها منفرجة والاقطاب



داخل المثلث فليكن المثلث ا ب ح وليكن ا ب ربعا وكل واحد من ا ح ب ح اكبر
فلنخرج ... الا ان يتقاطعا على نقطة ... ويحدث مثلث ... فيكون ضلع
... منه ربعا وضلعاه ... اصغر منه فيكون لما مر سلودية ... منفرجة و ...
مساوية لها فهي ايضا منفرجة وسلوديتا ... حادتان فتكون سلوديتا
... منفرجتان واذا اخرجنا ... يخرجان من نقطتي ... قائمتين
على ... فلا محالة يتقاطعان داخل المثلث وقطب ... يكون على نقطة
تقاطعهما فهو داخل المثلث وكذلك القطبان الاخران و كل مثلث يكون
احد اضلاعه ربعا واحد اعظم منه والثالث اصغر كانت الزاوية التي يوترها الضلع
الذي هو اعظم من الربع منفرجة والباقيتان حادتين وتقع الاقطاب خارجة
عن المثلث فليكن المثلث ا ب ح وليكن ... اعظم من الربع و ... ربعا و ...
اصغر ونخرج ... الا ان يتلاقيا عند ... ويحدث مثلث ... ويكون
ضلعاه اصغر من الربع وضلع واحد ربعا فتكون سلودية ... منه حادتين و...
... منفرجة ويلزم منه ان تكون في مثلث ... سلودية ... وزاويته ... حادتين
وزاوية ... منفرجة وبالوجه المذكور في النوع الرابع تكون الاقطاب خارج المثلث





١٥٤ ز كل مثلث يكون ... احد اضلاعه مساويا اصغر من الربع كانت سلوديتان
من زواياه حادتين والثالثة يمكن ان يكون من كل واحد من الانواع الثلثة
وتقع الاقطاب خارج المثلث فليكن المثلث ا ب ح فان لم يكن فيه حادتان
كان فيه اما قائمتان واما منفرجتان واما قائمة ومنفرجة وكلها محال اما الاول
فلانه لو كانت سلوديتا ... قائمتين كان ... قطب ... ويكون ...
... ربعين وقد فرضناهما اصغر هذا خلف واما الثاني فلانها لو كانتا منفرجتين
واقمنا على ... نقطتي ... قوس ... على زوايا قائمة يلتقيان عند ...
وهو قطب ... واذا جعلت ... قطبا ورسمنا ببعد ... دائرة قطعت اما ضلع
... واما ضلع ... على نقطة ... ويكون ... ربعا وقد فرضنا كل واحد من ...
... اصغر من ربع هذا خلف واما الثالث فلان سلودية ... ان كانت قائمة
وزاوية ... منفرجة ورسمنا دائرة ... بقطب دائرة ... ونقطة ... ولكن
... ... لا محالة بضلع ... على نقطة ... ويكون ... قطب دائرة ... فيكون ...
ربعا وكانت ... اصغر منه هذا خلف فاذن ثبت ان سلوديتين من المثلث المذكور
يجب ان يكونا حادتين والثالثة يجوز ان تكون احدى الزوايا الثلث فان ... منفرجة



والقائمة والحادة يجوز ان يكون لها اوتار اصغر من الربع ح كل مثلث يكون
ضلعان منه اعظم من الربع والثالث اصغر منه كانت زواياه على احد خمسة اوجه
الاول ان يكون قائمة ومنفرجتين والثاني ان يكون قائمة ومنفرجة وحادة والثالث
ان يكون حادة ومنفرجتين والرابع ان يكون منفرجة وحادتين والخامس ان يكون
الكل منفرجات والخمسة الاوجه الباقية يكون محالا وليكن المثلث ا ب ج وليكن كل
واحد من ا ب ا ج اعظم من الربع و ب ج اصغر وليس ا ب ا ج متساويين فيكون كل واحد
من اضلاع مثلث ب ج د اصغر من الربع فان كانت زاوية د قائمة وزاويتا
ب ج حادتين كان مثلث ا ب ج على الوجه الاول وان كانت احدى زاويتي ب ج
د قائمة والباقيتان حادتين كان مثلث ا ب ج على الوجه الثاني وان كانت
زوايا مثلث د ب ج كلها حادة كان مثلث ا ب ج على الوجه الثالث وان كان
احدى زاويتي د ب د ج منفرجة والباقيتان حادتين كان مثلث ا ب ج
على الوجه الرابع وان كانت زاوية د منفرجة كان مثلث ا ب ج على الوجه الخامس
واما الوجوه المحالة فاولها ان يكون الزوايا قوائم وثانيها ان يكون قائمتين وحادة
وثالثها ان يكون قائمتين ومنفرجة ورابعها ان يكون الكل حادة وخامسها ان يكون



١٥٨ قائمة وحادتين وذلك لان على تقدير الاوجه الثلثة الاول يلزم ان يكون جميع
الاضلاع او بعضها ارباعا وعلى التقدير الرابع يلزم ان يكون جميع الاضلاع
اصغر من الربع وعلى التقدير الخامس فان كانت القائمة ا نخرج ب ج الى
ح فتصير ا ح قطب ب ج وليكن ا ح ربعا وكان ا ج اعظم من الربع
هذا خلف وان كانت القائمة ب فصل ب ه ربعا ورسمنا ه العظيمة
فيكون ه قطب ا ب وزاوية ه ب ج قائمة وكانت زاوية ا ب ج حادة هذا خلف
فاذن الوجوه الخمسة محالة واما حال الاقطاب فان كان في المثلث قائمة ومنفرجتان
كان قطب كل ضلع من ضلعي القائمة على الاخر وقطب وتر القائمة داخل المثلث
وان كانت فيه قائمة ومنفرجة وحادة كان قطب وتر الحادة على وتر المنفرجة داخل
المثلث وقطب وتر المنفرجة على وتر الحادة خارجا منه وقطب الضلع الثالث ايضا
خارجا وان كانت فيه ثلث منفرجات كانت الاقطاب داخله وان كانت
فيه منفرجة وحادتان كانت الاقطاب خارجة وان كانت حادة ومنفرجتان
كان قطب وتر الحادة داخلا وقطب الباقيين خارجين تبين ذلك ط
كل مثلث احد اضلاعه اعظم من الربع والباقيان اصغر كانت الزاوية التي يوترها

الضلع الاعظم منفرجة والباقيتان حادتين والاقطاب تقع خارجة فليكن في مثلث
ا ب ج كل واحد من ضلعي ا ب ا ج اصغر من الربع وضلع ب ج اعظم اقول فيكون
زاوية ا منفرجة لانها ان كانت قائمة او حادة وضلعاها اصغر من الربع كان وتر
ب ج ايضا اصغر منه وكان اعظم هذا خلف وايضا زاويتا ب ج تكونان
حادتين فان ب ج لم تكن حادة لكانت اما منفرجة او قائمة فان كانت قائمة فنفصل
ب د بقدر الربع فيكون د قطب ا ب ونخرج ا د الى ان يصير ربعا عند ه
ونرسم ب ه فيكونان ربعين واذا اخرجناه الى ا كانت ا ه ربعا
وقد فرضناه اقل من ربع هذا خلف وان كانت زاوية ب منفرجة وكانت
زاوية ا منفرجة رسمنا على قطب ا ب دائرة تمر بنقطتي ا ب وكان القطب
داخل المثلث ولتكن نقطة ح ونخرج ا ب الى ه ونرسم ح ج ونخرجه الى ه
فيكون ا ه ربعا لكون ا قطب ح ه وكانت ا ج اقل من الربع هذا خلف
وهذا الحكم في زاوية ج وقد تبين حال الاقطاب مما ذكرنا ي كل مثلث كان كل
واحد من اضلاعه اعظم من الربع فزواياه منفرجة واقطابه تقع داخل المثلث
فليكن المثلث ا ب ج ونخرج ضلعي ا ب ا ج الى ان يتقاطعا عند د ففي مثلث ب ج د







١٥٩ ضلع ب ج اعظم من الربع وكل واحد من الباقيين اصغر منه ويلزم منه ان يكون
زاوية د منفرجة والباقيتان حادتين فاذن في مثلث ا ب ج يكون الزوايا
منفرجة وحال الاقطاب ظاهرة وهذا اخر الانواع العشرة التي يكون بحسب
اعتبار الاضلاع واما العشرة الثانية التي يعتبر فيها الزوايا فتفصيلها ا كل
مثلث زواياه قوائم فاضلاعه ارباع وكل زاوية يكون قطبا لوترها ومركز هذا
المثلث يكون ثمن سطح الكرة ب كل مثلث يكون فيه حادة وقائمتان يكون
ضلعا الحادة ربعين ووترها اصغر من الربع والزاوية الحادة تكون قطبا لوترها
وقطبا ضلعيها يكونان على وترها خارج المثلث ج كل مثلث يكون فيه منفرجة وقائمتان
يكون ضلعا المنفرجة ربعين ووترها اعظم من الربع والزاوية المنفرجة قطب وترها
وقطبا ضلعيها يكونان على وترها داخل المثلث وقد تبين من هذا حال هذه الانواع
الثلثة د كل مثلث يكون فيه قائمة وحادتان يكون كل ضلع منه اصغر من الربع
والاقطاب خارج المثلث وقطب كل ضلع للقائمة على الضلع الاخر فليكن زاوية
ا من مثلث ا ب ج قائمة والباقيتان حادتين واذا اخرجنا ا ب ج قوسا عظيمة
يقوم على ا ب على قوائم لاقت ا ج عند ه ويكون قطب ا ب فيكون ا ه ربعا وا ج اصغر







منه وكذلك نبين ان اج اصغر من ربع ويكون بسوية آ قائمة وضلعا اب اج
اصغر من الربع لكون ب ج اصغر من الربع وحال الاقطاب ستتبين من البيان
ح كل مثلث يكون فيه قائمة ومنفرجتان يكون وترا المنفرجتين اعظم من الربع ووتر
القائمة اصغر منه وقطبا ضلعين محيطين بالقائمة والثالث داخل المثلث فليكن
في مثلث ا ب ج زاوية آ قائمة وزاويتا ب ج منفرجتين ونخرج ضلعي اب اج الى
ان يتلاقيا عند د فيكون في مثلث ب د ج زاوية آ قائمة وحادتان ويكون ضلعاها
اصغر من الربع فيكون في مثلث ا ب ج ضلعا اب اج اعظم من الربع وضلع ب ج
اصغر من الربع وحال الاقطاب ظاهرة ط كل مثلث فيه قائمة وحادة ومنفرجة
يكون وتر الحادة اصغر من الربع والضلعان الباقيان اعظم من الربع ويكون
قطب وتر الحادة مع وتر المنفرجة داخلا وقطب وتر المنفرجة مع وتر الحادة
خارجا وقطب وتر القائمة ايضا خارجا فليكن في مثلث ا ب ج زاوية آ حادة
وزاويتا ب قائمة وزاوية ج منفرجة ونخرج اب اج الى ان يلتقيا عند د
ويكون في مثلث ب د ج زاوية ب قائمة وزاويتا د ج حادتان ويكون ضلعاها اصغر
من الربع فيكون في مثلث ا ب ج ضلعا اب اج اعظم من الربع وضلع ب ج اصغر

ويكون

١٥٧

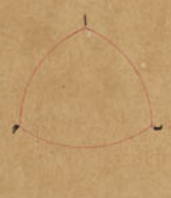
ويكون بسوية ب ج قائمة وب ج اصغر من الربع يكون قطب اب مع ب ج خارجا
ويكون اب اعظم من الربع يكون قطب ب ج مع اب داخلا ويكون
بسوية آ حادة يكون قطب اج خارجا ى كل مثلث يكون زواياه كلها حادة
واضلاعه اصغر من الربع واقطابه تقع خارجا عن المثلث فليكن المثلث ا ب ج
ونخرج من نقطتي ب ج قوسان قائمتان على ب ج ويتلاقيان عند د فهو قطب ب ج
فيكون ب د ربعا ونرسم عظيمة من نقطة د اعني دائرة د ا ج فلو كان
ا ب ربعا كانت قطب ا ج وكانت بسوية ب ا ج قائمة وكنا فرضناها
ب ا ج حادة هذا خلف وان كان ب ا اعظم من الربع كان في مثلث ب د ا
ضلع ب د ربعا وضلع ب ا اعظم منه وضلع د ا اصغر فيكون بسوية ب د ا
منفرجة وبسوية ب ا د حادة فيكون بسوية ب ا ج منفرجة وكنا فرضناها
ب ا ج حادة هذا خلف فاذن لا يكون ضلع ب ا الا اصغر من الربع ومثله
نبين ان ضلع ا ج ايضا اصغر من الربع ويكون بسوية آ حادة وضلعه
اصغر من الربع لكون وتره اصغر من ب ج اصغر من الربع فيكون الاضلاع اصغر
من الربع وحال الاقطاب ظاهرة ح كل مثلث تقع فيه حادة ومنفرجتان



كان وترا المنفرجتين اعظم من الربع ووتر الحادة اصغر منه وقطب وتر الحادة
يقع داخلا والقطبان الآخران يقعان خارجين فليكن في مثلث ا ب ج زاوية
آ حادة والباقيتان منفرجتين ونخرج ضلعي اب اج الى ان يلتقيا عند د
فيكون مثلث ب د ج حاد الزوايا واضلاعه اصغر من الربع ففي مثلث ا ب ج
يكون ضلعا اب اج اعظم من الربع وضلع ب ج اصغر وحال الاقطاب ظاهرة
ط كل مثلث زواياه الثلث منفرجات كان ضلعان منه اعظم من الربع
والثالث يجوز ان يكون اعظم وان يكون مساويا وان يكون اصغر والاقطاب
يقع داخلا ولكن المثلث ا ب ج فلو كانت اضلاعه جميعا اصغر من الربع او ضلعان
منه اصغر والثالث من اي جنس كان او ضلع اصغر وضلع ربعا وضلع اعظم
لوقعت فيه حادتان ولو كان ضلعان مساويين للربع لوقعت فيه قائمتان
وكلها محال فبقي ان يكون فيه ضلعان اعظم من الربع والثالث كيف كان جاز
وحال الاقطاب ظاهرة ى كل مثلث احدى زواياه منفرجة والباقيتان
حادتان كانت اضلاعه مع احد خمسة اوجه آ اما كل واحد منه اصغر من الربع
ب او ضلعان اصغر والثالث ربع ج او ضلعان اصغر والثالث اعظم د

او ضلعان





١٥٨

او ضلعان اعظم والثالث اصغر ه او ضلع ربع وضلع اعظم منه وضلع اصغر
والاوجه الباقية محال وتقع الاقطاب خارجة فليكن في مثلث ا ب ج زاوية
آ منفرجة والباقيتان حادتين ونخرج ا ب ا ج الى ان يلتقيا عند د فيكون
مثلث ب د ج منفرج الزوايا الثلث فيكون فيه ضلعان اعظم من الربع والثالث
من اي جنس كان جاز فان كان ب د ج اصغر من الربع كان مثلث ا ب ج مع الوجه
الاول وان كان ب د ج ربعا كان مع الوجه الثاني وان كان ب د ج اعظم من الربع
كان مع الوجه الثالث وان كان احد ضلعي ب د د ج اصغر من الربع كان مثلث
ا ب ج مع الوجه الرابع وان كان احد ضلعي ب د د ج ربعا كان مع الوجه الخامس
واما الوجه المحال آ وان تكون الاضلاع اربابا ب او ضلعان ربعان
والثالث اصغر ج او ضلعان ربعان والثالث اعظم فان ذلك يقتضي
كون اكثر الزوايا او كلها قوائم د او تكون الاضلاع اعظم من الربع ه
او ضلعان اعظم والثالث ربعا فان ذلك يقتضي كون الزوايا منفرجة وحال
الاقطاب ظاهرة ونحن وضعنا هذه الاحكام في جدول حتى يعرف احوال
بعضها بالقياس الى البعض الآخر وهو هذا واحكام الاقطاب جملة



انواع المثلثات بحسب الاضلاع / بحسب الزوايا	الاضلاع ارباع	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
الزوايا كلها قوائم	لا	ح	ل	ح	ل	ح	ل	ح	ل	ح
قائمتان و حادة	ل	ممتنع	ل	ح	ل	ح	ل	ح	ل	ح
قائمتان و منفرجة	ل	ح	ممتنع	ح	ل	ح	ل	ح	ل	ح
قائمة و حادتان	ل	ح	ل	ح	ل	ح	ممتنع	ح	ل	ح
قائمة و منفرجتان	ل	ح	ل	ح	ل	ح	ل	ممتنع	ل	ح
قائمة و حادة و منفرجة	ل	ح	ل	ح	ل	ح	ل	ممتنع	ل	ح
الزوايا كلها حواد	ل	ح	ل	ح	ل	ح	ممتنع	ح	ل	ح
حادة و منفرجتان	ل	ح	ل	ح	ل	ح	ل	ممتنع	ل	ح
الزوايا كلها منفرجة	ل	ح	ل	ح	ممتنع	ح	ل	ممتنع	ل	ممتنع
منفرجة و حادة	ل	ح	ل	ممتنع	ل	ممتنع	ممتنع	ممتنع	ممتنع	ح

ان الضلع المطلوب قطبه ان كان بين قائمتين فقطبه على نقطة الزاوية المؤثرة
به وان كانت على احد حديه قائمة كان قطبه على الضلع الآخر للقائمة داخلا
ان كان الضلع اعظم من الربع او خارجا ان كان اصغر وان كان الضلع
بين منفرجتين كان القطب داخل المثلث وان كان بين حادتين او بين
حادة وغيرها كان القطب خارجا والله اعلم الحقيقة **الفصل الرابع** في الاشارة الى
كيفية التوصل بالمعلومات الى المجهولات في هذه المثلثات قد تبين مما مر ان
العلم بثلثة من المثلثات الستة الحادثة في سطح الكرة من تقاطع ثلثة الاعظام

١٥٩

يستلزم العلم بالمثلثات الستة الباقية وتبين ايضا ان انواع التقاطعات
خمسة فقط فنقول الآن **اما النوع الاول** من التقاطعات وهو ان تكون الزوايا
قوائم والاضلاع ارباعا فلا يكون فيه شيء من الاضلاع والزوايا مجهولة
فلا يتصور فيه توصل بمعلوم الى مجهول **واما النوع الثاني** وهو الذي يحدث منه
اربع مثلثات يكون لكل واحد ضلعان ربعين وواحد اصغر وتسوديان
قائمتان وواحدة منفرجة فيكون في كل مثلث منها ضلعان ربعان وتسوديان
قائمتان معلومة ويبقى ضلع وتسودية بمقدار واحد واحد لا يكون له تعلق بما
هو معلوم فان كان ذلك الشيء معلوما لم يبق فيها مجهول وان كان مجهولا لم يمكن
ان يصير بما هو فيها معلوم معلوما ولا يقع في هذا النوع ايضا توصل بمعلوم الى
مجهول **واما الانواع الثلثة الباقية** فهي التي اذا عرف منها حال مثلث واحد
من كل نوع عرف به حال باقي المثلثات ولنتكلم اولا من كل نوع في مثلث
يكون اكبر اضلاعه اصغر من الربع واكبر زواياه حادة وذلك اما باعتبار
الاضلاع فيكون مثلثا ضلعان منه اصغر من الربع والثالث اما اصغر او اعظم
او مساو للربع وهذه ثلثة واما باعتبار الزوايا فيكون مثلثا تسوديان منه حادتان

والثالثة اما حادة واما قائمة واما منفرجة وهذه ايضا ثلثة والثلثة الاولى تستلزم الثلثة
الاخيرة من غير عكس فان المثلث الذي يكون ضلعان منه اصغر من الربع والثالث
مساويا للربع والذي يكون ضلعان منه اصغر والثالث اعظم يكون فيهما الضرورة
حادتان ومنفرجة والذي يكون كل ضلع منها اصغر من الربع يكون فيه حادتان
وثالثة يجوز ان يكون حادة او قائمة او منفرجة وايضا المثلث الذي يكون زواياه
حادات او يكون فيه حادتان وقائمة يكون بالضرورة كل ضلع منه اصغر
من ربع والذي يكون فيه حادتان ومنفرجة يمكن ان يكون بحسب الاضلاع على احد
الثلثة الاولى ويمكن ان يكون على وجهين غيرها وهو ان يكون ضلعان منه اعظم من الربع
والثالث اصغر منه وان يكون منه ضلع ربعا وضلع اصغر منه وضلع اعظم واذا كان
ذلك كذلك كفانا الكلام في مثلث حاد الزوايا ومثلث قائم الزاوية ومثلث منفرج
الزاوية ولم يحتج الى ما عداها او الى ما تقدم ذلك **فنقول** قد علمت ان في كل مثلث ستة
اشياء من اضلاعه وزواياه واذا عرف مقادير ثلثة من هذه الستة اي ثلثة
كانت عرف الباقية بالطريق المعروف في المقادير الاربعة المتناسبة و في المثلث
القائم الزاوية يكون الزاوية القائمة احدى الثلثة المعلومة ولذلك لا يحتاج فيها الا الى

١٦٠

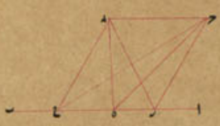
معرفة شيئين غيرها اما في المثلثين الآخرين فلا بد من معرفة ثلثة اشياء والآن
وجب علينا ان نبين وجوه النسب الواقعة بين هذه الاشياء الستة
حتى يتوصل بها الى جميع المطالب في هذا الباب ولنتكلم في ذلك فان بها
احد ما يعرف بالشكل المغني عن القطاع فانه يقوم في معرفة جميع القسي المجهولة
مقام الشكل القطاع ويغني عن اختلاف دعاويها ومن وجوه النسب
المؤلفة الواقعة فيها والثاني ما يعرف بالشكل الظلي وهو ايضا في معظم المطالب
يقوم مقام القطاع ويغني عما يغني المغني عنه ويكون العمل به في بعض المواضع
اسهل من العمل بالمغني وفي بعضها بالضد واذا حقق امر هذين الشكلين وجد
سوجيين الى التركيب والتفصيل الواقعين في القطاع وانا اورد ما
قرره افاضل اهل هذا العلم **الفصل الخامس** في الشكل المغني وشرح قد ورد
ولا حد اصحاب و عادته ان نسب جيوب اضلاع المثلثات الحادثة من تقاطع
القسي العظام في سطح الكرة كنسب جيوب الزوايا الموترة بها وقد جرت العادة
ببيان هذه الدعوى اولا في المثلث القائم الزاوية وقد دبر في اقامة البرهان
عليها فيه مذاهب جمعها الاستاذ ابو الريحان البيروني في كتاب له سماه

بمعاليه علم الهيئة ما يجري في تسطيح الكرة وغيره ويوجد في بعض تلك الطرق
تقارب فاخترت منها ما كان اشد مباينة ليكون هذا الكتاب جامعا مع رعاية
شرط الايجاز وابتدأت بطرق الامير ابي نصر منصور بن عراق فان
الغالب على الظن ان ابا الريحان انه السابق الى الظفر باستعمال هذا القانون
في جميع المواضع فان كان لكل واحد من الفاضلين ابي الوفاء محمد بن محمد البوزجاني
وابي محمود حامد بن الخضر الخجندي ادعى السبق ايضا فيه والامير ابو نصر قدم
على بيانه في بعض كتبه مقدمة ليس بضرورية في هذا الشكل وان كانت مفيدة
وهي هذه مقدمة اذا تقاطع سطحان مستويان على غير قوائم وفرضت نقطة على
احدهما واخرج منها عمودان احدهما على السطح الآخر والآخر في ذلك السطح
على الفصل المشترك بين السطحين ووصل بين موقعي العمودين بخط مستقيم كان
ذلك الخط ايضا عمودا على الفصل المشترك فليتقاطع السطحان على ا ب ج د والفصل
المشترك بينهما ولتكن النقطة المفروضة في احدهما ه وليخرج منها عمود ه ز على
السطح الآخر وعمود ه ح على الفصل المشترك ولنصل ح ز فاقول انه عمود على ا ب
برهانه نفرض على خط ا ب نقطة ط كيف اتفق ونصل ه ط ز ط فلكون ه ز

161



عمودا على السطح الذي فيه ز ط وكل واحد من ز ح ز ط في ذلك السطح فزاويتا ه ز ح ه ز ط
قائمتان وكذلك متساويتا ه ح ط وكون ه ط وتر القائمة وه ز ح ز وكون مربعه
مساويا لمربعي ه ح ح ط ومربع ه ط مساو لمربعي ه ز ز ط ومربع ه ح مساو لمربعي ه ز ز ح
فمربعا ه ز ز ط مساويان لمربعات ه ز ز ح ح ط وتسقط مربع ه ز المشترك يبقى مربع
ز ط مساويا لمربعي ز ح ح ط فاذن ز ح عمود على ا ب وذلك ما اردناه برهان آخر عليه
وما ابو الريحان فانه بين هذا الشكل بفصول ستة وج مساويا له ووصل ح ج ه ح وليكن



في مثلثي ه ح ز ه ح ج ضلعا ه ح مساويين لضلعي ه ح ح ج وزاويتا ه ح ز ه ح ج قائمتان
فح ز مساو لح ج وفي مثلثي ه ز ح ه ز ج ضلعا ز ح ز ه وج ه متساويان وه ز مشترك
فقاعدتا ه ج ه ح متساويان وفي مثلثي ز ه ح ج ه ح ضلعا ز ح ح ج متساويان وكذلك ضلعي
ه ز ه ج وضلع ه ح مشترك فزاوية ز ه ح مساوية لزاوية ج ه ح فاذن ه ح عمود على ا ب
وذلك ما اردناه واستغنى ببيان المطلوب بالشكل المغني لكن مثلثات هذا الشكل
العظام وفيه زاوية قائمة فنقول نسبة جيب ضلع ا ب وتر القائمة الى جيب
ضلع ب ج وتر زاوية ا كنسبة الجيب الاعظم اعني نصف القطر وهو جيب القائمة
الى جيب زاوية ا برهانه نخرج قوسي ا ب ا ج الى ان يتم الربعان ونجعل نقطة ا قطبا

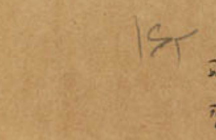




ونرسم العظام فهو مقدار زاوية ا ولتكن د مركز الكرة ونخرج منه انصاف اقطار
من ا ب د ه د ح وليكن د ه عمودا على د ا ح ليكون ا د ربع دائرة وخط د ا فصلا مشتركا
لدائرتي ا د ه ونخرج من نقطة ج عمود ح ح على ا د وليكن في سطح دائرة ا ه
وهو جيب قوس ا ح وكذلك ج ك عمود في سطح واحد على ا د ليكون متوازيين
من نقطتي ه ح عمودي ه ق ح ط في سطح دائرة ه ق ح على نصف قطر ط د الذي
احدهما فصل مشترك لدائرتي ه ا ق والآخر فصل مشترك لدائرتي ح ا ه فيكونان
عمودين على سطح دائرة ا ه لكون سطحي ه ق ح قائمين على سطح ا د على ما تبين في كتاب
الاصول لاقليدس فظاهر ان عمود ه ق جيب قوس ه ق الذي هو قدر زاوية ا
وعمود ح ط جيب قوس ح ب واذا وصلنا بين موقعي عمودي ه ق ح ط بخط ق ط
كان عمودا على ا د بحكم المقدمة فيكون في مثلثي ه ق ط ح ط ح متوازيين لكونهما
عمودين على سطح واحد وح ح ق متوازيين لما مر فزاويتا ه ق ط ح ط ح متساويتان
لما تبين في كتاب الاصول وزاويتا ه ط ق ح ح ط قائمتان ولذلك يكون المثلثان
متشابهين وان شئنا قلنا وخطا ه ط ح ط متوازيان بحكم المقدمة فمثلثا ه ق ط ح ط ح
متشابهان لتوازي اضلاعهما كل لنظيره فيكون نسبة ح ح جيب قوس ا ح الى

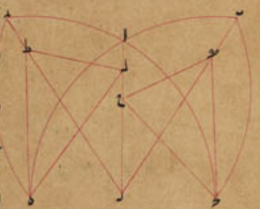
162

نصف القطر وهو جيب زاوية القائمة كنسبة ح ط جيب قوس ح ب الى ه ق
جيب ه ق اعني جيب زاوية ا وبالابدال نسبة جيب قوس ا ح الى جيب قوس ب ح
كجيب القائمة الى جيب زاوية ا وذلك ما اردناه وقد ظهر انا اذا وصلنا قوسا اخرى
من العظام يخرج من نقطة اخرى مثل ر كنقطة ل بحيث يلزم منها دائرة ا ه على قوائم
كانت نسبة جيب قوس ل م الى جيب قوس ر ل ايضا كنسبة جيب قوس ح ه
الى جيب قوس ه ا فيكون نسبة جيب قوس ل م الى جيب قوس ل ا كجيب
قوس ب ح الى جيب قوس ح ا وقد جرت العادة في امثال هذه المثلثات بان
يسمى قوس ب ح ميل قوس ا ب وهي حصة قوس ا ح من منطقة دائرة ا ه
من دائرة ا ح الذي يكون بقدر زاوية ا وان يسمى قوس ب ح الى قوس ب ا
سمت هذا كالاجزاء بالاضافة الى ميلها وابو الريحان يسميها عرضا لها فقوس ب ح ميل
اول القوس ا ح وميل ثاني القوس ا ب او ميل الفلك وعرض لهذه ونسبة جيوب الميل
بعضها الى بعض كنسبة جيوب قسيها بعضها الى بعض فنسبة جيب كل ميل الى جيب قوسه
كنسبة جيب ميل آخر الى جيب قوسه وان لم يفض مثلث ا ب ح على مثلث ا ه د
وقد اوقعت زاوية ا منهما وكانت زاويتا ح ق قائمتين كان الحكم بحاله وهذه صورته





الشكل مع ذلك التقدير فقد بان من ذلك ان نسبة جيب وتر الزاوية المساوية لزاوية ب
وتر القائمة في جميع المثلثات الحادثة من القسي العظام التي تساوي احدى زوايا
ويكون في كل واحد منها زاوية قائمة فالنسبة واحدة لكونها جميعا كنسبة جيب الزاوية المساوية
الى جيب القائمة وهذا البرهان على طريقة ابي نصر والى ان كانت العبارات
مختلفة **طريق** للامير ابي نصر في تقرير البرهان على هذا المطلوب وهو ان يجعل المثلثين
فيرسطين احدهما على الآخر بحيث يكون القائمتان في جهة واحدة والمتساويتان على
التقابل فيتصل مثلثات ا ه د ه على زاوية آ وهي نقطة التقاطع بين قوسي ا ه و د
ولكن زاويتا د قائمتين اقول ان نسبة جيب قوس ه ا الى جيب قوس ا ب كنسبة
جيب قوس د ه الى جيب قوس د آ برهانه نخرج من مركز الكرة وهو نقطة ح الفصل
الخطوط المشتركة بين دائرتين من هذه الدوائر
كما هو معلوم ونخرج من نقطة ه في سطح دائرة ه عمود ه ط على ط الذي هو الفصل المشترك
بين سطحي دائرتي ه ح ولكون سطح دائرة ه ح على زاوية قائمة يكون ه ط عمودا على
سطح دائرة ا ه ونخرج من نقطة د ايضا في سطح دائرة د عمودا على الفصل المشترك
عمود د ح ونصل ط ح في سطح دائرة ه فيحدث مثلث ه ط ح ويكون زاوية



دائرة م

١٦٣ منه قائمة ونخرج ايضا من نقطة د في سطح دائرة ا د عمود د ك ونصل ط ك فيحدث
مثلث ه ط ك ويكون زاوية ط منه قائمة فمثلثا ه ط ح ه ط ك متشابهان
دائرة واحدة من دائرة ه د عمودان على ا ا فلا د ه متساويان عمودا على
فبحكم المقدمة المذكورة وايضا ضلعا ح ه د ك عمودان على ا ح وهما في سطح دائرة ه
فلذلك يكون زاويتا ح ا متساويتين وكانت زاويتا ه ط قائمتين فمثلثا ه ح
ه ط ك متشابهان ونسبة ه ح جيب قوس ه آ الى ح د جيب قوس ا د كنسبة ه ط
جيب قوس ه آ الى د ك جيب قوس د آ وذلك ما اردنا وان جعلنا المثلثين منطبقين
يصير الشكل كهذا وتقرير البرهان يكون كما مر وان فرضنا في هذه الصورة ه آ
ربعين وقعت نقطة د على نقطة ز اعني المركز فيكون نسبة جيب قوس ه آ الى جيب
قوس ه آ كنسبة جيب زاوية آ الى جيب الزاوية القائمة **برهان آخر** ايضا للامير
ابي نصر نعيد مثلثي ا و ت ا ه د من القسي العظام ونجعل زاوية آ مشتركة وزاويتي
ه قائمتين ونرسم على قطب آ ببعد قوس ا ه قوس ا ح وببعد قوس ا
قوس ه آ ليكون في مدارين متوازيين لكونهما على قطب واحد ولكونهما بين عظيمتي ا ه
ا د المارتين بقطبيهما يكون ان متشابهين لما تبين في كتاب الاكر لثاوذوسيوس ويتوسع



في سطح العظام المارة بقطبيها على قوائم ويكون مركز المدارين على محور ا ه ونخرج من نقطتي
ح د في سطح مدار ح خط ح ط الى مركز المدار وهو نقطة ح فيكون نصف قطره
ونخرج ايضا من نقطة ا عمودا على سطح المدار يكون متساويا لزاويتي ه ح ا قائمتين وايضا
نخرج من نقطة ح نصف قطر ح ر الى مركز المدار وهو ان ر مركز المدار ونخرج
من نقطة د عمود د في سطح مداريهما على الفصل المشترك بين المدارين وداءرة ا ه
وهو خط م ح فيكون ان عمودين على سطح دائرة ا ه لكون سطحي المدارين قائمين على
ه على قوائم ويكون كل واحد منهما فصلا مشتركا بين سطح مداريهما وبين سطح دائرتيهما
العظيمتين اعني ه ط فصل مشترك بين مدار ح ودائرة ه ه و د ه فصل مشترك
بين مدار د ه ودائرة د ت ويكون نقطة ه ط ر في سطح دائرة ا ه ويكون
خط ه ط ر مستقيما وهو نصف قطر الكرة وكذلك نقطة ه ط تقع على خط مستقيم
وهو نصف قطر الكرة فيكون كل واحد من العمودين جيبا لقوس المدار والقوس
من العظيمة اعني ه ط جيب قوس ه ا وجيب قوس ه د و د ه جيب قوس ه د
وجيب قوس د ت ويكون نسبة جيوب القسي المتشابهة من الدوائر المختلفة الى انصاف
اقطارها متساوية يكون نسبة ه ط جيب قوس ه آ الى ا نصف قطر المدار كنسبة ح ه



١٦٤ جيب قوس ه ا الى ح نصف قطره وان ه ط جيب قوس ه ه د آ
جيب قوس ه آ و د جيب قوس ح ت و ح جيب قوس ه آ يكون نسبة جيب
قوس ه ا الى جيب قوس ه آ كنسبة جيب قوس ح ت الى جيب قوس ح ا اعني
نسبة جيب كل ميل الى جيب ذلك كنسبة جيب ميل آخر الى جيب ذلك
جيب زاوية آ الى جيب القائمة اعني نصف القطر وذلك اذا كان ا ه ا ه ربعين
وذلك ما اردنا **برهان آخر** وهو لابي الوفاء البوزجاني نعيد مثلثات ا ه ا د ه على
زاوية آ فيهما متساوية وزاويتا ت ه قائمتان اما على الاتصال او على الانطباق
عند آ ونفصل من قوس ه العظمى قوس ح مساوية لقوس ه الصغرى ونرسم ح ه
على الاستقامة ولكون سطح دائرة ح ه و ت قائمين على دائرة ه على قوائم
كما ان ح موازيا لسطح دائرة ت ويكون العمودان الخارجان من نقطتي ح ه على ا ح
جيبي قوسين متساويين الذين هما ظاهران متساويين ونخرج قوسي ح ه و ح نصف
قطري ه ا و ه ا ويكون و ح و ه نصف قطر ه ه في سطح دائرة ه ه وليس ه ه
اعظم من الربع فهما يتلاقيان ولنتلاقيا عند ط وليتوصل لمثلثه وتر ه ه و ه نصف
قطر آ الكائنين في سطح ه ح على ه فيكون ح ط على الفصل المشترك بين سطح مثلث





وح ه وسطح دائرة ه ب ت ويفصل ط ه وخط ح ه ط ه الكائنان في سطح واحد لا يتلاقيان
فهما متوازيان ونسبة ه ك الى ط ح كنسبة ه ك الى ه ح ولكن بينهما مقدمات القطاع
الكري تكون النسبة ه ك الى ط ح كنسبة جيب قوس ه ك الى جيب قوس ح ط الى
ب ه ونسبة ه ك الى ه ح كنسبة جيب قوس ه ك الى جيب قوس ا ه فنسبة جيب قوس
الى جيب قوس ب ا كنسبة جيب قوس ه الى جيب قوس ا ه فنسبة جيب الميل
كنسبة جيب قسيها وان كان ا ه ربعين تكون نسبة جيب كل ميل الى جيب قوسها
كنسبة جيب السوية ا الى جيب القائمة وذلك ما اردناه **برهان ج** استخرجه الفاضل التبريزي
في شرح المجسطي وابو جعفر الخازن ايضا في مطالب جزئية مثل الميل الجزئي والمطالع
في الكرة المستقيمة قبل ان اقامه هؤلاء الفضلاء مقام الشكل القطاع وتقرير ما اورده
لما فليكن مثلث ا ب ح من القسي العظام وفيه زاوية ب قائمة ونخرج ضلعي ا ب ا ح الى ان
يتم الربعان عند نقطتي ه ح ونرسم على قطب ا قوس ه ح ونخرجه ونخرج ب ح
لا ان يتلاقيا عند ط فيكون ط قطب دائرة ا ه ح ونخرج من مركز الكرة وهو ر انصاف
اقطار عليها وهي ر ه ر ح ر ب وكذلك ط ك ط ب ت ويبين ان تكون الزوايا
قائمتين وط ر عمود على سطح دائرة ا ه ح ونخرج من نقطة ح عمود ح م على قطر ر ه الفصل



---

١٦٥ المشترك بين دائرة ا ه ح المتقاطعين على قائم فيكون عمودا على سطح دائرة ه ح ومن
عمود ح م على ر الذي هو الفصل المشترك بين دائرة ح ب ت ونخرج عمود ...
في سطح دائرة ه ح على الفصل المشترك الذي هو ر ه فيكون عمودا ونخرج ... في سطح دائرة
فقطع سطح دائرة ا ب على قائم في فصلهما المشترك فهما عمودان على سطح دائرة ا ب فيكونان
متوازيين **ويرد ج** فنقول لكن ... في سطح دائرة واحدة عمود على فصل مشترك
فيكونان متوازيين وكذلك ح ... فاذن ... متوازيان ويفصل ...
تكون السوية ... قائمتين ويكون ح عمودا على سطح دائرة ه ح
في سطح تكون السوية ... ايضا فيكون سطح ... متوازي الاضلاع
مثلث عمود ... فيكون ... متوازيين ومثلثا ... متشابهين فيكون
نسبة ... كنسبة ... جيب قوس ... الى ... والسوية ا
وهو جيب الزاوية القائمة ... جيب ب ... جيب ...
لان ح عمود على نصف قطر ... تمام ... فاذن نسبة جيب السوية ا
الى جيب السوية القائمة كنسبة جيب ضلع ب ح الى جيب ضلع ا ح وذلك ما اردناه
طريق آخر والبرهان الذي اورده ابو محمود الخجندي قريب من هذا البرهان جدا

بل هو هو وذلك ان نفرض مثلث ا ب ح ونتم ا ه ا ح ربعين ونخرج من ر المركز
انصاف اقطار عليها ر ه ر ح ر ب ونبين ان ا ر عمود على سطح دائرة ه ح فيكون
عمودا على انصاف اقطار ... ونخرج عمود ح ... على سطح دائرة ه ح وعمود ح ...
على سطح دائرة ا ب ونصل ... ونبين ان ح ... متوازي الاضلاع
قائم الزوايا ونخرج عمود ... ونبين انه يوازي عمود ... وان مثلثي ...
متشابهان ونخرج عمود ... في سطح دائرة ا ه على الفصل المشترك الذي هو ... ويكون
موازيا ... ونكون زوايا ... قائمة ويكون ... عمودا ... فيكون السوية ...
ايضا فيكون سطح ... ايضا متوازي الاضلاع قائم الزوايا ونسبة
... جيب قوس ا ب الى ... جيب قوس ... كنسبة ... نصف
القطر ... جيب القائمة الى ... جيب السوية ا وان فرضت ... قوس ا ح نقطة
اخرى لكان ... هذا الحكم فاذن نسبة جيوب القسي الى جيوب الميول متساوية وذلك
ما اردناه **برهان ح** ابو الريحان نفرض مثلث ا ب ح ونتم ربع ا ه ونعلم
على قوس ا ح نقطة ح في غير موضع ... ونرسم ... من العظام قاطعة ...
فتكون السويات ... قائمتين ونرسم على قطب دائرة ا ه قوسين ...





١٦٦ ... فيكون ... موازيين ... ونخرج عمود ح ...
على نصف قطر ... وظاهر ان ... جيب قوس ا ح و ... جيب قوس
ا ح وذلك لكون ... جيب قوس ... تمام ا ح و ... جيب قوس ...
تمام قوس ا ح ونخرج من نقطة ... العمودين عمودي ... على نصف قطر ...
فهو سطح دائرة ... يقطع سطح دائرة ا ه على قائم فهو يقطع سطح هذين المدارين
ايضا على قائم ... لقطب الجميع ... في سطح دائرة ا ه قائما على الفصل
المشترك الذي عليه ... يكون عمودا على سطح دائرة ... لكونه مارا بالمحيط المدار لكونه
المدار ... في هذا السطح يكون هذا العمود بعينه في سطح مدار ... ونخرج خط
... وهو الفصل المشترك بين سطح دائرة ... ومدار ... ولتوازي سطح دائرة
... وسطح مدار ... وقوع سطح دائرة ... عليهما يكون الفصلان المشتركان ...
عليهما ... متوازيين ... عمود عليها فيكون جيب قوس ... مساويا ...
... هذا الشكل ... جيب ... ثم نقول ...
... بقطب المتوازية ... متساوية ...
الاكر وكذلك ... فيكون ... جيب ... جيب ...

لما كانت نسبة ره الى حك كنسبة رط الى طر لكون نسبة قوس اه الى جيب
قوس هت كنسبة جيب قوس اح الى جيب قوس حه اعني نسبة جيوب
القسي الى جيوب ميولها متساوية وذلك ما اردناه فهذا ما ذكره هذه الان في هذا
الباب **برهان آخر** يستعمل الشكل القطاع في المثلث وفيه تسويتا قائمة
وليتم زاوية اه ورسم قوس ه ه بمحاذاها ونخرج ه ت الى ان تتقاطعا
على ه فبالتركيب نسبة جيب قوس ره الى جيب قوس هر اعني نسبة جيب
قوس هت الى جيب قوس ته ونسبة جيب قوس هح الى جيب قوس اه
ولان ره هت ربعان لكون تسويتي هت قائمتين يكون في الاربعة الباقية نسبة
جيب قوس اح الى جيب قوس هت كنسبة جيب قوس اه اعني جيب الزاوية القائمة
الى جيب قوس هح اعني جيب تسوية اه وذلك ما اردناه **وجه آخر** نسبة جيب قوس هت
الى جيب قوس تا بالتركيب مؤلف من نسبة جيب قوس حا الى جيب قوس اه
ومن نسبة جيب قوس هه الى جيب قوس هت ففي هذه المقادير لنسبة رت ه ا ره
اربع وجرى بها بعد اضعاف الاقطار واذا جعلنا احاد الاكسجد ابدا لكان
كان قدر نسبة جيب قوس هت الى جيب قوس تا المؤلفة من جيب قوس هت

بجر

١٦٧



بعينه وقدر نسبة جيب قوس حا الى جيب قوس اه الاول هو جيب قوس
حا وقدر نسبة جيب قوس هه الى جيب قوس هه الثانية هو جيب قوس هه
بعينه فاذن اذا ضرب جيب قوس حا في جيب قوس هه حصل جيب قوس
هت وجيب قوس هت اذا ضرب في الواحد كان الحاصل هو نفس جيب
قوس حا في جيب قوس هه كجيب قوس هت في الواحد ولذلك يكون نسبة
جيب قوس حا الى جيب قوس هت كنسبة الواحد الذي هو نصف القطر الى جيب
القائمة الى جيب قوس هه اعني جيب تسوية اه وذلك ما اردناه واذا كان
بدل قوس اه قوس اخرى كان حكمها حكم قوس اه فاذن نسبة جيوب
القسي الى جيوب ميولها كنسبة الجيب كله الى جيب تسوية اه وههنا تمام الكلام
في البرهان على هذا الشكل والسلام **في مساحة البعد الغير في سائر المثلثات**
واما في المثلثات الى الزوايا والنسخ الزاوية فالدعوى ما ذكرناه في صدر
الفصل وهو ان نسبة جيوب الاضلاع بعضها الى بعض كنسبة جيوب الزوايا
الموترة بتلك الاضلاع بعضها الى بعض فليكن مثلث ات وس القسي العظام غير
قائم الزاوية اولا فنسبة جيب ضلع ات الى جيب ضلع اه كنسبة جيب تسوية ه

الموترة بضلع ات الى جيب تسوية ت الموترة بضلع اه برهانه نرسم قوسا عظيمة
من قطب دائرة ت ه وبنقطة ا ولتلق دائرة ت ه على ح على زوايا قائمة فان كانت تسويتا
ت ه حادتين وقعت نقطة ح داخل المثلث وان كانت احديهما منفرجة وقعت
خارج المثلث مما يلي الزاوية المنفرجة وليكن في احدى الصورتين تسويتي ه حادة
ومع التقديرين يحدث مثلثان قائما الزاوية احدهما اح ت والثاني اح ه في المثلث
الاول يكون نسبة جيب قوس ات الى جيب قوس اح كنسبة جيب قوس الزاوية القائمة
اعني تسوية ح الى جيب تسوية ت وفي المثلث الثاني نسبة جيب قوس اه الى جيب
قوس اح كنسبة جيب تسوية ح الى جيب زاوية القائمة اعني تسوية ح في المساواة
المضطربة نسبة جيب قوس ات الى جيب قوس اه كنسبة جيب تسوية ه الى جيب
تسوية ت وذلك ما اردناه **وجه آخر** لنا اربعة مقادير متناسبة في المثلث الاول
واربعة مقادير اخرى متناسبة في المثلث الثاني وكان الثاني والثالث من الاربع
الاول مساويين للاول والرابع من الاربعة الثانية فيقطع الثاني في الثالث من الاربعة
الاولى مثل مسطح الثاني في الثالث من الاربعة الثانية فنسبة الاول من الاربعة الاولى
اعني جيب قوس ات الى الثالث من الاربعة الثانية اعني جيب قوس اه كنسبة الثالث



الاول والرابع

١٦٨

من الاربعة الثانية اعني جيب تسوية ه الى الرابع من المقادير الاول اعني جيب تسوية
ت وذلك ما اردناه **برهان آخر** على ما يراه النصير فيه مثلث ات ه في صورة حاد الزوايا
وفي صورة منفرج تسويتي ت ونخرج ات ا ت الى ان يصير كل واحد من قوسي ات
ربعا وكذلك قوسي ه ه ونرسم قوسي ط ه ه من القسي العظام وهما قدرا تسويتي ه ت
ان كانتا حادتين وتمام قدرت المنفرجة من نصف الدور ان كانت منفرجة وفي التقديرين
يكون جيباهما جيبا تسويتي ه ت وليكن مركز الكرة ر ونخرج منه انصاف اقطار ر ت
ر ه ر ه ر ط ر ه ويكون كل واحد منها فصلا مشتركا بين دائرتين وذلك ظاهر
ونخرج من نقطة ا ط ه اعمدة واحدا في سطح دائرة ت ا ه الفصل المشترك الذي عليه
ت ر وهو اح ويكون لا محالة موازيا لنصف قطر ه ر والثاني عمود ا ه في سطح ا ه
الفصل المشترك الذي عليه ه ر ويكون موازيا لنصف قطر ه ر والثالث عمود ا ه في سطح دائرة
طاه ويصل ... فيكون عمودي الفصل المشترك كما بين في المقدمة ونخرج
عمود ط ح على الفصل المشترك الذي عليه ط ر ويكون في سطح دائرة ه ط ويكون دائرة
طه عمودا على دائرة ه لقطبها الذي هو نقطة ه ويكون سطح دائرة ط ه قاطعا لسطح دائرة طه
على قوائم ونخرج ايضا عمود ط ح ونبين انه عمود على سطح دائرة طه ايضا واذا تقرر ذلك





تبين ان نسبة شكل ا ط د ح ر لموازي ضلعي ا د و د و ضلعي ا د ح ح و ضلعي متوازي ح و تشابه شكلي
ه ح ر ز لمثل ذلك فيكون نسبة ضلع ا م الى ضلع ا ط من مثلث ا م د كنسبة ضلع ر د الى نصف
القطر الاصلي و ذلك من مثلث ه ر ح و نسبة ضلع ا ط الى ضلع ا م من مثلث ا د ل كنسبة ضلع
ح ع الى صعه او نصف القطر من مثلث ح ع ر و حكم د ل ه ر لس و بها واحد فيبقى ان ا ما المطر
نسبة ا م الى ا ل كنسبة ح ع الى ه ح ر و ا م هو جيب ضلع ب ا و ا ل هو جيب ضلع ا د و ح ع
هو جيب ه ا اعني جيب الزاوية د و ه ح جيب ا ل ه اعني جيب الزاوية ت فنسبة جيب قوس
ا ب الى جيب قوس ا د كنسبة جيب الزاوية د الى جيب الزاوية ب و ذلك ما اردنا
الكلام في فروع الشكل وادراجها الفرع الاول كل مثلث قائم الزاوية من القسي العظام فنسبة
جيب تمام احد ضلعي القائمة الى جيب تمام وتر الى كنسبة جيب القائمة الى جيب تمام ضلع الثالث
فليكن المثلث ا ب ح و القائمة الزاوية ب فنقول فنسبة جيب تمام ضلع ب ح الى جيب تمام
ضلع ا ح كنسبة الجيب كله الى جيب تمام ضلع ا ب برهانه نخرج ا ح ا ب الى تمام ربع
ا د و نخرج ه ح الى ر و هو قطب ا د فقطع ه ر ا د ربع الربع تامة و فيه زوايا
ه ح ر قائمة و لما مر في الشكل المغني يكون نسبة جيب ر ح الى ه ح كنسبة جيب قوس
الى جيب قوس ر ح و ه هو تمام ح د و ه ح هو تمام ح ا و جيب ه د الجيب الاعظم و بمثله



٤٣٢

١٦٩

تمام ا ب فاذن نسبة جيب تمام ب ح الى جيب تمام ا ح كنسبة الجيب الاعظم الى جيب تمام
ب ا و ذلك ما اردنا **وجه آخر** و قد اورد ابو الفضل التبريزي و ابو جعفر الخازن
لكل واحد منهما في تفسيره المجسطي شكلا لمعرفة المطالع تبين هذا البرهان تقريره
بان نعيد الشكل الذي اوردناه و رواية عنهما البرهان على المغني و بيان البسيط المذكور
هناك ان سطح ح ح ر ح متوازي الاضلاع قائم الزوايا و ان عمود ح ح عمود
سطح دائرة ه د فيكون عمود المتوازي ايضا عمودا على ذلك السطح و يكون
مثلث ح ر قائم الزاوية فان نسبة ر ح فيه قائمة و نخرج ر ت عمود على
ح ا في سطح دائرة ا ت و ح ت في ذلك السطح فيكون مثلثا ر ت ح متشابهان و نسبة ر ح جيب تمام ب ا الى ح ا المساوي لح ح اعني جيب تمام ا ح
كنسبة نصف القطر اعني الجيب الاعظم الى ح ت جيب تمام ا ت و ذلك ما اردناه **الفرع الثاني**
كل مثلث قائم الزاوية من القسي العظام فنسبة جيب تمام الزاوية الغير القائمة الى
تمام وتر الى كنسبة جيب الزاوية الاخرى الغير القائمة الى جيب الزاوية القائمة و نعيد
مثلث ا ب ح و فيه الزاوية ب قائمة فنقول فنسبة جيب تمام زاوية ا الى جيب تمام
ضلع ب ح كنسبة جيب زاوية ح الى جيب الزاوية القائمة برهانه نتمم قطع ا د



من الارباع التامة فيكون مثلث ه ح ر ايضا الزاوية ه فيه قائمة و فيه بحكم الشكل المغني
تكون نسبة جيب ه ر الى جيب ر ح كنسبة جيب الزاوية ح الى جيب الزاوية القائمة
و يكون ه ر تمام ه ح الذي هو قدر الزاوية ا و ح ر تمام ب ح الذي هو قدر الزاوية ا لكون
ه مثلث ا ب ح فنسبة جيب تمام الزاوية ا الى جيب تمام ضلع ب ح كنسبة جيب الزاوية
ح الى جيب الزاوية القائمة و ذلك ما اردنا و يعد هذين الفرعين يورد جميع ما يذكر
المسائل من فروع الشكل المغني قال الامير ابو نصر كل زاوية غير القائمة من مثلث
قائم الزاوية الكائن من القسي العظام يكون بقدر تمام ميل تام وتر ان الميل الذي
يكون اعظمه بقدر الزاوية الاخرى غير القائمة من ذلك المثلث و بالعكس يكون
وتر ان تمام قوس يكون تمام ميلها هو قدر الزاوية المذكورة بهذا الوتر والميل الذي
يضعف اعظمه و ذلك ان قدر الزاوية ا من مثلث ا ب ح من القطاع الذي اورد
في الفرع الثاني هو ه ح الذي هو تمام ا ه و ه ر هو ميل قوس ح ر من الميل الذي يكون
اعظمه بقدر الزاوية ح و قوس ح ر تمام قوس ب ح فاذن ه ح تمام ميل تمام ب ح
من الميل الموصوف و ايضا ضلع ب ح تمام ح ر الذي هو قوس ميلها بحسب الزاوية ح
و قوس ه ح الذي هو تمام الزاوية ا و هذا المعنى بعينه التعبير عنه الى ان الزاوية و ا د



١٧٠

الى ما في الكل فقد نبه الى الفرع الثاني **وهنا فرع آخر** و هو ان نقول نسبة
جيب تمام الزاوية غير القائمة الى جيب تمام وتر الى كنسبة جيب وتر الزاوية الاخرى
غير القائمة الى جيب وتر الزاوية القائمة اعني نسبة جيب تمام الزاوية ا الى جيب
تمام قوس ب ح كنسبة جيب قوس ب ح الذي هو وتر الزاوية ح الى جيب قوس ا ح
الذي هو وتر القائمة و البرهان فيه ان نسبة جيب قوس ه د الى جيب قوس ر ح
كنسبة جيب قوس ب ح الى جيب قوس ا ح كما تبين في المغني و هذا الفرع ليس
في استخراج المجهولات بكثير النفع لان المجهول فيه هو تمين الامرين المعلومات
غير القائمة و بالمغني و في عيه الاخرين تبين معلومين غير القائمة فقط و قد ذكروا
لهذا الشكل فروعا و لو احق غيرها تفاه و فيما ذكرناه كفاية بحسب القصد
الآن و قد لقب ابو محمود الخجندي هذا الشكل بقانون الهيئة و غيره لقبه بالمغني عن
القطاع و ذكر ابو الريحان في كتاب مقاليد علم الهيئة ما يحدث في بسيط الكرة ان
السبق في اقامة هذا الشكل مقام الشكل القطاع كان للامير ابو نصر و ابا الوفاء المغني
و سمه الكيا كوشيار بن لبان الجيلي اول و فيه نظر لان الامير ابا نصر قال
قال في الجواب الثانية من المقالة الاولى من كتابه المرسوم بالمجسطي الشاهي في صدر الباب الثالث

المشتمل على بيان هذا الشكل بهذه العبارة الباب الثالث فيما يغني عن الشكل
القطاع وذكر في هذا الباب بعد ان ذكر الرسالة التي عملها ثابت بن قرة
في اختلاف وجوه الشكل القطاع فقال وعمل ايضا رسالة فيما يغني عن
الشكل القطاع الا انه لا بد فيه من هذا الكتاب من استعمال النسبة المؤلفة واما
انا فاذكر ههنا ما يغني عن الشكل القطاع والنسبة المؤلفة وهذا يدل على ان
اللقب ايضا وضعه الامير ابو نصر واخذه من ثابت بن قرة والله اعلم
الفصل السادس في الشكل الظلي وشرح فروعه ولواحقه السبق في استنباط
هذا الشكل للعلامة البرجندي بلا تنازع في غيره على ما ذكره ابو الريحان والدعوى
فيه ان في المثلث القائم الزاوية الذي يكون من القسي العظام يكون نسبة جيب
احد ضلعي القائمة الى جيب الزاوية القائمة كنسبة ظل الضلع الآخر منهما الى
ظل الزاوية الموترة به وقبل الخوض في البرهان عليها اقول المراد ههنا من ظل
القوس هو ما ينفصل من خط ان تراد بطرفه ذلك القوس من العمود الخارج من احد
طرفيها على القطر المار بذلك الطرف ويكون ذلك العمود موازيا لجيب تلك القوس
اذا كان جيبا مستويا وذلك القطر ايضا فلنرسم دائرة عليها اب جد ومركزها ه ونفصل

لمادون

٨

١٧١



منه قوسا اه مثل قوس اب ونخرج قطرين يمران بنقطتي اب هما قطرا اجو بد ونخرج
من نقطة ا عمود ار الى ان يلقى قطر بد على ر فار هو ظل قوس اب وهو مواز
لسطح جيبها وايضا نخرج عمود ط من المركز على اه وعمود طك من نقطة ط فيكون
طك ظل قوس طب وسه جيبها وحه ظل تمام قوس اب وحه جيبه والمنجمون
يسمون ما سميناه ظلا على الاطلاق بالظل الاول والظل المعكوس لقوس اب
التي هي بالقياس الى الظل قوس الارتفاع ويسمون طك بالقياس الى
قوس اب ظلا ثانيا وظلا مستويا ويسمون ره بقطر الظل الاول وطه
بقطر الظل الثاني ويقدرون القطر بتقدير الظل الاول بالاجزاء التي تقدر
الجيوب والاوتار وتقدير الظل الثاني باثني عشر جزءا ويسمونها اصابع وبستة
او سبعة اجزاء او ستة اجزاء ونصف ويسمونها اقداما والظل الاول لكل
قوس هو الظل الثاني لتمامها وبالعكس ونسبة الظل الى نصف القطر
كنسبة جيب القوس الى جيب تمامها ونسبة الظل الى قطر الظل كنسبة الجيب
الى نصف القطر وذلك لتشابه مثلثي راه سحه وايضا لتشابه مثلثي اره طكه
تكون نسبة ار الى اه كنسبة طه الى طك فيكون نصف القطر في النسبة

وسطا بين ظل القوس وظل تمامها ويلزم منه ان تكون نسبة ظل كل قوس
الى ظل قوس اخرى كنسبة ظل تماميهما على التكافؤ وايضا تكون نسبة ظل كل
قوس الى ظل تمام قوس اخرى كنسبة ظل القوس الاخرى الى ظل تمام
القوس الاول وكل عدد ضرب في عدد وقسم على عدد آخر وكان الواحد وسطا
في النسبة بين المضروب فيه والمقسوم عليه كان الحاصل الضرب والخارج
من القسمة عددا واحدا وذلك لان نسبة الواحد الى المضروب فيه تكون
كنسبة المضروب الى الحاصل الضرب ونسبة الواحد الى المقسوم عليه
كنسبة الخارج من القسمة الى المقسوم وبالخلاف نسبة المقسوم عليه الى الواحد كنسبة
المقسوم الى الخارج من القسمة ولما كانت في الصورة المفروضة نسبة المقسوم عليه
الى الواحد كنسبة الواحد الى المضروب فيه تكون نسبة المقسوم الى الخارج
من القسمة كنسبة المضروب الى الحاصل الضرب وبالابدال نسبة المقسوم الى
المضروب كنسبة الخارج من القسمة الى حاصل الضرب وكان المضروب
والمقسوم في الفرض عددا واحدا فاذن حاصل الضرب والخارج من القسمة
يكون عددا واحدا واذا تقرر ذلك فنقول اذا قدرنا نصف القطر بجزء واحد

لو قدرنا

١٧٢

كما قدره ابو الريحان كان الحاصل من ضرب كل عدد فرض في ظل قوس
هو الخارج من قسمته على ظل تمام ذلك القوس وايضا كل عددين كان
الواحد وسطا بينهما في النسبة ضرب احدهما في عدد ثالث وقسم الآخر
على ذلك العدد الثالث كان الواحد ايضا وسطا بين حاصل الضرب والخارج
من القسمة وذلك لان نسبة الواحد الى العدد الثالث المضروب فيه كنسبة العدد
الاول الذي هو المضروب الى حاصل الضرب ونسبة الواحد الى العدد الثالث
المقسوم عليه ايضا كنسبة الخارج من القسمة الى العدد الثاني المقسوم فنسبة المضروب
الى حاصل الضرب كنسبة الخارج من القسمة الى المقسوم وسطح المضروب في المقسوم
المساوي لمربع الواحد مساو لسطح حاصل الضرب في الخارج من القسمة فضرب حاصل
الضرب في الخارج من القسمة ايضا مساو لمربع الواحد فالواحد وسط في النسبة
بينهما واذا كان ذلك كذلك فكل عدد ضرب فيه ظل قوس وقسم على ظل تمام
ذلك القوس كان الحاصل الضرب والخارج من القسمة ظلان يتوسط نصف
القطر بينهما وتكون قوساهما معا مثل ربع الدور وايضا اذا كان الواحد وسطا
في النسبة بين آ وت وبين ق و د وضرب آ في ق فحصل ه وت في

الواحد

فيحصل ح كان الواحد وسطا في النسبة بين ة و ح وذلك لان نسبة الواحد
الى ح كنسبة آ الى ة وبالخلاف نسبة ة الى الواحد كنسبة الى آ ونسبة الواحد الى
ح كنسبة الى ح لكن نسبة ة الى الواحد كنسبة الواحد الى ح فنسبة ة الى ح
الى ح وة في ح كالذي هو كمربع الواحد ة في ح مثل مربع الواحد فلا ح
وسط بينهما في النسبة وايضا ان قسم آ على ة فيحصل ح وقسم ح على ة فيحصل
كان الواحد وسطا بين ة و ح وذلك لان نسبة الواحد الى ح كنسبة ح الى آ
وبالخلاف نسبة ة الى الواحد كنسبة آ الى ح ونسبة الواحد الى ح كنسبة ح الى
فنسبة آ الى ح كنسبة ح الى ة ووسط آ في ح كمسطح ة في ح فالواحد وسط في النسبة
بين ة و ح وتبين منه انا اذا ضربنا ظل قوس في ظل قوس وضربنا ظل تمام
احد القوسين في ظل تمام الاخرى كان الحاصلان من الضربين ظلا القوسين
احديهما تمام الاخرى وكذلك في القسمة اذا قسمنا ظل قوس على ظل قوس وقسمنا
ظل تمام الاول على ظل تمام الثاني كان الخارجان من القسمة ظلا قوسين احديهما
تمام الاخرى وايضا اذا كان عددان ثابت قسمنا ح على آ فيحصل ة وح على آ
فيحصل ة كان الواحد وسطا في النسبة بين ح و ة وذلك لان في القسمة الاولى

نسبة الواحد الى

١٧٣

الواحد

نسبة الواحد الى ح كنسبة ة الى آ وبالابدال والخلاف نسبة ة الى الواحد
كنسبة آ الى ح وفي القسمة الثانية نسبة الواحد الى آ كنسبة ة الى ح وبالابدال
نسبة الواحد الى ة كنسبة آ الى ح فاذن نسبة ة الى الواحد كنسبة الواحد الى ح
وتبين منه انا اذا قسمنا عددا على عدد فيحصل ظل قوس كان الحاصل من قسمة
العدد الثاني على العدد الاول ظل تمام تلك القوس فهذه وامثالها
من خواص الظل وفي معرفتها فوائد عظيم في هذا الباب ولنرجع الى المقصود
ونجعل اكثر بيانات هذا الشكل محاذيا لبيانات الشكل المغني ونبدأ
بالمقدمة التي تشبه المقدمة التي اوردها الاثير ابن فضل ومناك وهي هذه مقدمة
اذا تقاطع سطحان مستويان على غير قوايم وفرض على احدهما نقطة واخرج منها
عمودان احدهما قائم على السطح الذي خرج منه ومنتهيه الى السطح الاخر
والثاني في السطح الذي خرج منه على الفصل المشترك بين السطحين ثم وصل بين
منتهى العمود في السطح الاخر وبين موقع العمود على الفصل المشترك بخط مستقيم كان
الخط الواصل عمودا على الفصل المشترك لكن الفصل المشترك بين السطحين ا ت
والنقطة المفروضة على السطح الاول ح وليقم عليه عمود ح د ونقطة المنتهى على السطح الثاني

٣٦٩

الواحد

فيحصل ح كان الواحد وسطا في النسبة بين ة و ح وذلك لان نسبة الواحد
الى ح كنسبة آ الى ة وبالخلاف نسبة ة الى الواحد كنسبة الى آ ونسبة الواحد الى
ح كنسبة الى ح لكن نسبة ة الى الواحد كنسبة الواحد الى ح فنسبة ة الى ح
الى ح وة في ح كالذي هو كمربع الواحد ة في ح مثل مربع الواحد فلا ح
وسط بينهما في النسبة وايضا ان قسم آ على ة فيحصل ح وقسم ح على ة فيحصل
كان الواحد وسطا بين ة و ح وذلك لان نسبة الواحد الى ح كنسبة ح الى آ
وبالخلاف نسبة ة الى الواحد كنسبة آ الى ح ونسبة الواحد الى ح كنسبة ح الى
فنسبة آ الى ح كنسبة ح الى ة ووسط آ في ح كمسطح ة في ح فالواحد وسط في النسبة
بين ة و ح وتبين منه انا اذا ضربنا ظل قوس في ظل قوس وضربنا ظل تمام
احد القوسين في ظل تمام الاخرى كان الحاصلان من الضربين ظلا القوسين
احديهما تمام الاخرى وكذلك في القسمة اذا قسمنا ظل قوس على ظل قوس وقسمنا
ظل تمام الاول على ظل تمام الثاني كان الخارجان من القسمة ظلا قوسين احديهما
تمام الاخرى وايضا اذا كان عددان ثابت قسمنا ح على آ فيحصل ة وح على آ
فيحصل ة كان الواحد وسطا في النسبة بين ح و ة وذلك لان في القسمة الاولى

نسبة الواحد الى

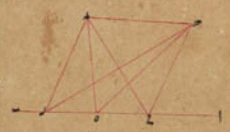
٣٧٠

١٧٣

الواحد

نسبة الواحد الى ح كنسبة ة الى آ وبالابدال والخلاف نسبة ة الى الواحد
كنسبة آ الى ح وفي القسمة الثانية نسبة الواحد الى آ كنسبة ة الى ح وبالابدال
نسبة الواحد الى ة كنسبة آ الى ح فاذن نسبة ة الى الواحد كنسبة الواحد الى ح
وتبين منه انا اذا قسمنا عددا على عدد فيحصل ظل قوس كان الحاصل من قسمة
العدد الثاني على العدد الاول ظل تمام تلك القوس فهذه وامثالها
من خواص الظل وفي معرفتها فوائد عظيم في هذا الباب ولنرجع الى المقصود
ونجعل اكثر بيانات هذا الشكل محاذيا لبيانات الشكل المغني ونبدأ
بالمقدمة التي تشبه المقدمة التي اوردها الاثير ابن فضل ومناك وهي هذه مقدمة
اذا تقاطع سطحان مستويان على غير قوايم وفرض على احدهما نقطة واخرج منها
عمودان احدهما قائم على السطح الذي خرج منه ومنتهيه الى السطح الاخر
والثاني في السطح الذي خرج منه على الفصل المشترك بين السطحين ثم وصل بين
منتهى العمود في السطح الاخر وبين موقع العمود على الفصل المشترك بخط مستقيم كان
الخط الواصل عمودا على الفصل المشترك لكن الفصل المشترك بين السطحين ا ت
والنقطة المفروضة على السطح الاول ح وليقم عليه عمود ح د ونقطة المنتهى على السطح الثاني





ولیتم سرة فی السطح الاول مجموع ة ه ات وفضل ة د ونقول انه ایضا مجموع
ه ات برهانه نفرض ه ات نقطة اخری ولیکن ت د وفضل ة ه د فلکون
تساوی ة د ة ر فانه یکون مربع ة د مساویا لمربعی ة ه ة د ومربع ة د کما
مساو لمربعی ة ه ة د فمربع د ر مساو لمربعات ة د ة ه ة د ومربع ة ه
مساو لمربعی ة ه ة د فمربع د ر مساو لمربعی ة ه ة د فاذن تساوی ة ر ة د قائمة
وذلک ما اردناه **برهان آخر** نفصل ة ح مساویا لـ ة د ونصل ح ح مح فمثلثا ة ح ح
ة د ر ضلعا ة ه ة ح مساویان لضلعی ة ه ة د وتساوی ناة قائمتان فهذلک یکون
ح ح مساویا لـ ة د ولکن ة ح ح ح مساوین لـ ة ه ة د وتساوی ة ح ة ر فالمثلثان
یکون ح ح مساویا لـ د ر وتساوی اضلاع مثلثی ح ح ة ه ة د تکون تساوی الزاویتین متساویة
فاذن ة ه مجموع ه ات وذلک ما اردناه **الشکل الطق** لیکن مثلث ا ب ح من القسی
العظام وتساویة ب فیه قائمة وتساویة ا حادة فنقول نسبة جیب قوس ا ت
الی الجیب کله الذی هو جیب تساویة ب کنسبة ظل ب ح الی ظل تساویة ا برهانه
نخرج ضلعی ا ت ا ح الی ان یصیر ا د ا ه ربعین تامین ونرسم العظام وترة
بنهایتیهما فهی مقدار تساویة ا ونخرج من نقطة ت عمود ت لا ة ه علی سطح دائرة
اسوکا ٩

١٧٤



ا ه د الی ان ینتهیا الی سطح دائرة ا ه ه عند نقطتی ط ح فیکونان لامحالة فی سطحی
دائرتی ا ت ه و ر د ه کل فی سطح دائرته وذلک لقیام هاتین الدائرتین علی سطح دائرة
ا ه د وخروج العمودین من فصلیهما المشترکین ونخرج من مرکز الکرة وهو ر نصفی
قطری ر ه ر د ونخرجهما الی نقطتی ق ط ونخرج ایضا نصف قطر ر ا وهو الفصل
المشترک بین دائرتی ا د ا ه ونخرج ر ت عمودا علی ه ا ونصل نصف قطر ر ه
وهو ایضا عمود علی ا ر لکون ا ه ربعا ونخرج ط ح فیکون مثلثا ط ب ح ه ر ق
متشابهین لتوازی ضلعی ر ق ط ت الکائنین معا فی سطح دائرة ا ت ه وعمودی ه ا ر
وتوازی ر ق ت ط العمودین علی سطح واحد هو سطح دائرة ا ت ه ویکون ح ط
ه ر ایضا متوازیین بحکم المقدمة التی ذکرناها ههنا وان اردنا اخرجنا
ا ه الی نقطة ط عمود ط ح ه ر علی ا ر فی سطح دائرة ا ه ه ووصل ر ح ط ر
وتبین توازیهما بحکم المقدمة المذکورة فی اول الشکل المغنی لکون تلک المقدمة
وحدها کافیة فی الشکلین واذا تبین توازی اضلاع مثلثی ط ت ح ه ر ق النظائر
کانت نسبة ت ح الذی هو جیب قوس ا ت الی ر ق الذی هو نصف القطر اعنی جیب
الزاویة القائمة کنسبة ط ح الذی هو ظل قوس ت ح الی ر ق الذی هو ظل قوس ر ه



اعنی ظل تساویة ا وذلک ما اردناه وتبین من ذلک انا ان فرضنا قوسا اخری
مثل قوس ل م القائمة علی سطح دائرة ا د کانت نسبة جیب ا ل الی جیب ا ت
ایضا کنسبة ظل ل م الی ظل ت ح فنسبة جیب ا ت الی جیب ا ل کنسبة ظل ت ح
الی ظل ل م فتکون نسبة جیوب القسی بعضها الی بعض کنسبة اظلال عروض تلک
القسی بعضها الی بعض وبالابدال نسبة جیب کل قوس الی ظل عرضها کنسبة
الجیب الاعظم الی ظل تساویة ا و فی کل مثلثین قائمی الزاویة متساوی حادتان منهما
وان لم ینطبق احدهما علی الآخر کمثلثی ا ت ح ا ه ط ع لتین الصورتین الذین
یتساوی منهما تساویتا آ آ ل ودا وتکون تساویتا ت ح قائمتین یکون الحکم علی هذا
المذکور ثابتا مثل ما مر وامثال الصور التی قصروا فی هذا البرهان وانما اضفت
الیه براهین مرة علی سؤال بعض البراهین المذکورة فی الشکل المغنی لیکون الکلام
متناسبا وهذه **طریق آخر** لیکون فی مثلثی ا ت ح ا ه د الکائنین من القسی العظام تساویتا
آ المتقابلتان متساویتین وتساویتا ت د قائمتین ونخرج من مرکز الکرة وهو ر انصاف
اقطار ر ه ر ت ر آ ر ه ر د الخمسة ومن نقطتی ت ه عمودی ت ح ه ق علی فصل ا ر
المشترک وعمودی ت لا ة ه علی سطح دائرتی ا د الی ان یلاقیا نصفی قطری ر ه ر ت
ع فرض ذوا



١٧٥

علی نقطتی ط ح ونصل ط ح ح ک فلکون سطح ط ا ر فی سطح دائرة ه آ ر یکون ط ح
فی ذلک السطح ویکون عمودا علی ا ر بحکم المقدمة وکذا فی ذلک السطح ایضا عمود علی
ا ر فخطا ح ک متوازیان ومثل ذلک تبین توازی سطحی ل ح الکائنین فی سطح
دائرة ه آ العمودین علی ا ر فزاویة ت ح ط مساویة لزاویة ه ک ل ویکون هاتین
الزاویتین متساویتین وتساوی ت ح قائمتین یکون مثلثا ت ح ط ه ک ل متشابهین
ونسبة ت ح جیب قوس ا ت الی ت ط جیب قوس ا ه کنسبة ح ط ظل قوس ت ح
الی ک ل ظل قوس ه د وذلک ما اردنا وان انطبق احد المثلثین علی الآخر
کان البیان بحسبه علی قیاس ذلک **برهان آخر** لیکن مثلثا ا ت ح ا ه د من القسی
العظام وتساویة آ فیهما مشترکة وتساویتا ت د قائمتین و ر مرکز الکرة و ر آ
ر ت ر ه انصاف اقطارها ونجعل آ قطبا ونرسم مدار نقطتی ت و ح
ت ح ل م ونخرج منهما عمودی ت ح ل ط علی ا ر فیکونان نصفی قطری المدارین لکون
بیانه ونخرج من نقطتی ت ه ایضا عمودی ت ق ه ک علی سطح دائرة ا ه و هما الفصلان
المشترکان بین المدارین وبین دائرتی ا ت ه د وذلک لکون المدارین والدائرتین
جمیعا قائمة علی سطح دائرة ا ه ووجب کون فصلیهما المشترکین المدارین بنقطتی ت ه



عمودين وامتناع خروج اكثر من عمود واحد من كل نقطة من السطح الذي فيه تلك
النقطة وليقيما السطح دائرة اجه عند نقطتي طك وكون نقطة ق طرح
في سطح مدار ت ق ودائرة اجه يكون خط ق طرح المستقيم الذي هو الفصل المشترك
بينهما وكذا في نقطة ه ل وقنا به قوس ت ق ل الواقعتين من عظيمتين اما
المارتين بقطب ا و ت وقوس ب ظلال التي المتشابهة من الدوائر المختلفة لا
انصاف اقطارها لكون نسبة سح جيب قوس ات الى ت ط ظل قوس ت ق
كنسبة دا جيب قوس اد الى د ه ظل قوس د ه فنسبة جيب كل قوس
الى ظل عرضها كنسبة جيب قوس اخرى الى ظل عرضها وان كانت قوسا
اد اه ربعين كانت كنسبة الجيب كله الى ظل زاوية ا برهان آخر نعيد
مثلث ا ت و اده لوصفناها ونخرج عمود سح ط ت في سطح دائرة اط ا
ونصل نصف قطري ز ط ز ق ونخرجهما الى ان يتلاقيا العمودين في نقطتي ع ط
ونصل و ز ز ت ونصف قطر ز ا ونخرجها الى ان يتلاقيا في ع فلكون نقط
طرح ع ل في سطح عمود سح ط المتوازيين وفي سطح دائرة اه يكون خط
مستقيم هو الفصل المشترك وهو خط طرح ع ويكون مثلثا ع سح ع ط

ومن بين



متشابهين لاشتراكهما في زاوية ع وكون زاويتي ت ق قائمتين فيهما
الاطراد اعني نسبة جيب قوس ات الى جيب قوس اد كنسبة سح الى ط
اعني نسبة ظل قوس ت ق الى ظل قوس ده فاذن نسبة بعض جيوب
القسي الى بعض كنسبة بعض اظلال عروضها الى بعض وان كانت اد اه
ربعين كانت كنسبة اظلال العروض الى ظل زاوية ا وذلك ما اردنا برهان
آخر نعيد مثلث ا ت و ونخرج قوسي ات او الى ان يتما ربعين عند نقطتي ح ط
ونرسم قوس ح ط ونصل انصاف اقطار ز ا ز ح ز ط ونخرج عمودي
ت ق ده في سطح دائرة ا د ونخرج ز ح ز ط الى ان يلقياها عند نقطتي ل ك
ثم نخرج من ت عمود ت م على فصل مشترك سطح دائرة ات
ونكون عمودا على سطح دائرة ز ط ومن ط عمود ط ن على فصل مشترك سطح
في سطح دائرة اه فيكون عمودا ايضا على سطح دائرة ا د ونصل م ن ط ك
ت م متوازيين لكونهما عمودين على سطح واحد ومساويين لنسخ ك ط ل قائمتين
ومساويتين ت ط قائمة فسطح ت ك ط متوازي الاضلاع قائم الزوايا وكون
ح ك موازيا لسطح المتوازي لكون ح ك ق ط متوازيين فيكون مثلثا ح ك



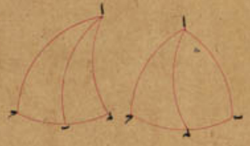


ز ه ط متشابهين ونسبة زح جيب تمام ت ه اعني جيب ات الى ح ك اعني
ظل قوس ت ح كنسبة زا الجيب كله الى ظل زاوية ا وان اردنا
ان نعمل من ت م الى ان يكون سطح ت م ز متوازي الاضلاع قائم الزوايا
ليظهر تساوي زح ت م وذلك ما اردناه برهان آخر مستنبط من الشكل القطاع نعيد
مثلث ا ت ه من القسي العظام وفيه زاوية ت قائمة ونخرج ات او الى ان
يتم اد اه ربعين ويتم قطاع د ه ا من الاربع فبحكم الشكل القطاع نسبة
جيب قوس ت ه الى جيب قوس ه ز تمامها مؤلفة من نسبة جيب قوس ات
الى جيب قوس اد ومن نسبة جيب قوس ده الى جيب قوس ه ز تمامها ونسبة
كل جيب قوس الى جيب تمامها كنسبة ظلها الى نصف القطر فلذلك نسبة
ظل قوس ت ه الى نصف القطر مؤلفة من نسبة جيب قوس ات الى نصف
القطر ومن نسبة ظل قوس ده الى نصف القطر واذا القينا الثالثة والسادسة
من هذه المقادير الستة لتساويهما بقيت الاربعة متناسبة نسبة ظل ت ه الى
جيب ات كنسبة ظل ده الى نصف القطر وهو المطلوب اذا اخذنا نصف القطر واحدا
جيبا اعنده اذ الربما كان فرض نسبة ظل قوس ت ه الى نصف القطر

اقول ان

هو ظل قوس ت ه بعينه وفرض نسبة جيب قوس ات الى نصف القطر
هو جيب قوس ات بعينه وفرض نسبة ظل قوس ده الى نصف القطر هو ظل
قوس ده نفسه فيكون ظل قوس ت ه مؤلفا من جيب قوس ات وظل
قوس ده اعني يكون ظل قوس ت ه مساويا لضرب جيب قوس ات في ظل
قوس ده بل ضرب ظل قوس ت ه في الواحد كضرب جيب قوس ات
في ظل قوس ده فيكون نسبة جيب قوس ات الى الواحد اعني نصف القطر
كنسبة ظل قوس ت ه الى ظل قوس ده الذي هو ظل زاوية ا وكذا
ان كان بدل قوس ت ه قوس اخرى فاذن نسب جيوب القسي بعضها
الى بعض كنسب اظلال عروض بعضها الى بعض وذلك ما اردناه وقد تبين
ههنا ان مرجع هذا الشكل الى تفصيل بطليموس الشكل القطاع كما
كان مرجع المغني الى تركيبه وفيه موضع الشكل في سائر المثلثات وليعلم ان الشكل المسمى بهذا
الشكل في سائر الاختصاص والمثلث بالزاوية القائمة ليس كالشكل المغني الذي
ولذلك لم يمكن استعمال هذا الشكل في المثلثات الحادة الزوايا والمنفرجة
الزاوية من غير اعتبار زاوية قائمة فيها وهذا هو علة تخلف هذا الشكل عن الشكل المغني

في الفصلين مع كونهما كثرا من براهين صاحب مطان بعد استنزامه دون الى الملتقاة تقتضيه فرط التزايد في مقادير بعض الاظلال مما سيأتي الكلام فيه فاذا اردنا اعتبار هذا الشكل في المثلثات المذكورة رسمنا قوسا دائرة عظيمة من احدى زوايا وتقوم على الدائرة التي منها وترتلك الزاوية على زوايا قائمة فيكون في مثلثات اب ج سطوحا ا ج حادتين و سطوح ب ج تارة حادة وتارة منفرجة ولنعبر با د قوس اد القاطعة لقاعدة ب ج عند د على زوايا قائمة ونقول نسبة ظل سطوح ب ج الاعظم الى ظل سطوح ج كنسبة جيب قوس د ب الى جيب قوس د ج وذلك لان في مثلثات ب القائم الزاوية نسبة ظل سطوح ب الى قوس اد كنسبة الجيب الاعظم الى جيب قوس ب د وفي مثلث اد ج القائم الزاوية نسبة ظل قوس اد الى ظل سطوح ج كنسبة جيب قوس د ج الى الجيب الاعظم فبالمساواة المضطربة نسبة ظل سطوح ب الى ظل سطوح ج كنسبة جيب قوس د ج الى جيب قوس ب د وذلك ما اردناه وايضا لكون نسبة ظل سطوح ب الى الاظل سطوح ج كنسبة ظل سطوح ب الى الاظل د ج لان كل واحدة منهما كنسبة الجيب الاعظم الى جيب ا د وبالابدال نسبة ظل سطوح ب الى ظل سطوحه ج كنسبة ظل ا د



١٧٨ كنسبة ظل ب د الى د ج الكلام في فروع الشكل الظلي ولواحقها الفرع الاول كل مثلث قائم الزاوية فنسبة جيب تمام سطوحية حادة نفرض فيه الى جيب الزاوية القائمة كنسبة ظل تمام وتر القائمة الى ظل تمام الضلع الواقع بين القائمة والحادة المفروضة او كنسبة ظل الضلع الواقع بين الزاويتين الى ظل وتر القائمة فليكن المثلث اب ج والقائمة سطوحية ب والحادة المفروضة سطوحية ا فنقول نسبة جيب تمام سطوحية ا الى الجيب الاعظم الذي هو جيب سطوحية ب كنسبة ظل تمام قوس اج الى ظل تمام قوس اب برهانه نتمم قطع الدوائر الى الارباع ويكون فيه بحكم الشكل الظلي نسبة جيب قوس ده الى جيب قوس ده كنسبة ظل قوس ه ز الى ظل قوس ز ب وقوس ده تمام قوس ده التي هي قدر سطوحية ا وقوس ده هي الربع وهي قدر القائمة وجيبها الجيب الاعظم وقوس ه ز تمام قوس ج ا وقوس ز ب هي تمام قوس ب ا فاذن نسبة جيب تمام سطوحية ا الى جيب سطوحية ب كنسبة ظل تمام قوس ج ا الى ظل تمام قوس ب ا وذلك ما اردناه برهان آخر نسبة جيب قوس ا ب الى جيب قوس ب د بالتفصيل في قطاع ب د ا ه التي ظل ا ب ما يأخذ من نسبة جيب قوس



ا ه الى جيب قوس ج ه اعني ظل ا ج ونسبة جيب قوس د ه الى جيب قوس ده الذي هو نصف القطر اعني جيب تمام سطوحية ا فضرب ظل ا ج في جيب تمام سطوحية ا كضرب ظل ا ب في الواحد وهو بالفرض نصف القطر فاذن نسبة ظل ا ب الى ظل ا ج كنسبة جيب تمام سطوحية ا الى نصف القطر وكانت نسبة ظل ا ب الى ظل ا ج كنسبة ظل تمام ا ج الى ظل تمام ا ب فاذن نسبة جيب تمام سطوحية ا الى جيب سطوحية ب كنسبة ظل تمام ا ج الى ظل تمام ا ب وذلك ما اردناه

الفرع الثاني نسبة جيب تمام وتر الزاوية القائمة الى جيب الزاوية القائمة كنسبة ظل تمام احدى الزاويتين الباقيتين الى ظل الزاوية الاخرى وبعيد الشكل ونقول في مثلث اب ج نسبة جيب تمام ا ج وهو وتر سطوحية ب الى الجيب الاعظم وهو جيب سطوحية ب كنسبة ظل تمام سطوحية ا الى ظل سطوحية ج برهانه لما كانت سطوحية ه في مثلث ز ج ه من القطاع المذكور قائمة كانت نسبة جيب قوس ج ه الى الجيب الاعظم كنسبة ظل ضلع ه ز الى ظل سطوحية ج وقوس ج ه هي تمام ا ج وه ز التي هي قدر سطوحية ا فاذن في مثلث اب ج نسبة جيب تمام ا ج الى الجيب الاعظم كنسبة ظل تمام سطوحية ا الى ظل سطوحية ج وذلك ما

اردناه

١٧٩ اردناه ومحمد بن الفرحين مدار اكثر المسائل المبنية على فروع هذا الشكل فرع آخر نسبة ظل تمام سطوحية غير قائمة الى ظل ضلع يقع منها ومن القائمة كنسبة جيب تمام وتر القائمة الى جيب الضلع الثالث ونعيد الشكل ونقول في مثلث اب ج نسبة ظل تمام سطوحية ا الى ظل ا ب كنسبة جيب تمام ا ج الى جيب ب ج وذلك لان في القطاع المذكور نسبة ظل ده اعني تمام سطوحية ا الى ظل ا ب كنسبة جيب ج ه اعني تمام ضلع ا ج الى جيب ج ب وذلك لتساوي سطوحيتي ح في المثلثين وكون سطوحيتي ب ه قائمتين وذلك ما اردناه وهذا الفرع لا يجري كثيرا لان المجهول به انما يعرف بثلثة معلومات ويعرف بغيره بمعلومين فرع آخر كل سطوحية غير قائمة في مثلث قائم الزاوية يكون بقدر تمام عرض تمام وتر الزاوية القائمة من العرض الذي يكون اعظم بقدر الزاوية الاخرى غير القائمة وبالعكس وتر الزاوية القائمة فيه يكون بقدر تمام قوس عرضها تمام سطوحية غير القائمة من العرض الذي يكون اعظم بقدر الزاوية الاخرى غير القائمة ونعيد لبيانه القطاع المذكور فيكون في سطوحية ا من مثلث اب ج بقدر ده وده تمام ه ز وه ز عرض ج

واعظمه بحب ىىلو ىه ح ه و ح تمام ح آ فراويه آ ىقدر تمام عرض تمام آ ح
من العرض الذى يكون اعظم بقدر ىىلويه ح و ايضا ر آ ح تمام ح ه ح ى
عرض قوس ر ح و ر ه تمام ىىلويه آ ح آ ح تمام قوس عرضها تمام ىىلويه ح آ
من العرض الذى اعظم بقدر ىىلويه ح وحكم هذا الفرع حكم نظيره فى المغرب
وههنا نقطع الكلام فى هذا الشكل ونختمه بخاتمه هذه خاتمة الفصل اعلم
ان جماعه من الامه ممن طعنوا فى هذا الشكل بسبب فرط تزايد اظلال
قسى تزيد على ثمن الدور وتزيد تلك الاظلال ضروره على نصف القطر لان
ظل ثمن الدور يساوى نصف القطر واذا وضعت الاظلال فى جداول
تزايد فيها مقادير ما وصارت مقادير ما بين سطرين من الاظلال
بعد الثمن متزايده تزايدا فاحشا فلذلك لم يبق ثقه باخذ الاظلال منها
بتعديل ما بين السطرين المعهود فى ساير الجداول واذا اتفق ذلك فيها
لم يجب ان يكون الفرع فى هذا الشكل من هذه الجهه لان اخذ الاظلال
ليس بواجب ان يكون من الجداول ومع هذا فلنا ان نعمل بهذا الشكل
فى جميع الاظلال مع الاقتصار على معرفه اظلال ثمن الدور فقط فان الاظلال

ان في

١٨٠ خواص من الجيوب من جهه انها يقوم البعض منها مقام البعض الآخر
وقد ذكرناها فيما مر فى صدر هذا الفصل والآن نبين كيف نعمل
بجميع الاظلال مع الاقتصار على معرفه اظلال ما ينقص عن ثمن الدور
فنقول قد تبين من هذا الفصل ان المقادير الاربعه المتناسبه الواقعه
فى كل صوره من صور هذا الشكل مشتمله على جيبين احدهما الجيب الاعظم
فى اكثر الاحوال وعلى ظلين وتعرف المجهول منها انما يكون بضرب وقسمه
واذا فرضنا مقدار نصف القطر واحدا كان الضرب فيه والقسمه عليه
ساقطين فى العمل فيبقى لنا اما ضرب واحد واما قسمه واحده والمجهول يكون
اما جيبا او ظلا فان كان جيبا فلا شك انه انما يحصل اما من ضرب ظل
فى ظل او من قسمه ظل على ظل وان كان ظلا فهو انما يحصل اما من ضرب
ظل فى جيب او من قسمه ظل على جيب او من قسمه جيب على ظل وهذه خمس صور
اما الصوره الاولى وهى ان يكون المجهول جيبا ويحصل من ضرب ظل فى ظل
ولا يمكن ان يكون الظلان كلاهما اعظم من نصف القطر لان نسبه الواحد
الى احدهما كنسبه الآخر الى الجيب المطلوب فان كان احد الظلين

اعظم من الواحد كان الجيب المطلوب اعظم من الظل الآخر ولا يكون
جيب اعظم من نصف القطر فاذن الظل الآخر يكون اصغر من نصف القطر
فاذن اما ان يكون الظلان كلاهما اصغر من نصف القطر او يكون احدهما
اعظم والآخر اصغر اما الاول فلا كلام فيه ههنا واما الثانى فاذا قسمنا
الظل الذى هو اصغر من نصف القطر على ظل تمام القوس التى ظلها اعظم
من نصف القطر كان الحاصل هو الذى يحصل من ضرب احد ذينك
الظلين فى الآخر على ما تبين فى صدر الفصل وان وقع فى غير هذه الصوره
ظلان كلاهما اعظم من نصف القطر واردنا ضرب احدهما فى الآخر
حتى يحصل ظل آخر ضربنا ظل تمام المضروب فى ظل تمام المضروب فيه فما
يحصل فهو ظل تمام القوس المطلوبه على ما تبين اما الصوره الثانيه وهى ان يكون
المطلوب من قسمه ظل على ظل جيبا وفى هذه الصوره يكون المقسوم اقل من المقسوم عليه
لان الخارج من القسمه يجب ان يكون اصغر من الواحد فالظلان ان كانا اعظم
من نصف القطر قسمنا ظل تمام قوس المقسوم عليه على ظل تمام قوس المقسوم فما حصل
فهو الجيب المطلوب وذلك لان نسبه الظل الى الظل كنسبه ظلى تمامى قوسيهما

على الخ

١٨١ على التكافؤ كما مر وان كان احدهما اعظم والآخر اصغر فان كان المقسوم عليه اعظم
ضربنا المقسوم فى ظل تمام قوس المقسوم عليه فما خرج فهو الجيب المطلوب
وبالعكس محال لما مر اما الصوره الثالثه وهى ان يكون المطلوب من ضرب جيب
فى ظل ظلا فان كان الظل المضروب فيه اعظم من نصف القطر قسمنا الجيب
على ظل تمام قوسه فما حصل فهو الظل المطلوب فان كان اعظم من نصف القطر
قسمنا الواحد عليه فما حصل فهو ظل تمام القوس المطلوب فيمكن ان يؤخذ
فى الجداول الاقل من الثمن وكذا فى كل ظل يكون اعظم من نصف القطر واذا اردنا
معرفه قوسه من الجداول واما ان كان الظل المضروب فيه اصغر من نصف القطر
كان الظل المطلوب ايضا اصغر كما مر واما الصوره الرابعه وهى ان يكون المطلوب
من قسمه جيب على ظل ظلا فان كان المقسوم عليه اعظم من نصف القطر ضربنا الجيب
فى ظل تمام قوس المقسوم عليه فما حصل فهو الظل المطلوب واما الصوره الخامسه
وهى ان يكون المطلوب من قسمه ظل على جيب ظلا فان كان المقسوم اعظم من نصف
القطر قسمنا ظل تمام قوس المقسوم على الجيب فما حصل فهو ظل تمام قوس المطلوب
وذلك لما بينا ان الخارج من قسمه ظل قوس والخارج من قسمه ظل تمامها على

ح | واحد
ظل مطلق | ظل

ح | ظل
ظل مطلق | واحد

ظل | ح
ظل مطلق | واحد

اعظم من الواحد كان الجيب المطلوب اعظم من الظل الآخر ولا يكون
جيب اعظم من نصف القطر فاذن الظل الآخر يكون اصغر من نصف القطر
فاذن اما ان يكون الظلان كلاهما اصغر من نصف القطر او يكون احدهما
اعظم والآخر اصغر اما الاول فلا كلام فيه هنا واما الثاني فاذا قسمنا
الظل الذي هو اصغر من نصف القطر على ظل تمام القوس التي ظلها اعظم
من نصف القطر كان الحاصل هو الذي يحصل من ضرب احد ذينك
الظلين في الآخر على ما تبين في صدر الفصل وان وقع في غير هذه الصورة
ظلان كلاهما اعظم من نصف القطر اردنا ضرب احدهما في الآخر
حتى يحصل ظل آخر ضربنا ظل تمام المضروب في ظل تمام المضروب فيه فما
يحصل فهو ظل تمام القوس المطلوبة على ما تبين ا ا الصورة الثانية وهي ان يكون
المطلوب من قسمة ظل على ظل جيبا وفي هذه الصورة لا يكون المقسوم اقل من المقسوم عليه
لان الخارج من القسمة يجب ان يكون اصغر من الواحد فالظلان ان كانا اعظم
من نصف القطر قسمنا ظل تمام قوس المقسوم عليه على ظل تمام قوس المقسوم فما حصل
فهو الجيب المطلوب وذلك لان نسبة الظل الى الظل كنسبة ظل تمام قوسيهما

على الترتيب

181

على التكافؤ كما مر وان كان احدهما اعظم والآخر اصغر فان كان المقسوم عليه اعظم
ضربنا المقسوم في ظل تمام قوس المقسوم عليه فما خرج فهو الجيب المطلوب
وبالعكس محال لما مر الصورة الثالثة وهي ان يكون المطلوب من ضرب جيب
في ظل ظلا فان كان الظل المضروب فيه اعظم من نصف القطر قسمنا الجيب
على ظل تمام قوسه فما حصل فهو الظل المطلوب فان كان اعظم من نصف القطر
قسمنا الواحد عليه فما حصل فهو ظل تمام القوس المطلوب ويمكن ان يكون
في الاول الاقل من الثمن وكذا في كل ظل يكون اعظم من نصف القطر واذا
عرفت قوسه من الجدول واما ان كان الظل المضروب فيه اصغر من نصف القطر
كان الظل المطلوب ايضا اصغر لما مر واما الصورة الرابعة وهي ان يكون المطلوب
من قسمة جيب على ظل ظلا فان كان المقسوم عليه اعظم من نصف القطر ضربنا الجيب
في ظل تمام قوس المقسوم عليه فما حصل فهو الظل المطلوب واما الصورة الخامسة
وهي ان يكون المطلوب من قسمة ظل على جيب ظلا فان كان المقسوم اعظم من نصف
القطر قسمنا ظل تمام قوس المقسوم على الجيب فما حصل فهو ظل تمام قوس المطلوب
وذلك لما بينا ان الخارج من قسمة ظل قوس والخارج من قسمة ظل تمامها على

حب | واحد
ظل مطلق | ظل

حب | ظل
ظل مطلق | واحد

ظل | حب
ظل مطلق | واحد

مقدار واحد ظلا قوسين احدهما تمام الاخرى وهذه القوانين تخص
بمقادير اربعة يكون احدها نصف القطر فان لم يكن كذلك وكانت جيبين
وظلين كيف اتفق يراد في العمل ضرب او قسمة والوجه فيه على قياس ما تقدم
ظاهر فاذن قد ظهر ان العمل في جميع الابواب مع الاقتصار على معرفة القسي
التي هي اقل من الثمن من اظلالها التي هي اقل من نصف القطر وبالعكس ممكن
ولنول به القدح الواقع في الاوهام العامة في هذا الشكل بسببه الفصل الثالث
في تمام الكلام في كيفية التوصل من المعلومات الى المجهولات في المثلثات
القوسية قد مر في الفصل الرابع ان النسبة البسيطة تشتمل على اربعة حدود
ولا بد في التوصل من المعلومات الى المجهولات بطريق النسبة من العلم بثلثة
منها حتى يتوصل منها الى الرابع المجهول وكل مثلث يشتمل على ثلثة اضلاع وثلث
زوايا فاذن ما لم يكن ثلثة اشياء من هذه الستة في كل مثلث معلوما لم يمكن
ان يعرف باقيها اما المثلثات القائمة الزاوية ففيها احدى الزوايا اعني القائمة
معلومة ابدا ويكفي في تعريف مجهولاتها معلومان غير القائمة فذانك المعلومان
اما ان يكونا ضلعين او ضلعا وزاوية او زاويتين فان كانا ضلعين فاما ان يكونا

المحيطين

182

المحيطين بالقائمة او يكون احدهما وترا وان كانا ضلعا وزاوية فاما ان يكون
الضلع وتر القائمة او وتر المعلومة او الضلع الثالث وهذه ستة ضروب
والقانون في كل ضرب اما ان يكون من الشكل المغني او من الشكل الظلي ونحن
نورد جميعا ونقتصر على مرامات الاعمال مجردة عن البراهين فان البراهين
قد تبين في ما مر استخراج المجهولات من المعلومات في المثلثات القائمة الزاوية الضرب الاول ما كان ذلك المعلوم
وليكن المعلوم وتر القائمة وضلعا آخر فلما ظهر في الفرع الاول المغني نضرب
جيب تمام وتر القائمة في نصف القطر ونقسمه على جيب تمام الضلع المعلوم حتى
يحصل جيب تمام الضلع المجهول ولزوايا المجهولة نضرب بحكم اصل المغني جيب
وتر الزاوية المجهولة في نصف القطر ونقسمه على جيب وتر الزاوية القائمة فما
حصل فهو جيب الزاوية المجهولة الضرب الثاني وليكن المعلوم المحيطين بالقائمة
فبحكم الفرع الاول نضرب جيب تمام احدهما في جيب تمام الآخر ونقسمه على
نصف القطر فيحصل جيب تمام وتر القائمة ونستخرج الزوايا من الاضلاع
كما مر في الضرب الاول بعينه الضرب الثالث وليكن المعلوم زاوية
غير القائمة ووترها فلاصل المغني نضرب جيب الضلع المعلوم في نصف القطر

وتقسم الحاصل على جيب الزاوية المعلومة فما يحصل فهو جيب وتر القائمة ويعرف
بمثل ما مر في الضرب الاول الضلع والزاويتان الباقيتان الضرب الرابع
ولكن المعلوم مساوية غير القائمة ووتر القائمة فلاصل الظل تضرب جيب
الزاوية المعلومة في جيب وتر القائمة وتقسم الحاصل على نصف القطر فيحصل
جيب وتر الزاوية المعلومة ويعرف الضلع والزاويتان الباقيتين بمثل ما مر في الضرب
الاول الضرب الخامس ولكن المعلوم مساويه غير القائمة والضلع الذي
بينها وبين القائمة فللفرع الثاني تضرب جيب الزاوية المعلومة في جيب
تمام الضلع المعلوم وتقسمه على نصف القطر فما حصل فهو جيب تمام الزاوية
المترة بالضلع المعلوم ويعرف الضلعين الباقيين بمثل ما مر في الضرب الثالث
الضرب السادس ولكن المعلوم الزاويتين غير القائمة فللفرع الثاني
تضرب جيب تمام احدى الزاويتين في نصف القطر وتقسمه على جيب الزاوية
الاخرى فما حصل فهو جيب تمام وتر الزاوية الاولى ويعرف الضلعين الباقيين
بمثل ما مر في الضرب الثالث وان لم تحاذر الخ فالضرب الاول والمعلوم
فيه ضلعان احدهما وتر القائمة فللفرع الاول للظل تضرب ظل تمام وتر القائمة

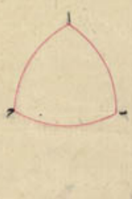
في نصف القطر

١٨٣ في نصف القطر وتقسمه على ظل تمام الضلع الآخر فما حصل فهو جيب
تمام الزاوية الواقعة بين الضلعين المعلومين ولاصل الظل تضرب
ظل هذه الزاوية التي صارت معلومة في جيب الضلع الواقع بينها وبين
القائمة وتقسمه على نصف القطر فما حصل فهو ظل وتر تلك الزاوية وللفرع
الثاني تضرب ظل الزاوية المعلومة في جيب تمام وتر القائمة وتقسمه على نصف
القطر فيحصل ظل تمام الزاوية الباقية او للفرع الاول تضرب ظل تمام
وتر القائمة في نصف القطر وتقسمه على ظل تمام الضلع الواقع بين الزاوية
المجهولة والقائمة فما حصل فهو جيب تمام الزاوية المجهولة الضرب الثاني
والمعلوم فيه ضلعا القائمة فلاصل الظل تضرب ظل احدهما في نصف
القطر وتقسمه على جيب الضلع الآخر فما حصل فهو ظل الزاوية الموترة بالضلع
الاول ومثل ذلك يعرف الزاوية الاخرى واما المعرفة وتر القائمة فللفرع
الاول تضرب جيب تمام احدى الزاويتين في ظل تمام الضلع الواقع بينها
وبين القائمة وتقسمه على نصف القطر فما حصل فهو ظل تمام وتر القائمة او للفرع
الثاني ظل تمام احدى الزاويتين في نصف القطر وتقسمه على ظل الزاوية الاخرى

فما حصل فهو جيب تمام وتر القائمة الضرب الثالث والمعلوم فيه مساوية
غير القائمة ووترها فلاصل الظل تضرب ظل الضلع المعلوم في نصف
القطر وتقسمه على ظل تلك الزاوية فما حصل فهو جيب الضلع الواقع
بين الزاوية المعلومة والقائمة ويعرف باقي المجهولات بمثل ما مر في الضرب
الثاني الضرب الرابع والمعلوم فيه مساوية غير القائمة ووتر القائمة
فللفرع الاول تضرب ظل تمام وتر القائمة في نصف القطر وتقسمه على
جيب تمام الزاوية المعلومة فما حصل فهو ظل تمام الضلع الواقع بين الزاوية
المعلومة والقائمة ويعرف باقي المجهولات بمثل ما مر في الضرب الاول
الضرب الخامس والمعلوم فيه مساوية غير القائمة وضلع يقع بينهما فلاصل
الظل تضرب ظل تلك الزاوية في جيب ذلك الضلع وتقسم على نصف القطر
فما حصل فهو ظل وتر تلك الزاوية ويعرف باقي المطالب بمثل ما مر في الضرب
الثاني او الثالث الضرب السادس والمعلوم فيه الزوايا كلها فللفرع
الثاني تضرب ظل تمام احدى الزاويتين في نصف القطر وتقسمه على
ظل الزاوية الاخرى فما حصل فهو جيب تمام وتر القائمة ويعرف باقي المطالب

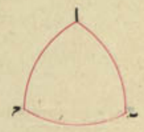
بمثل ما مر في الضرب

١٨٤ بمثل ما مر في الضرب الرابع واعلم ان الغرض من ايراد هذه الموامرات
ليس هو حصر طرق استخراج المجهولات بل الغرض هو بيان
ان استخراج كل واحد من المجهولات في المثلثات القائمة الزاوية
التي عليها معظم الحساب بكل واحد من الشكلين ممكن وان استخراج
الموامرات في البراهين مع العطف الواقف على اصولها اسهل حفظها
وضبطها بالتقليد واذا روعي ما ذكر من خواص الظل في الطرق المختصة
بالشكل الظلي صارت الموامرات في استخراج مطلوب واحد بالوان
كثيرة مثاله نرسم مثلث ا ب ج القوسي القائم الزاوية فنحكم اصل الظلي



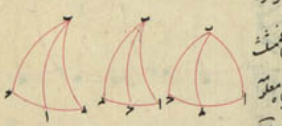
ان كان ضلع ا ب وزاوية ا معلومين وزاوية ب قائمة وجعلنا نصف
القطر واحدا واردنا ان نعرف ضلع ب ج ولا يحصل من ضرب ظل زاوية ا
في جيب ضلع ا ب ظل ب ج يحصل من قسمة ظل تمام زاوية ا على جيب ا ب
ظل تمام ب ج ومن قسمة جيب ضلع ا ب على ظل تمام زاوية ا ظل ب ج وايضا
ان كان المعلوم ضلع ب ج وزاوية ا المطلوب ضلع ا ب لا يحصل من قسمة
ظل ب ج على ظل زاوية ا جيب ضلع ا ب يحصل من ضرب ظل ب ج في ظل تمام

سوية آ او من قسمة ظل تمام سوية آ على ظل تمام ب ج او نضرب ظل تمام
ب ج في ظل سوية آ او نقسم ظل تمام ب ج على ظل تمام سوية آ وقسمة الواحد
على خارج القسمة وذلك والفرع الاول لما يحصل من ضرب جيب تمام سوية آ
في ظل تمام ا ب ظل تمام ا ج يحصل من قسمة جيب تمام سوية آ على ظل ا ب في ذلك
او من قسمة ظل ا ب على جيب تمام سوية آ ظل ا ج ولما يحصل من قسمة ظل تمام
ا ج على ظل تمام ا ب جيب تمام سوية ب يحصل من قسمة ظل ا ب على ظل ا ج او من ضرب
ظل ا ب في ظل تمام ا ج او من ضرب ظل ا ج في ظل تمام ا ب او من قسمة ظل ا ج
على ظل ا ب وقسمة الواحد على خارج القسمة وذلك والفرع الثالث لما يحصل من ضرب
ظل سوية آ في جيب تمام ا ج ظل تمام سوية ج يحصل من قسمة جيب تمام ا ج
على ظل تمام سوية آ وذلك ومن قسمة ظل تمام سوية آ على جيب تمام ا ج ظل سوية ج
فظهر بهذا انه لو كان حفظ في اطراد الكم على لطيفة فضيلة كان حفظه في نتائج
الاعمال عليه ايضا فضيلة من وجه آخر وهذا تمام الكلام في المثلثات القائمة
الزاوية ولنتكلم على سائر المثلثات كلام اوجز فان الحاجة اليها اقل الكلام فيه
فهرست اما المثلثات الحادة الزوايا والمنفرجة الزاوية فيجب ان يكون في كل



واحد منها

185 واحد منها ثلثة معلومات حتى يمكن ان يعرف منها معلوم آخر بطريق
النسبة كما ذكرنا فيما تقدم والمعلومات الثلثة اما ان يكون ضلعين وزاوية
او زاويتين وضلعا او الاضلاع الثلثة او الزوايا الثلث وهذه ضروب
اربعة لكن الاول والثاني ينقسمان الى قسمين فان في الاول الزاوية المعلومة
اما ان يكون بين الضلعين المعلومين او يكون موترة باحدهما وفي الثاني
الضلع المعلوم اما ان يكون بين الزاويتين المعلومتين او يكون وترا لاحديهما
فاذن ضروب هذه المثلثات ايضا يصير ستة الضرب الاول وليكن المعلوم
ضلعين وزاوية بينهما كضلعي ا ب ا ج وزاوية ا من مثلث ا ب ج ولنرسم
قوسا من عظيمة تمر باحدى الزاويتين المجهولتين وبقطب وترها وليكن ب د
فتكون زاويتا د قائمة ويقع ب د داخل المثلث في حاد الزوايا وفي منفرج
الزاوية التي تكون زاوية ب فيها منفرجة وخارجه في منفرج الزاوية
الذي تكون منفرجة احدى زاويتي ا و ج ويقع في جهة المنفرجة فيكون في مثلث
ا ب د ضلع ا ب وزاوية ا معلومتين فيصير باقي الاضلاع والزوايا معلومة
كما مر في الضرب الرابع من المثلثات القائمة الزاوية فيكون في مثلث ب د ج



ضلعا ب ج د ج معلومين ويصير باقي الاضلاع والزوايا معلومة كما مر في الضرب
الثاني منها فيصير زاويتا ج و ضلع ب ج بكمال المثلثين اعني المعلومين
معلومة وجه آخر نخرج ضلعي ا ج ب ج الى ان يصير ج ه ج ز ربعين ونتم
ونخرج ه ا الى ان يلقى ب ج على ز ونتم قطاع ه ز ج ا ففي مثلث ا ه ز يكون
زاوية ا وضلع ا ه تمام ضلع ا ج معلومين وزاوية ه قائمة فيصير باقي الاضلاع
والزوايا معلومة بالوجهين على ما تبين في الضرب الثاني من الضروب المذكورة
وفي مثلث ز ب د يكون ضلع ز ب الذي هو مجموع ز ا ا ب المعلومين وزاوية
ز معلومين وزاوية د قائمة فيصير باقي الاضلاع والزوايا معلومة كما مر
في الضرب الرابع بالوجهين وايضا بالشكل المغني يكون نسبة جيب ز ا الى جيب ا ه
كنسبة جيب ز ب الى جيب ب د فيصير ب د معلوما وبالجملة يصير ج ب تمام
ب د معلومة ومن معرفة زاوية ز ب د تصير زاوية ا ب ج معلومة ومن معرفة ج ب
تصير زاوية ج معلومة وجه آخر نخرج ضلعي ا ب ا ج لا الى ان يتم ربعا ا ه
ا د ونتم قطاع ه ز ا ب فيكون ب د تمامي ا ب ا ج معلومين وبالشكل القطاع
نسبة ظليهما كنسبة جيبي ... فنسبة جيب ... الى جيب ... يكون معلومة



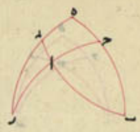
دو زاوية

186 وقوس ز ه الذي هو قدر زاوية آ معلومة فبعد ما تبين في المقالة الثانية يصير كل
واحدة من قوسي ز د ز ه معلومة فيكون في مثلث ز ب د ضلعا ز د ز ب
معلومين وزاوية د قائمة فتصير زاوية ب معلومة وضلع ز ب معلوما
وفي مثلث ز ج ه ضلعا ز ه ه ج معلومين وزاوية ه قائمة فتصير زاوية ج
معلومة وضلع ز ج معلوما ويبقى ب ج معلوما الضرب الثاني وليكن المعلوم فيه
ضلعين وزاوية ليست بينهما كضلعي ا ب ب ج وزاوية ا من مثلث ا ب ج
فبالشكل المغني يكون نسبة جيب كل زاوية الى جيب اخرى كنسبة جيب وتر
الاولى الى جيب وتر الاخرى فتصير زاوية ج معلومة ومع القيام نرسم قوس
ب د القائمة على ضلع ا ج فيكون في مثلث ا ب د ضلع ا ب وزاوية ا معلومين
وزاوية د قائمة فيصير الاضلاع والزوايا معلومة كما مر في الضرب الرابع
وفي مثلث ب د ج يصير ضلع ب د ب ج معلومين ومنهما يصير باقي الاضلاع
والزوايا معلومة كما مر في الضرب الاول من الضروب المذكورة فيصير في مثلث
ا ب ج ضلع ا ج وزاويتا ب ج بالوجهين معلومة وبوجه آخر نخرج ب ا ب ج
الى ان يتم ربعي ب ز ب ه ونتم قطاع ب ه ز ا فيكون في مثلث ز ا ه زاوية آ





وضلع اج الذي هو تمام ب ا معلومين ونصير بها الاضلاع والزوايا معلومة
لما مر في الضرب الثاني ولكن اد ده ميلا زا زح وعرضي زد زه
نصير قوسا زح زه بالقانونين معلومتين فيصير ضلع اح الباقي من زح وبعد زا
المعلوم وسواء بقيت التي يحيط بها زه معلومين ثم نصير الباقية سواء بقية ح معلومة
بمثل ما مر وان اردنا اوجدنا نسبة جيب اد الى جيب جه المعلومة التي هي كنسبة
جيب دا الى جيب زد وهي نسبة ظل اد الى ظل جه المعلومة التي هي كنسبة جيب زد الى
الاجيب زه وهي قوسي زا زح المعلومتين لكل واحدة من قوسي اد زه وبقي ضلع
اد وقوس ده التي يحيط بسواء بقية ب معلومين الضرب الثالث ولكن المعلوم زا وبقي
وضلعا ميمها كزاوية ت وضلع ب ح من مثلث ا ب ح ونرسم قوسا من العظام
نر بحدى الزاويتين المعلومتين ونتمم ...ا وزا فيكن قوس ب د ونكون



في مثلث ب د ح ضلع ب ح وسواء بقية ح معلومتين وسواء بقية د قائمة فيصير بها
الاضلاع والزوايا معلومة كما مر في الضرب الرابع وفي مثلث ا ب د
نصير سواء بقية ت وضلع ب د معلومين فيصير بها الاضلاع والزوايا معلومة
كما مر في الضرب الثاني فمن مثلث ا ب ح نصير سواء بقية ا وضلعا ا ت ا ح

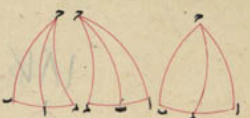


بالجملة

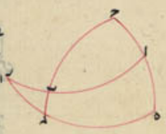
187



باز جهين معلومة والشكل كما مر في الضربين اللذين قبل هذا الضرب وبوجه آخر
نخرج ضلعي ح ب ح ا الا ان يتم ربعا وه ده ونتم قطاع ح ه و د ب فمن مثلث ب د ه
يكون سواء بقية ت وضلع ب د معلومين ونصير بها الاضلاع والزوايا معلومة
لكون ده معلوما من سواء بقية د ونصير في مثلث د ا ه ضلع د ه وسواء بقية د
معلومين فيصير بها الاضلاع والزوايا معلومة وفي مثلث ا ب ح نصير سواء بقية
ا وضلع ب ا وضلع ا ح معلومة كما مر في البيان مرارا وبوجه آخر نرسم
قوسا قريبا ونقوم مقام ب ح في ظلها يكون نسبة ظل سواء بقية ا الى ظل سواء بقية ح المعلومتين
كنسبة جيب قوس ح د الى جيب قوس ب د فهي معلومة وقوس ب ح معلومة
فيصير كل واحدة من قوسي ب د د ح معلوما لما مر في المقالة الثالثة ونصير في مثلث
ا ب د من معرفة ضلع ب ت وسواء بقية ت وفي مثلث ا د ح من ضلع د ح وسواء بقية
ح بها الاضلاع والزوايا ومنها بها المطلوب معلوما الضرب السابع ولكن
المعلوم سواء بقيتين وضلعا ليس بينهما كزاويتي ا ت وضلع ب ح في مثلث ا ت ح
فيصير كما مر يكون نسبة جيب سواء بقية ا الى جيب سواء بقية ت كنسبة جيب
ضلع ب ح الى جيب ضلع ا ح فضلع ا ح معلوما وما الى جبه العام نخرج من ح قوس

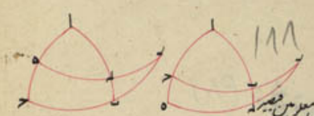


ح د القائمة على ا ت فيصير في مثلث ح ت د من معروف ح د وسواء بقية ت كلا تبين في الضرب
الرابع من الضروب المذكورة وفي مثلث ا ح د من معرفة سواء بقية ا وضلع ح د
كلا تبين في الضرب الثالث بها الاضلاع والزوايا معلومة فيصير المطلوب
حاصلا كما مر وبوجه آخر نخرج ح ا ح ب الا ان يصيرا اعمدة ربعين ونتم
قطاع ه ح ب ز ويعرف ضلع ا د بمثل ما مر ثم سواء بقية ح من ضلع ا ت كلا تبين
في الضرب الثالث من هذه الضروب ولا نطول الكلام باعادته في هذه النظائر
ان كون الضلعان اللذان نخرجهما الى الربع او احدهما اعظم من الربع نفصل منه ما هو



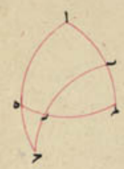
اعظم من الربع ربعا ونرسم قوسا مارا بالطرفين اللذين عندهما يتم الربع ويبقى
الضلع الثالث فيتم القطاع وبين المطلوب فيه ونحن لم نورد اختلافات الاوضاع
لوضوحها تماما الضرب الثامن ولكن المعلوم جميع الاضلاع من الزوايا والمثلث
ا ت ح فنجعل ا ت ا ح عند نقطة ربعين ونخرج د ه ونتم القطاع ونقول
لما كان ا ت ا ح معلومين يكون ب د ح ه معلومين وهما مثلا قوسي د ت د ح
لكون سواء بقيتي د ه قائمتين فيكون نسبة جيبيهما كنسبة جيبي قوسيهما وهما د ت د ح
وهي معلومة وب ح معلوم فيكون بمثل ما مر في المقالة الثالثة كل واحدة من قوسي

ده معلومين

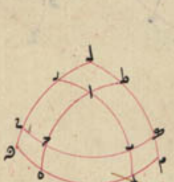


188

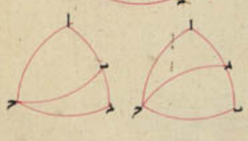
ده معلومتين ونصير في مثلثي د ت ح ده ح العالي الزاوية ضلعان معلومين فيصير له
قوسا د ت د ه معلومين ونصير ده ا من سواء بقية ا معلومة وكذلك في الزاويتين
الباقيتين وان كان احد الضلعين ربعا ولكن ا ح جعل ا ت ايضا ربعا ونرسم
قوس ب ح فكون ا ت معلوما وا د ربعا فكون ب د معلوما وفي مثلث



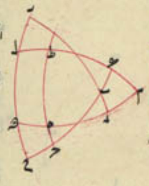
ب د ح ضلعا ب ت ح معلومين ونصير في مثلث ا د ح ضلعا د ح ا ح معلومين
ونصير زوايا مثلث ا ت ح معلومة الضرب التاسع ولكن المعلوم جميع الزوايا
دون الاضلاع والمثلث ا ت ح ونخرج ا ت ا ح الا ان يصير ا د ا ه ربعين
وب ا ب ح الا ان يصير ب ز ب ح ربعين وح ا ح ت الا ان يصير ح ط ح ك
ربعين ونرسم قسي ده زح طك من العظام ويستوي عند تقاطعها مثلث
ل م ن هو من القسي العظام فكون زوايا ا ت ح المثلث معلومة تكون قسي ده
زح طك الثلث معلومة ولكون سواء بقيتي ه د ح قائمتين يكون ل قطب قوس ه ح

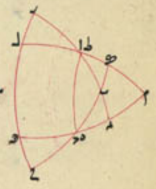


وبمثله يكون م قطب ط ه ون قطب ز د فيكون كل واحدة من قوسي ط ل ه م تماما
لقوس طك فكون ل م معلوما وكذلك القول في ل ن م ن فاضلاع مثلث ل م ن
الثلث معلومة ونصير بحكم الضرب الثامن من هذه الضروب زواياه معلومة فكل



فى ح ة ه ة معلومة وكون كل واحد من قوسى ه ة ح ربعا لكون
تمام ح من نصف الدور المعلوم مساويا لب ة ف ة معلوم وكذلك ات
د ا ح ه د ن اضلاع مثلث ا ة معلومة فان كان ضلع ربعا او اعظم
من الربع كان الشكل هكذا او البيان معلوم تمام وقس على ذلك ساير
الاختلافات الممكنة واستخراج المجهولات من المعلومات سيما هذين الضربين
اعنى الاسس وان وقس بقانون الشكل الظلى ان كان ممكنا فانا لا اعرف
وان سنح لى معرفة الحقة بهذه الرسالة وما ذكرت من امرة الاعمال
فى الضروب الستة الاخيرة مخافة من التطويل ولقلة وقوعها فى اكثر
الصناعة ومن عرف ما عهدنا الاهتمام يتعذر عليه تجريد الاعمال من البراهين
ولما تبين لنا الطريق لا تعرف مقادير الاضلاع والزوايا من المثلثات
القائمة الزاوية والحادة الزوايا والمنفرجة الزاوية الحادثة من تقاطع
القسى العظام فى سطح الدائرة وقد بينا ان العلم بذلك يستلزم العلم
بمقادير الاضلاع والزوايا من المثلثات الستة التى تحدث مع كل
مثلث فى سطح الكرة فقد تبين لنا كيفية التوصل من المعلومات الى المجهولات





فى

١٨٩

فى جميع المثلثات الحادثة من القسى العظام فى سطح الكرة على الاطلاق والى
تمام كيفية رجوع هذه القرائن الى الشكل القطاع فان الحاجة فى كل
مثلث يعتبر بعض زواياه الى تحليل قطاع كون بعض اركانه غالبا الا ان ضرورية
تعتبر فى القطاع من حيث هى مركبة وههنا من حيث هى بسيطة وهذا هو الغرض
من الحاقه هذه المقالة بالربع الاول ولنقطع الكلام
ههنا حامدين لله على الائه ومصلين على خاتم
انبيائه والله اعلم بالصواب
واليه المآب